КРУ им. А.Байтурсынова

ЭЛЕКТРОТЕХНИКАНЫҢ ТЕОРИЯЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ 2
І БӨЛІМ
Электр тізбектеріндегі өтпелі процестер

Т.И.Глущенко
Б.К.Сакенов

2022

Қазақстан Республикасының білім және ғылым министрлігі

А.Байтұрсынов атындағы Қостанай өңірлік университеті

Электр энергетика кафедрасы

Т.И.Глущенко
Б.К.Сакенов

ЭЛЕКТРОТЕХНИКАНЫҢ ТЕОРИЯЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ 2
І БӨЛІМ
Электр тізбектеріндегі өтпелі процестер

Оқу құралы

Қостанай, 2022

УДК 621.3(075.8)
ББК 31.2 я73
Г50
Авторлар:
Авторлар:
Глущенко Татьяна Ивановна, экономика ғылымдарының кандидаты, электр энернетика кафедрасының ассоциацияланған профессоры
Сакенов Балташ Канатович, техника ғылымдарының магистрі, электр энергетика кафедрасының оқытушысы
Рецензенттер:
Сбитнев Станислав Александрович, техника ғылымдарының докторы, электротехника және электр энергетикасы кафедрасының профессоры "Александр Григорьевич және Николай Григорьевич Столетовтар атындағы Владимир мемлекеттік университеті"
Баймухамедов Малик Файзулович, техника ғылымдарының докторы, академик З.Алдамжар атындағы Қостанай әлеуметтік-техникалық университетінің ғылыми жұмыстар және халықаралық байланыстар жөніндегі проректоры
Шаяхметов Амангельды Булатович, техника ғылымдарының кандидаты, профессор, М.Дулатов атындағы Қостанай инженерлік-экономикалық университетінің ғылым және инновация жөніндегі проректоры

Глущенко Т.И., Сакенов Б.К.

Г50 Электротехниканың теориялық негіздері 2. I бөлім. Электр тізбектеріндегі өтпелі процестер. - Қостанай: А.Байтұрсынов атындағы ҚМУ, 2022 ж - 145 бастап.
ISBN 978-601-356-127-1

Оқулықта тұрақты және ауыспалы токтардың электр тізбектеріндегі өтпелі процестерді есептеудің классикалық және операторлық әдістері, есептер шығару мысалдары, студенттердің өзіндік жұмысына арналған тесттер мен тапсырмалар берілген. Электр тізбектеріндегі өтпелі процестерді есептеудің мамандандырылған бағдарламаларын пайдалануға ерекше назар аударылады. Жұмыста электр тізбектерін есептеу мен талдаудың кең спектрі берілген.

Электр энергетикасы мамандықтарының студенттеріне арналған; оны электротехниканың теориялық негіздері бойынша сабақтар өткізген кезде жоғары оқу орындарының оқытушыларына ұсынуға болады.

ББК 31.2 я73

А.Байтұрсынов атындағы Қостанай мемлекеттік университетінің оқу-әдістемелік кеңесінде мақұлданды және баспаға ұсынылды, 30.03.2022 ж., Хаттама №2 Аттестатта сөйлеу керек

ISBN 978-601-356-127-1

Мазмұны

Кіріспе

«Электротехниканың теориялық негіздері 2» - бұл электротехника саласындағы мамандарды даярлау жүйесіндегі негізгі теориялық пән. Бұл студенттердің физика, математика және информатика және ЭТН 1 сабақтарын оқу нәтижесінде алған білімдеріне негізделген. Өз кезегінде, ЭТН 2 туралы жақсы білім беру арнайы электрлік пәндерді: электр машиналарын, ақпараттық-өлшеу технологиясын, электр энергетикасы және т.б.

Пәннің негізгі міндеті - электр тізбектеріндегі өтпелі процестерді зерттеу мен есептеудің негізгі мәселелері бойынша қажетті теориялық дайындықты қамтамасыз ету.

Өтпелі процестерді есептеу дифференциалдық теңдеулер мен Лаплас түрлендірулеріне негізделген.

Жаңа технологиялардың дамуы компьютерлердің ғылыми зерттеулерге енуіне әкелді. Қазіргі кезде ғылыми мәселелердің көпшілігін ойдағыдай шешу көбіне компьютерлік технологияны және соған сәйкес әдістерді қолдану мүмкіндігіне байланысты. Заманауи маманды оқытқанда математиканы жалпы теориялық пән ретінде оны маман жұмысында тәжірибелік қолданумен байланыстырып, зерттеуге нақты тәжірибелік аппарат беру қажет.

Мұндай есептерді шешу MathCAD бағдарламасын қолдану кезінде жеңілдетілген.

1 Электр тізбектеріндегі өтпелі процестер
1.1 Жалпы теориялық ақпарат
1.1.1 Электр тізбегіндегі коммутация

Сызықтық электр тізбектеріндегі тұрақты жұмыс режимдерімен қатар, бір тұрақты күйден екіншісіне ауысу кезінде осы тізбектерде пайда болатын электромагниттік өтпелі процестер бар.

Периодты немесе тұрақты ЭҚК мен кернеулердің әсерінен электр тізбектеріндегі өтпелі процестер тізбек қосылғанда және сөнгенде, сондай-ақ оның бір немесе бірнеше параметрлері өзгерген кезде пайда болады.

Өтпелі процесті немесе оның жұмыс режимінің өзгеруін тудыратын электр тізбегі күйінің лездік өзгеруі **коммутация** деп аталады.

Электр тізбегіндегі **өтпелі процесс** – біріншіден өзгеше бір стационарлық күйден екіншісіне өту.

Схемаларда коммутацияны белгілеу үшін коммутация түрін (жабу, ашу) және уақыт сәтін көрсететін негізгі элемент қолданылады (1-сурет).

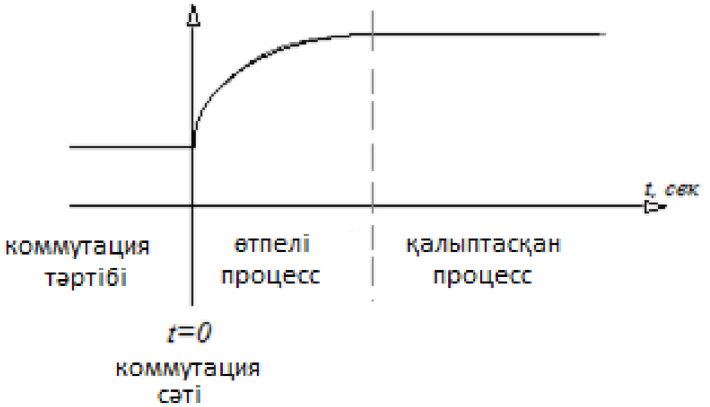
Сурет 1 - Коммутацияның шартты белгіленуі

Кілт идеалды элемент болып саналады. Ашық күйдегі кілттің кедергісі нөлге, ал жабық күйде - шексіздікке қабылданады. Ауыстыру уақыты дегеніміз шексіз аз шама, яғни бір күйден екінші күйге ауысу лезде жүреді.

Ауыстыру моменті – алдын ала ауыстырып қосу (алдыңғы) және өтпелі процестер (ӨП) деп аталатындар арасындағы шекара.

Теориялық тұрғыдан өтпелі процесс шексіз ұзаққа созылады, бірақ іс жүзінде бұл уақыт өтпелі процестің ыдырау сипатына байланысты ақырғы болып саналады.

Өтпелі процесс кезінде электр шамасы белгілі бір тұрақты мәнге ұмтылады, оған жеткен кезде 99% дәлдікпен өтпелі процесс аяқталды деп саналады. Тізбектің әрі қарайғы күйі **тұрақты күй** деп аталады (2-сурет).



Сурет 2 - Өтпелі процестің графигі

Барлық өтпелі процесті үш кезеңге бөлуге болады:

1. Бастапқы тұрақты күй;
2. Өтпелі режим. Оның басы әдетте **t=0** деп алынады. Коммутация заңдары бойынша теңдеулер құрған кезде **коммутацияға дейінгі уақыт t = 0-** және **коммутациядан кейін бірден t = 0 + уақыт** ажыратылады.
3. Соңғы тұрақтылық режимі, ол теориялық тұрғыдан **t** = ∞ кезінде, ал іс жүзінде - салыстырмалы түрде қысқа уақыттан кейін пайда болады. Бұл режим **мәжбүрлі** немесе **мәжбүр** деп аталады.

Өтпелі уақыт секундтық фракциялармен есептеледі, бірақ токтар мен кернеулер қалыпты тұрақты жағдайдағыдан едәуір жоғары мәндерге жетуі мүмкін және бұл жабдықтың бұзылуына немесе жеке апаттарға әкелуі мүмкін. Сондықтан электр құрылғыларын жобалау және пайдалану кезінде өтпелі кезеңдерді ескеру қажет.

Мысалы, қозғалтқышты іске қосу сәтінде оның орамаларында номиналды токтардан бірнеше есе жоғары ағымдар пайда болуы мүмкін. Ауыстырудың артық кернеулері тізбектерде де болуы мүмкін, бұл оқшаулаудың бұзылуына әкелуі мүмкін, нәтижесінде қысқа тұйықталу.

1.1.2 Өтпелі процестердің пайда болуы. Коммутация заңдары

Электр тізбектеріндегі өтпелі процестер бірден жүре алмайды, өйткені тұрақты күйде кез-келген электр тізбегі тізбек элементтерінің электрлік немесе магниттік өрістерінің энергиясының белгілі бір мөлшерімен сипатталады. Сондықтан нақты электр тізбектерінде жекелеген секциялардағы токтар мен кернеулер олардың мәндерін бірден өзгерте алмайды.

Егер тізбекте индуктивтілік **(L)** болса, онда **магнит өрісі** пайда болады, егер тізбекте сыйымдылық **(С)** болғанда, онда **электр өрісі** пайда болады немесе екі өріс те бірге жүретін болса, онда өтпелі процесс лезде жүре алмайды.

Алайда, егер біз электр тізбегінің сол немесе басқа бөлігіндегі магниттік немесе электр өрісін елемейтін болсақ, олардың мәнсіздігіне байланысты, тізбектің тиісті бөліміндегі ток немесе кернеу бірден өзгереді деп болжауға болады.

Электр тізбектерінің коммутация заңдарына сәйкес индуктивтіліктің катушкаларындағы токтардың соңғы мәніне бірден өзгерту мүмкін емес (коммутацияның бірінші заңы), алайда мұндай катушкалардың қысқыштарындағы кернеулер, егер олардың электр сыйымдылығы ескерілмесе, бірден өзгеруі мүмкін.

Катушканың магнит өрісінің энергиясы $W_M = \frac{Li^2}{2}$. Бұдан шығатыны, катушкадағы ток күрт өзгере алмайды және өтпелі уақыт аралығында өтпелі кезең басталғанға дейінгі мәннен өзгере бастайды. Бұл позиция **коммутацияның бірінші заңы** ретінде белгілі және теңдікпен жазылады:

$$i_L(0_-) = i_L(0_+) \qquad (1)$$

мұнда $i_L(0_-)$ - тікелей коммутацияға дейін индуктивтілік арқылы өтетін ток, А;

$i_L(0_+)$ - коммутациядан кейін индуктивтілік арқылы өтетін ток, А.

Сонымен қатар, конденсатор плиталарындағы кернеу бір сәтте соңғы мәнге өзгере алмайды (екінші коммутация заңы), бірақ егер біз конденсаторлардың индуктивтілігін ескермесек, олардың тізбектеріндегі токтардың теориялық лездік өзгеруі мүмкін.

Конденсатордың электр өрісінің энергиясы $W_Э = \frac{Cu^2}{2}$. Бұл дегеніміз, бұл жағдайда кернеу кенеттен өзгере алмайды. Бұл теңдікпен өрнектелген коммутацияның екінші заңы:

$$u_C(0_-) = u_C(0_+) \tag{2}$$

мұндағы $u_C(0_-)$- тікелей коммутацияға дейін конденсатордағы кернеу, А;

$u_C(0_+)$- тікелей коммутациядан кейін конденсатордағы кернеу, А.

Егер тізбекте тек белсенді кедергі **r** болса, яғни электр және магнит өрістері соншалықты аз болса, оларды елемеуге болады, өтпелі процесс болмайды: ток пен кернеу жаңа тұрақты мәндерге кенеттен өзгереді.

Жалпы жағдайда, электр тізбегі әртүрлі комбинацияларда электр тізбегінің барлық элементтерін (*r*,*L*,*C*) қамтыған кезде, кернеу де кенеттен өзгере алмайды. Сондықтан өтпелі процесс белгілі бір уақытқа дейін жалғасады. Өтпелі уақыт электр тізбегінің параметрлеріне байланысты (*r*,*L*,*C*), бірақ токтың немесе кернеудің шамасына байланысты емес.

1.1.3 Өтпелі процесстерді есептеуге дифференциалдық теңдеулерді қолдану

Шоғырланған параметрлері бар сызықтық тізбектегі өтпелі процестің аналитикалық есебі Бірінші және екінші

Кирхгоф заңдарына сәйкес құрастырылған тұрақты коэффициенттері бар қарапайым сызықтық дифференциалдық теңдеулердің жалпы интегралдарын табуға бағытталған, оларды тізбектегі кез-келген өтпелі ток немесе кернеу үшін бір теңдеуге дейін азайтуға болады.

Өтпелі режим кезінде электр тізбегіндегі токтар мен кернеулердің арақатынасын сипаттайтын дифференциалдық теңдеудің тәртібі электрлік немесе магниттік энергия жинақталатын орындардың санымен анықталады.

Сыйымдылығы бар тізбекте өтетін ток кернеу арқылы көрсетілуі мүмкін $i = C\dfrac{du_c}{dt}$. Индуктивтіліктегі кернеуді білдіруге болады: $u_L = -e_L = L\dfrac{di}{dt}$. Егер электр тізбегінде индуктивтілік пен сыйымдылық болса, индуктивтіліктегі кернеуді көрсетуге болады: $u_L = -e_L = L\dfrac{di}{dt} = LC\dfrac{d^2u_c}{dt^2}$.

Жалпы жағдайда, егер тізбекте бірнеше n энергия сақтау бірлігі болса, теңдеу келесі түрге ие болуы мүмкін:

$$a_n\frac{d^n i}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1} i}{dt^{n-1}} + \ldots a_1\frac{di}{dt} + a_0 i = bu \tag{3}$$

мұндағы

Біртекті емес дифференциалдық теңдеуді классикалық әдіспен шешу осы біртекті емес теңдеудің белгілі бір шешімін және оның бос мүшесі нөлге тең болған кездегі жалпы шешімін, яғни біртекті дифференциалдық теңдеуді қосу нәтижесінде мүмкін болады.

Сонымен қатар, еркін терминсіз біртекті теңдеудің шешімі элементтердің электрлік және магниттік өрістерінде жинақталған энергияның әсерінен пайда болған кезде сыртқы қуат көздері болмаған кезде электр тізбегінде болатын процестерді сипаттайды.

Нақты электр тізбектерінде энергияның шашырауы жүреді, нәтижесінде тізбектің тиісті элементтерінде сақталған энергияның қоры уақыт өте келе таусылады, сондықтан белгілі бір уақыт өткеннен кейін тізбектегі барлық электромагниттік процестер тоқтайды.

Дифференциалдық теңдеудің негізгі бөлігі бар **жалпы интегралы** - бұл теңдеудің жеке шешімінің қосындысы және сол теңдеудің оң жақ бөлігі жоқ шешімі, яғни **жалпы шешім**. Осы шешімдерді толығырақ қарастырыңыз.

а) **Жалпы шешім** тізбекте сыртқы энергия көздері болмаған кезде пайда болатын электромагнитті процестерді бастапқы уақытта тізбекпен байланысқан электр және магнит өрістерінде болған энергия қорына байланысты физикалық түрде анықтайды. Бірақ нақты тізбектерде әрдайым энергия шашырайды; оның бір бөлігі, мысалы, сымдар мен қарсылықтарды жылытуға жұмсалады және жылу түрінде шығарылады. Сонымен, бастапқы сәтте тізбекте болған энергия қоры уақыт өте келе таусылып, тізбектегі электромагниттік процестер тоқтайды. Бұдан шығатыны, оң жағы жоқ сызықтық дифференциалдық теңдеулерден анықталған токтар, кернеулер және басқа да электр шамалары уақыт өте келе нөлге ұмтылады. Бұл компоненттер сыртқы энергия көздеріне тәуелді емес, сондықтан оларды **еркін компоненттер** деп атайды.

n-ші ретті дифференциалдық теңдеуден (3) табылған токтың бос құраушысының жалпы көрінісі келесідей:

$$i_{св} = \sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t}\ , \qquad (4)$$

мұндағы t - уақыт, сек;

A_k - бастапқы шарттардан анықталған интегралдау константалары;

p_k - сипаттамалық теңдеудің түбірлері.

Тәуелсіз **бастапқы шарттар** - бұл кенеттен өзгермейтін шамалардың t = 0 мәндері,, яғни $\boldsymbol{i_L(0)}$ және $\boldsymbol{u_c(0)}$.

Кейбір жағдайларда интегралдау константаларын анықтау үшін тәуелді бастапқы шарттарды да қолдануға болады - $\boldsymbol{t=0_+}$ тізбектің қалған токтары мен кернеулері. Тәуелсіз бастапқы шарттар коммутацияға дейінгі тізбекті есептеу арқылы анықталатындығын есте ұстаған жөн (яғни $\boldsymbol{t=0}$ кезінде), ал $\boldsymbol{i_L(0_+)}$

ж2не $\boldsymbol{u_c}(\mathbf{0_+})$мәндері $\boldsymbol{t=0_+}$-мен бірдей болады. Тәуелді бастапқы шарттар өтпелі процесс басталғаннан кейін тізбекті есептеу арқылы анықталады, яғни $\boldsymbol{t=0_+}$, кезінде, ал конденсаторлардағы катушкалар мен кернеулердегі токтардың $\boldsymbol{t=0_-}$ дейінгі есептелген мәндері қолданылған.

(3) теңдеу үшін сипаттамалық теңдеу келесі түрге ие болады:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ... a_1 p + a_0 = 0 . \tag{5}$$

Түбірлер саны дифференциалдық теңдеудің ретіне тең. Түбірлер әдетте күрделі сандар болуы мүмкін, олардың нақты бөлігі әрқашан теріс болады.

$$p_k = -\beta_k + j\omega_k . \tag{6}$$

$\boldsymbol{\beta_k}$ шамасы **экспоненттің ыдырау жылдамдығын** сипаттайды және ыдырау коэффициенті деп аталады. Ыдырау коэффициентінің кері мәні $\boldsymbol{\tau}$ арқылы белгіленеді және **уақыт тұрақтысы** деп аталады. Бұл шаманың физикалық мәні төменде түсіндіріледі.

$$\tau_k = -\frac{1}{\beta_k} . \tag{7}$$

Ерекше жағдайда, егер $\boldsymbol{p_k}$ түбірі нақты сан болып шықса ($p_k = -\beta_k$), тұрақты уақыт:

$$\tau_k = -\frac{1}{p_k} . \tag{8}$$

Түбірдің елестететін бөлігі, яғни $\boldsymbol{\omega_k}$ **табиғи тербелістердің бұрыштық жиілігі** деп аталады, бұл туралы өз уақытында толығырақ айтатын боламыз.

б) **Жеке шешім** дегеніміз не? Бос компоненттер, яғни жалпы шешім біраз уақыттан кейін жоғалып кететіндіктен, нақты шешім бізге токтың, кернеудің немесе $t=\infty$ кезінде анықталатын кез келген басқа шаманың мәнін береді, яғни тұрақты күйде. Бұл компоненттің табиғаты мен шамасы сыртқы энергия көздерімен анықталады, сондықтан оны **мәжбүр** немесе **мәжбүрлі** құрамдас деп атайды.

Мысалы, егер біздің жағдайда (3) кернеу тұрақты болса ($u = U_0 = const$), онда тұрақты күйдегі ток - мәжбүрлі ток - уақытқа тәуелді емес, тұрақты да болуы керек. Содан кейін барлық туындылар жоғалады, және біз мұны аламыз

$$i_{пр} = \frac{bU_0}{a_0} \tag{9}$$

Егер электр тізбегіне синусоидалы кернеу берілсе, онда тұрақты күйдегі ток та синусоидалы болады.

Жалпы ағымдағы мән жалпы және нақты шешімдердің қосындысы ретінде анықталады:

$$i = i_{пр} + i_{св} \tag{10}$$

Сол сияқты, басқа шамаларға қатысты дифференциалдық теңдеулерді шешкен кезде де болады $u = u_{пр} + u_{св}$, $\Phi = \Phi_{пр} + \Phi_{св}$.

Осылайша, шешім суперпозиция әдісіне дейін азаяды: белгілі бір шешімді анықтаған кезде ($\boldsymbol{i_{пр}}$) біз тек сыртқы энергия көздері жұмыс істейді, ішкі энергия қорлары жоқ деп есептейміз; еркін компоненттерді анықтай отырып, керісінше, сыртқы энергия көздерінің әрекетін нөлге теңестіреміз және тек контурда жинақталған энергияның әсерінен болатын ішкі күштердің әрекетін ескереміз. Жалпы нәтиже осы ішінара шешімдердің қосындысы ретінде анықталады.

Физикалық тұрғыдан тек нақты токтар мен кернеулер болатындығын және олардың мәжбүрлі және еркін компоненттерге ыдырауы тек сызықтық тізбектердегі өтпелі процестерді есептеуді жеңілдететін әдіс екенін есте ұстаған жөн.

Қарастырылған есептеу әдісі **классикалық** деп те аталады. Бұл әдіс өтпелі процедураларды қарапайым тізбектерде зерттеуге мүмкіндік береді.

Өтпелі кезеңді есептеудің **классикалық әдісінің кезеңдерін** қарастырыңыз:

1. Кирхгоф заңдары бойынша коммутациядан кейінгі режим үшін дифференциалдық теңдеулерді құрастырамыз;

2. Алынған теңдеулерде біз **өтпелі процестің функциясын** бөлеміз $i_L(t)$ - индуктивтілік арқылы өтетін ток, немесе $u_c(t)$ - конденсатордағы кернеу);

3. Біз өтпелі процестің функциясын мәжбүрлі және еркін компоненттердің қосындысы түрінде ұсынамыз ($i = i_{пр} + i_{св}$, $u = u_{пр} + u_{св}$);

4. Тұрақты күй шарттарынан мәжбүрлі компонентті анықтаңыз ($i_{пр} = i_{уст}, u_{пр} = u_{уст}$);

5. Сипаттамалық теңдеудің түбірлерін анықтаңыз, ол үшін **эквивалентті теңдеу әдісін** қолданамыз. ***n*** дифференциалдық теңдеулер жүйесі ***n*** -ші ретті бір теңдеуге келтірілген. Содан кейін туындылар мен интегралдарды р дәрежелерімен алмастырамыз:

$$\int idt \text{ ауыстырамыз } \frac{1}{p}$$

$$i \text{ ауыстырамыз } 1$$

$$\frac{di}{dt} \text{ ауыстырамыз } p$$

$$\frac{d^2i}{dt^2} \text{ ауыстырамыз } p^2$$

және тағыда басқа. Кедергі, индуктивтілік және сыйымдылық шамалары (*r, L, C*) өзгеріссіз қалады, ал оң бөлігін нөлге ауыстырамыз. Алынған теңдеу сипаттамалы болады.

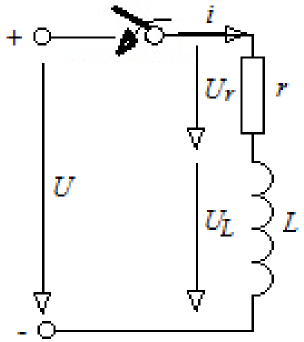
6. Интегралдау константасын анықтау үшін ***t***=0 уақыт моментіне коммутация заңдары бойынша теңдеу құрамыз.

7. Индуктивтілік (конденсатордағы кернеу) арқылы ток күшін мәжбүрлі және бос компоненттердің қосындысы ретінде жазамыз.

1.2 Өтпелі кезеңді есептеудің классикалық әдісі

1.2.1. Тұрақты кернеу үшін r, L тізбегін қосу

Белсенді кедергісі *r* және индуктивтілігі *L* нақты катушканы тұрақты кернеуге U қосайық (3-сурет). *U, r, L* мәндерін берілген деп санап, қосу сәтін *t*=0 деп қабылдап, тізбектегі *i* токтың мәнін анықтап, оның уақыт бойынша өзгеру графигін құру керек.



3 сурет - Тұрақты кернеу үшін ***r,*** *L* тізбектерін қосу схемасы

Біз бұл есепті келесі тәртіпте шешеміз:

1. Тізбектің электрлік тепе-теңдігінің дифференциалдық теңдеуін құрастырамыз. Бұл теңдеу Кирхгофтың екінші заңы бойынша тізбекті айналып өткенде, ажыратқыш әлдеқашан жабық деп есептей отырып құрастырылады.

$$u - u_r - u_L = 0 \qquad (11)$$

Бірақ бізге белгілі

$$\left.\begin{aligned} u_r &= ri, \\ u_L &= -e_L = L\frac{di}{dt} \end{aligned}\right\}. \qquad (12)$$

(11) -ді (12) -ге ауыстырып аламыз:

$$L\frac{di}{dt} + ri = U \qquad (13)$$

(13) - бұл бірінші ретті сызықтық дифференциалдық теңдеу (бұл тізбекте тек бір энергия сақтау элементі бар - айналасында магнит өрісі пайда болатын катушка).

2. Белгілі бір шешімді табыңыз (13), яғни. мәжбүрлі ток компоненті. Ол теңдеуден анықталады:

$$L\frac{di_{np}}{dt} + ri_{np} = U$$

Бірақ $U = const$. Демек $i_{np} = const$, $L\frac{di_{np}}{dt} = 0$, және ағымның мәжбүрлі компоненті:

$$i_{np} = \frac{U}{r} = I \qquad (14)$$

Станоктың жабылуының бірінші сәтінен бастап тізбекте болатын тұрақты күйдегі I ток күші, егер катушкада пайда болатын өздігінен индукцияланатын ЭҚК болмаған жағдайда, ол токтың өзгеруіне қарсы тұрады. i_{np} тұрақты күйдегі ток болғандықтан, оны анықтауға кәдімгі Ом заңын, ал тармақталған тізбек жағдайында тұрақты күйге белгілі кез-келген есептеу әдістерін қолдануға болады.

3. Жалпы шешім, яғни еркін компонент теңдеуден оң жақсыз анықталады:

$$L\frac{di_{св}}{dt}+ri_{св}=0 \tag{15}$$

Бұл теңдеуді айнымалыларды бөлу арқылы шешеміз

$$\frac{di_{св}}{i_{св}}=-\frac{r}{L}dt$$

Біріктіре отырып, біз аламыз

$$\ln i_{св}=-\frac{r}{L}t+A_1\,,$$

A_1 тұрақтысы басқа A тұрақтысының натурал логарифмі ретінде ұсынылуы мүмкін, яғни $A_1=lnA$. Содан кейін токтың бос компоненті

$$i_{св}=Ae^{-\frac{r}{L}t} \tag{16}$$

мұндағы $-\frac{r}{L}$ сипаттамалық теңдеудің түбірі:

$$Lp_1+r=0\,;\;\; p_1=-\frac{r}{L}\,.$$

A интеграциясының тұрақтысын табу үшін коммутацияның бірінші заңына сәйкес теңдеу құрамыз: t = 0 кезінде катушкадағы ток нөлге тең болады, яғни

$$i(0)=i_{пр}(0)+i_{св}=\frac{U}{r}+A=0\,.$$

Осы жерден $A=-\frac{U}{r}=-I$, және токтың бос компоненті

$$i_{св}=-\frac{U}{r}e^{-\frac{r}{L}t}=-Ie^{-\frac{r}{L}t} \qquad (17)$$

Бұдан әрі біз егжей-тегжейлі шешім шығармай, бірінші ретті теңдеу үшін форманы алатын (4) өрнекті қолданып, жалпы түрде $i_{св}$ деп жазамыз:

$$i_{св}=Ae^{p_1 t}.$$

p_1 түбірі нақты болып шыққандықтан, уақыт константасы

$$\tau=-\frac{1}{p_1}=\frac{L}{r}. \qquad (18)$$

Бұл шаманың өлшемі

$$|\tau|=\frac{|L|}{|r|}=\frac{Гн}{Ом}=\frac{Ом\cdot сек}{Ом}=сек.$$

Уақыт тұрақтысын қолдана отырып, $i_{св}$ түрінде формаға жаза аламыз

$$i_{св}=-Ie^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (19)$$

Интегралдау константасының физикалық мағынасын түсіндірейік. t=0 $i_{св}=I$ және t = τ кезінде:

$$i_{св}(\tau)=-Ie^{-\frac{t}{\tau}}=-Ie^{-1}=\frac{i_{св}(0)}{e}$$

Осыдан шығатын қорытынды: **уақыт тұрақтысы - бұл еркін компоненттің е = 2,718 есе кемитін уақыты.**

4. Нақты ағымдағы мән

$$i = i_{пр} + i_{св} = \frac{U}{r} - \frac{U}{r} e^{-\frac{r}{L}t} = I(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}), \qquad (20)$$

5. *i(t)* графигін құрыңыз. Конструкциялау үшін еселік болатын уақыт мәндерін орнатып, 1-кесте құрамыз.

Кесте 1- Өтпелі процестегі токты есептеу

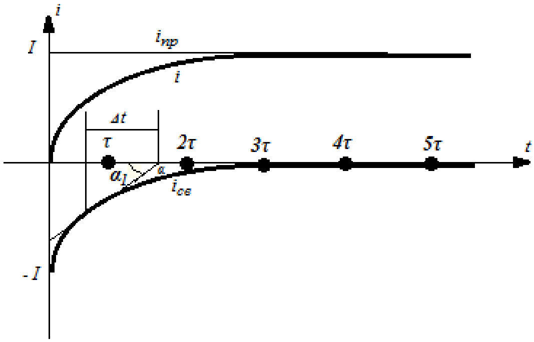
t	$e^{-\frac{t}{\tau}}$	$i_{св} = -Ie^{-\frac{t}{\tau}}$	$i_{св} = i_{пр} + i_{св}$
0	1	-*I*	0
τ	0,368	-0,368 *I*	0,632 *I*
2τ	0,135	-0,135 *I*	0,865 *I*
3τ	0,05	-0,05 *I*	0,95 *I*
4τ	0,018	-0,018 *I*	0,982 *I*
5τ	0,007	-0,007 *I*	0,993 *I*

Осы кестеден және графиктен (4-сурет) t = 5τ арқылы ток і тұрақты күйдегі токтан тек 0,7% -ға ерекшеленетінін көруге болады, ал инженерлік есептеулердің дәлдігі қателікке жол береді $\pm 1\%$.

Демек, әдетте 5τ-ге тең уақыт аралығында өтпелі процесс іс жүзінде аяқталады деп саналады.

Егер біз кез-келген нүктеде $i_{св}(t)$ қисығына жанаманы сызсақ (4-сурет), онда оның уақыт осіне көлбеуі tg

$$tg\alpha = \left(\frac{di_{св}}{dt}\right)_{t=t_1} = \frac{1}{\tau} \cdot Ie^{-\frac{t_1}{\tau}} = -\frac{i_{св}(t_1)}{\tau} \qquad (21)$$



4 сурет - Тұрақты кернеу үшін ***r,*** *L* тізбегі қосылған кездегі өтпелі процестің графигі

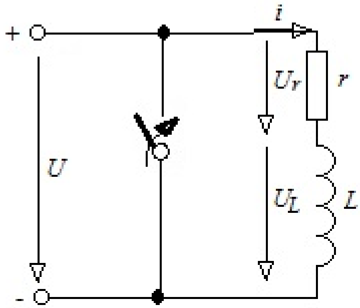
Сонымен бірге, 4-суреттен келесідей,

$$tg\alpha_1 = \frac{i_{св}(t_1)}{\Delta t} \qquad (22)$$

Бірақ $\alpha_1 = 180° — \alpha$, яғни $tg\ \alpha_1 = tg\ \alpha$. Сондықтан (21) және (22) өрнектерді салыстыра отырып, уақыт осіндегі субтангенстің ұзындығы, t уақытымен бірдей масштабта, τ уақыт тұрақтысын береді деген қорытындыға келуге болады. Тангенсті қисық сызықтың кез келген нүктесінде салуға болады, өйткені t_1 уақыты ерікті түрде таңдалады.

1.2.2 r, L бар тізбектің қысқа тұйықталу

Тұрақты ток өтетін нақты катушка қысқа тұйықталған жағдайды қарастырайық (5-сурет)



5 сурет - r, L бар тізбектің қысқа тұйықталу схемасы

Тәжірибеде катушканы қысқа тұйықтау қажеттілігінің бір мысалы тұрақты ток генераторларының қоздыру орамасын өшіру болып табылады. Тек ашсаңыз. Бұл орам, ток, нәтижесінде пайда болған электр доғасына қарамастан, әлі де өте тез өзгереді, және қоздыру орамасы да үлкен индуктивтілікке ие болғандықтан, өздігінен индукциялайтын ЭҚК өшірілгенде пайда болатын өзіндік индукциялық $e = -L\dfrac{di}{dt}$ өте үлкен болады және машина корпусындағы немесе бұрылыстар арасындағы оқшаулауды бұзуы мүмкін. Бұған жол бермеу үшін қоздыру орамасын өшіру үшін реттелетін реостаттың тұтқасы бос байланыс деп аталады, осылайша оны қысқа тұйықтайды.

Тізбекке оралайық (5-сурет) және K ажыратқышын жабу сәтін t = 0 деп қабылдап, катушкадағы ток күшін табайық.

Тапсырманың шешімі:

1. Екінші Кирхгоф заңы бойынша тұйық циклдің дифференциалдық теңдеуін құрамыз:

$$u_L + u_r = -L\frac{di}{dt} + ri = 0\,. \qquad (23)$$

2. Орамдағы өтпелі процесс, (23) -ден көрініп тұрғандай, U кернеуіне тәуелді емес және катушка өрісінде жинақталған энергия есебінен жүреді. Демек, ағымның мәжбүрлі компоненті

$$i_{пр} = i_{уст} = 0$$

өйткені сырттан қосымша энергия берілмейді, ал магнит өрісінің энергиясы уақыт өте келе жылу түрінде бөлінеді (ток өткенде катушка қызады).
Сондықтан, осы тізбекте

$$i = i_{св} \qquad (24)$$

3. (24) теңдеудегі бос ток компоненті

$$i_{св} = i = Ae^{p_1 t}.$$

Сипаттамалық теңдеу алдыңғы жағдайдағыдай болады:

$$Lp_1 + r = 0,$$

осыдан,

$$p_1 = -\frac{r}{L}$$

және тұрақты уақыт

$$\tau = -\frac{1}{p_1} = \frac{L}{r}$$

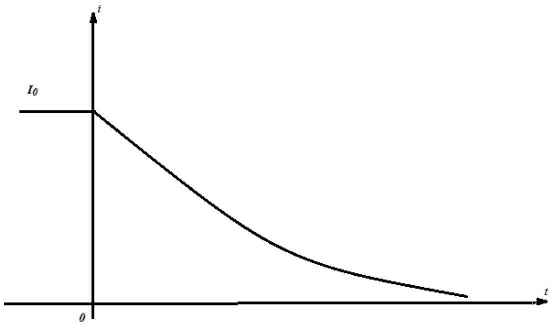
Интеграцияның тұрақтысы бастапқы шарттан анықталады. *t = 0* ток кезінде

$$i(0) = i_{св}(0) = \frac{U}{r + r_1} = I_0 = A$$

Сондықтан катушкадағы ток

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U}{r + r_1} e^{-\frac{r}{L}t}. \qquad (25)$$

4. Ағымдағы қисық *i(t)* 6-суретте көрсетілген түрге ие.



6 сурет - *r*, *L* бар тізбектің қысқа тұйықталуы кезіндегі өтпелі токтың графигі

5. 5. Қуат шығынын тексерейік. Өтпелі процестің басталуына дейін энергия катушканың магнит өрісінде жинақталды. $W_M = \frac{LI_0^2}{2}$. Өтпелі процесс кезінде жылу энергиясына өткен энергия келесідей анықталады

$$\int_0^\infty i^2 r dt = \int_0^\infty I_0^2 r e^{-\frac{2r}{L}} dt = \frac{I_0^2 r}{\frac{2r}{L}} \left| e^{-\frac{2r}{L}t} \right|_0^\infty = -\frac{LI_0^2}{2}(0-1) = \frac{LI_0^2}{2}$$

Осылайша, магнит өрісінің барлық энергия қоры *r* кедергісінде жылу энергиясына айналды. Толық энергияны тұтынумен өтпелі процесс те аяқталады.

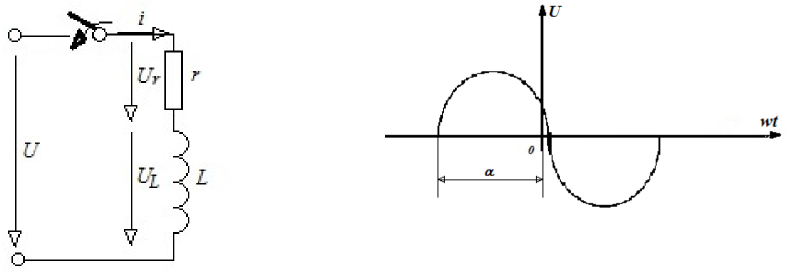
1.2.3. Синусоидалы кернеу үшін *r, L* тізбектерін қосу

Осындай өтпелі процестің мысалы ретінде трансформаторды өзектің қанықтылығы төмен жүктеме режимінде қосу табылады.

Айнымалы ток тізбегіндегі өтпелі процестер тізбек қай сәтте, қандай сәттік кернеу мәнінде қосылатынына өте тәуелді. Сондықтан желі кернеуінің амплитудасын ғана емес, сонымен қатар бастапқы бұрышы - тізбекті қосқан сәттегі фаза бұрышын ескеру қажет.

r, L бар схема (7-сурет) синусоидалы кернеуге қосылсын, оның бастапқы фазасы α градус (7-сурет), яғни кернеуге

$$u = U_m \sin(wt + \alpha)$$



а) б)

Сурет 7 - Синусоидалы кернеу үшін ***r, L*** тізбегі қосылған кездегі өтпелі процесс

Бұл жағдайда есептеу процедурасы алдыңғысымен бірдей болады. Тек осы жерде мәжбүрлі ток уақытқа байланысты.

1. Тізбектің электрлік тепе-теңдігінің теңдеуін жасаңыз:

$$L\frac{di}{dt} + ri = u \tag{26}$$

Оның айырмашылығы (13) тек оң жағында кернеудің лездік мәні - уақытқа тәуелді мәні болатындығында.

2. Ағымдағы компонент $i_{пр}=i_{уст}$. Бірақ тұрақты күйде ток Ом заңымен анықталады

$$i_{пр} = i_{ус} = \frac{Um}{z}\sin(\omega t + \alpha + \varphi)\,, \tag{27}$$

мұндағы

$$\begin{cases} z = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2}. \\ \varphi = arctg\,\dfrac{\omega L}{r} \end{cases}.$$

Күрделі тізбектер жағдайында тұрақты күйдегі токты күрделі түрде анықтап, содан кейін $I_{уст}$ лездік мәнге өту ыңғайлы.

$$i_{уст} = \mathrm{Im}\left[\dot{I}_{уст}\sqrt{2}e^{jwt}\right]$$

3. Ағымның ақысыз компоненті

$$i_{св} = Ae^{-p_1 t} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \tag{28}$$

мұндағы $p_1 = -\dfrac{r}{L}$ - сипаттамалық теңдеудің түбірі;

$\tau = \dfrac{L}{r}$ - уақыт тұрақтысы.

4. Жалпы ток

$$i = i_{пр} + i_{св} = \frac{U_m}{z}\sin(wt + \alpha - \varphi) + Ae^{-\frac{r}{L}t} \qquad (29)$$

$t = 0$ кезінде бізде бар

$$i(0) = \frac{U_m}{z}\sin(\alpha - \varphi) + A = 0,$$

қайдан

$$A = \frac{U_m}{z}\sin(\alpha - \varphi),$$

және соңында

$$i_{св} = -\frac{Um}{z}\sin(\alpha - \varphi)e^{-\frac{r}{L}t}, . \qquad .. \qquad (30)$$

жалпы ток

$$i = \frac{U_m}{z}\sin(wt + \alpha - \varphi) - \frac{U_m}{z}\sin(\alpha - \varphi)e^{-\frac{r}{L}t} \qquad (31)$$

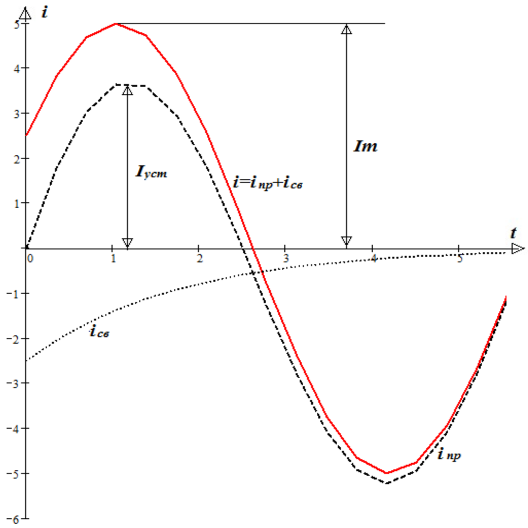
(31) формуладан токтың екі бөліктен тұратындығын көруге болады: тұрақты амплитудасы бар синусоидалы ток және тұрақты ток экспоненциалды түрде азаяды. Толық ток шамасы бастапқы α бұрышына айтарлықтай тәуелді. Екі төтенше жағдайды қарастырайық:

а) $\boldsymbol{\alpha - \varphi = 0}$ или $\boldsymbol{\alpha - \varphi = \pi}$.

Бұл жағдайда $i_{св}$=0, бос компонент нөлге тең болады және өтпелі процесс болмайды, өйткені тұрақты ток нөлден өтеді. Энергия секірісі болмайды, ал ток бірден тұрақты күйге айналады.

б) $\alpha-\varphi=\pm\pi/2$.

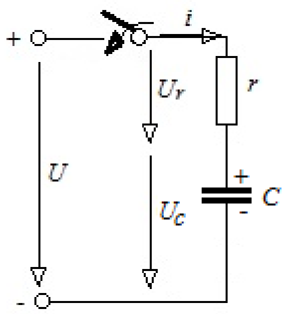
Бұл жағдайда $\sin\alpha-\varphi=\pm 1$, $i_{св}$ бос компонент ең үлкен мәнді алады, ал өтпелі токтың амплитудасы максималды болады. Бұл қосылу тұрақты ток күші максимум болуы керек сәтте болатындығымен байланысты. $\alpha-\varphi=\pm\pi/2$ болған жағдайдағы графикті (8-сурет) қарастырайық. Графикте ток күші әсіресе бірінші периодтың екінші және үшінші ширектерінде өсетіні көрсетілген және бұл өсу τ уақыт константасына тәуелді. Егер τ мәні үлкен болса, онда T / 2 уақытындағы ток қосылғаннан кейін тұрақты күйдегі амплитудадан екі есеге жуықтайды (бірақ міндетті түрде жағдайда ол 2 $I_{уст}$-*тен* аспауы керек)



8-сурет - Синусоидалы кернеуге қосылған кездегі өтпелі процестің графиктері

1.2.4. Тұрақты кернеу үшін *r, C* тізбегін қосу

9-суреттегі тізбек тұрақты кернеу көзіне қосылған кезде ток i мен кернеудің u_c өзгеруін қарастырайық. Бұл жағдайда конденсатор U_0 кернеуіне алдын ала зарядталған деп есептейміз.



Сурет 9- Тұрақты кернеу үшін *r, C* қосылуы

1.Осы тізбектің теңдеуінің формасы бар

$$U = Ur + Uc = ri + u_c.$$

Тізбекте конденсатор болғандықтан, u_c кернеуі арқылы есептеу тиімдірек, яғни энергия қорын анықтайтын шама. Сондықтан i тоғын u_c арқылы өрнектейміз:

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt} \qquad (32)$$

(32) ескере отырып, тізбектің электрлік тепе-теңдік теңдеуін келесі түрде жазуға болады

$$rC\frac{du_C}{dt} + u_C = U\ , \qquad (33)$$

мұндағы

$$u_C = u_{Cпр} + u_{Cсв} .$$

2.Конденсатордың тұрақты күйіндегі кернеуін мәжбүрлі компонентті анықтаңыз. Тізбектегі ток конденсатор зарядталғанға дейін ғана жүреді. Тұрақты күйде ол нөлге тең, r кедергісінде кернеудің төмендеуі болмайды, ал конденсатордағы кернеу

$$u_{Cпр} = u_{Cуст} = U. \qquad (34)$$

Сол нәтижені (33) -тен алмастыру арқылы алуға болады $u_{Cпр}=const.$

3.Еркін компонентті анықтаңыз. (33) теңдеу бірінші ретті болғандықтан, онда

$$u_{Cсв} = Ae^{p_1 t} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (35)$$

Сипаттамалық теңдеу

$$rCp_1 + 1 = 0$$

қайдан

$$p_1 = -\frac{1}{rC} \qquad (36)$$

уақыт тұрақтысы

$$\tau = -\frac{1}{p_1} = rC \qquad (37)$$

Өлшемді тексерейік:

$$[\tau] = [r]\,[C] = \text{ом ф} = \text{ом}\cdot\text{ом}^{-1}\ \text{сек} = \text{сек}.$$

4.Интегралдау тұрақтысы құрамдас бөліктердің бірі үшін емес, нақты U_c мәні үшін анықталатын бастапқы жағдайдан анықталады. Сондықтан біз жалпы өрнекті жазамыз

$$u_C = u_{Cпр} + u_{Cсв} = U + Ae^{-p_1 t} \tag{38}$$

t = 0 кезінде

$$u_C(0) = U + A = U_0 .$$

Осы жерден

$$A = U_0 - U ,$$

еркін компонент

$$u_{Cсв} = \left(U_0 - U\right)e^{-\frac{t}{rC}} \tag{39}$$

және барлық кернеу

$$u_C = U + \left(U_0 - U\right)e^{-\frac{t}{rC}} . \tag{40}$$

$U_0 = 0$ болған жағдайда (айталық, бұл жиі кездеседі),

$$u_C = U - Ue^{-\frac{t}{rC}} \tag{41}$$

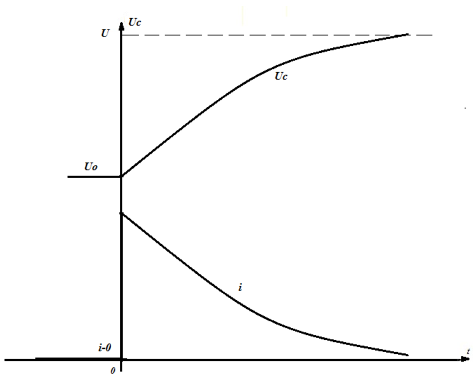
5.Конденсатордың зарядтау тогы

$$i = C\frac{du_C}{dt} = \frac{U - U_0}{r}e^{-\frac{t}{rC}} . \tag{42}$$

$U_0 = 0$ ток кезінде

$$i = \frac{U}{r} e^{-\frac{t}{rC}} \qquad (43)$$

Осылайша, u_c үшін r, L тізбегін тұрақты кернеуге қосқан жағдайда, ал ток үшін $u_L = - e_L$ сияқты сипаттағы өрнек алынды. *Uc(t)* және *i(t)* қисықтарының шамамен түрі 10-суретте көрсетілген.



10-сурет - Конденсатордағы өтпелі кернеу графигі

Қуатталмаған конденсатор қосудың бірінші сәтінде **қысқа тұйықталу** болып табылады. Қосылған кездегі ток секіру арқылы өзгереді және тек тізбектің белсенді кедергісімен шектеледі, өйткені $u_C(0) = 0$, ал көздің барлық кернеуі r кедергісіне түседі.

$t = 0$ кезіндегі токтың күрт өзгеруі тізбектің индуктивтілігін ескермегендігімізге байланысты, ал индукциясыз тізбекте ток энергия қорымен байланысты емес. Іс жүзінде r, C тізбегі өте аз болса да, әрқашан индуктивтілікке ие. Сондықтан, бұл жағдайда ток өте тез **(бірақ бірден емес!)** мәніне жетеді, $\frac{U}{r}$ (немесе $\frac{U - U_0}{r}$ -ге жақын, егер $U_0 \neq 0$), содан кейін (43) немесе (42) формула сияқты азаяды.

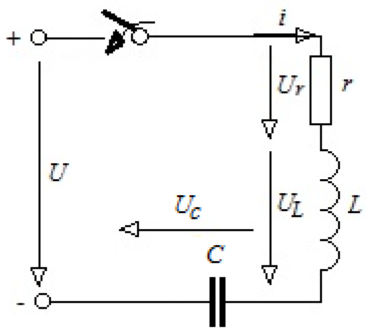
Сол сияқты, r тізбегі қосылған кезде, C синусоидалы кернеуге немесе зарядталған конденсаторды белсенді кедергіге шығарған кезде i ток пен u_c кернеуін есептеуге болады. Соңғы жағдайда конденсатордың электр өрісінде сақталған барлық энергия разряд кезінде тізбектің белсенді кедергісінде жылу түрінде шығатынын көрсету қиын емес.

Көптеген практикалық тәжірибелер r, C тізбегіндегі өтпелі процестерді қарастырумен байланысты - электронды осциллографтардың уақытша сканерлеу тізбегін есептеумен, жоғары жылдамдықты анықтаумен байланысты (мысалы, оқтың ұшу жылдамдығы) немесе өте үлкен, МОм тәртібі, қарсылықтар (оқшаулау кедергісі) және т. б.

1.2.5. Индуктивтілігі, сыйымдылығы және белсенді кедергісі бар тізбектегі өтпелі процесс

Индуктивтілік пен сыйымдылықты қамтитын тізбек екі түрдегі энергияны сақтай алады: магнит өрісінің энергиясы және электр өрісінің энергиясы. Сондықтан бұл тізбекте **кернеудің жоғарылауы немесе ток күші болмайды.**

Мұндай тізбек кез келген u кернеу үшін қосылған кезде i және u_c ток кернеуін табайық (11-сурет). Тізбекті қоспас бұрын конденсатор зарядталмайтын болсын.



11 сурет - Тұрақты кернеу үшін тізбекті қосу

Біз тапсырманы бізге белгілі ретпен шешеміз. Біз тізбектің электрлік тепе-теңдігі үшін теңдеу құрамыз:

$$r + u_L + u_c = u. \tag{44}$$

Конденсаторлары бар тізбектерді u_c арқылы есептеу ыңғайлы болғандықтан, (44) -ке кіретін барлық шамаларды u_c арқылы өрнектейміз:

$$\left.\begin{aligned} & i = \frac{du_C}{dt} \\ & u_r = ri = rC\frac{du_C}{dt} \\ & u_L = L\frac{di}{dt} = LC\frac{d^2u_C}{dt^2} \end{aligned}\right\} \tag{45}$$

Белсенді кедергінің, индуктивтіліктің және сыйымдылықтың тізбекті байланысы бар тізбек үшін өтпелі процесс екінші ретті дифференциалдық теңдеумен сипатталады:

$$rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = u \tag{46}$$

Екінші ретті туындыдағы коэффициенттен босатылып, теңдеу келесі түрге ие болады:

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{LC} = u \tag{47}$$

мұндағы

$$u_C = u_{Cпр} + u_{Cсв}$$

2. Біз u_{Cnp} мәжбүрлі компонентін анықтаймыз, яғни тұрақты күйдегі конденсатордағы кернеу осы қарапайым тізбекте Ом заңы арқылы анықтауға болады.

Мәжбүрлі компонент контурға қолданылатын кернеу формасына байланысты. Егер тізбек U тұрақты кернеуіне қосылса, онда тұрақты күйде тізбекте ток болмайды, $u_{Cnp} = U$. Егер тізбек $U_m sin((wt + \alpha)$, синусоидалы кернеуге қосылса, онда кернеу және тұрақты күй режимінің тогы да синусоидалы болады. Бұл жағдайда есептеу күрделі түрде жүзеге асырылады, содан кейін лездік мәндер уақыттың функциясы ретінде табылады.

3. Біз еркін компонентті анықтаймыз, ол мәні бойынша өтудің ұзақтығы мен сипатын анықтайтын процесс. Біздің тізбек үшін бос режим теңдеуі

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{LC} = 0$$

Бұл теңдеудің шешімі келесідей болады:

$$u_{Cсв} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} \tag{48}$$

Дифференциалдық теңдеуге негізделген эквивалентті теңдеу әдісін қолдана отырып, сипаттамалық теңдеу алуға болады. Дифференциалдық теңдеуде туындылар мен интегралдар ***p*** дәрежелерімен ауыстырылады $\frac{d^2Uc}{dt}$ -дан $\boldsymbol{p^2}$ – қа ауыстырылады; $\frac{dUc}{dt}$ - дан ***p – ға;*** $\int i\, dt$ – дан 1/ ***p- ге;*** Uc - дан ***p*** – ге ауыстырылады; ал оң жағы нөлге тең.

Сипаттамалық теңдеудің p_1 ж2не p_2 түбірлері мына жолмен анықталады:

$$p^2 + \frac{r}{L}p + \frac{1}{LC} = 0$$

ретінде анықталды

$$p_{1.2} = -\frac{r}{2L} \pm \sqrt{\frac{r^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \qquad (49)$$

Бұл түбірлер тізбектің параметрлерінің арақатынасына байланысты. Үш жағдай болуы мүмкін:

$$\text{а)}\, r \succ 2\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (50)$$

Түбірдің $\sqrt{\frac{L}{C}}$ - қарсылық өлшемі бар $\left(\sqrt{\frac{Гн}{Ф}} = \sqrt{\frac{Ом \cdot сек}{Ом^{-1} сек}} = Ом\right)$ және тізбектің **толқындық кедергісі** деп аталады.

Берілген (50) $\frac{r^2}{4L^2} \succ \frac{1}{LC}$, ал p_1 және p_2 түбірлері нақты, теріс және өлшемі бойынша әр түрлі. Әрине,

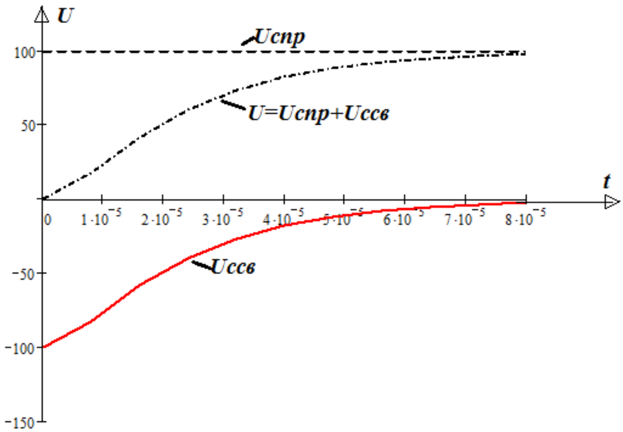
$$\sqrt{\frac{r^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} = a\,,$$

мұндағы a - нақты саннан кем $\frac{r}{2L}$. Сондықтан:

$$\begin{gathered} p_1 = -\frac{r}{2L} + a \prec 0 \\ p_2 = -\frac{r}{2L} - a \prec 0 \end{gathered}\,, \qquad (51)$$

Сонымен қатар, абсолютті мәнде | p1 | <| p2 |.

Бұл режим **апериодты** деп аталады, - ток пен кернеу бағытын өзгертпестен тұрақты күйге жақындайды (12-сурет).



12 сурет - Апериодты өтпелі процестің графигі

б) $r = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, (52)

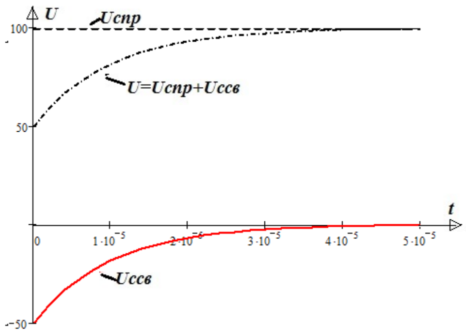
Осы шарт бойынша $\frac{r^2}{4L^2} = \frac{1}{LC}$ және p$_1$, p_2 түбірлері нақты, теріс және бір-біріне тең:

$$p_1 = p_2 - \frac{r}{2L}$$

Бұл жағдайда дифференциалдық теңдеудің шешімі келесідей болады:

$$u_{Cсв} = (A_1 + A_2 t)e^{p_1 t} \ . \tag{53}$$

Мұндай режим **шекаралық, шекті** немесе **сыни** деп аталады. Ол өте тұрақсыз болады, сондықтан оның практикалық мәні жоқ (13-сурет).



13 сурет - Шекараны ауыстыру процесінің графигі

в) $r \prec 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}$, (54)

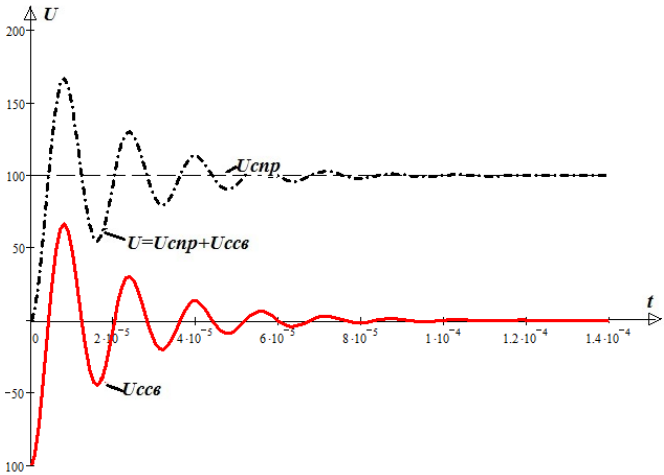
Бұл жағдайда сипаттамалық теңдеудің түбірлері p_1., p_2 теріс нақты бөлігі бар конъюгаттық кешендер арқылы алынады.

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= -\beta + j\omega \\ p &= -\beta - j\omega \end{aligned}\right\} \tag{55}$$

мұндағы $\beta = \dfrac{r}{2L}$ - әлсіреу коэффициенті,

$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2}}$ - бұл өздік тербелістердің бұрыштық жиілігі.

Бұл режим **периодты** немесе **тербелмелі** деп аталады (14-сурет). Бұл тізбекте катушка мен конденсатор арасында бірнеше рет энергия алмасу жүреді: ***i(t)*** және ***Uc(t)*** фазаға ауысатын сөніп тұрған синусоидалармен алынады, ал энергия магнит өрісіне (ток өскен кезде), содан кейін электр өрісіне (конденсатордағы кернеу өскен кезде) құйылады. Уақыт бірлігіндегі осындай алмасу немесе тербелістердің саны электр тізбегіне қолданылатын кернеудің жиілігіне тәуелді емес **табиғи тербеліс жиілігі** деп аталады.



14 сурет - Мерзімді өтпелі процестің кестесі

4. Интеграциялық тұрақтылар бастапқы шарттардан табылған. Осы шарттарды тұжырымдау үшін алдымен кенеттен өзгере алмайтын шамалардың мәндерін жазып алу керек, яғни u_c және i (коммутация заңдарына сәйкес):

$$\left.\begin{aligned} u_C &= u_{Cnp} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} \\ i &= C\frac{du_C}{dt} = i_{np} + CA_1 p_1 e^{p_1 t} + CA_2 p_2 e^{p_2 t} \end{aligned}\right\} \qquad (56)$$

Нөлдік бастапқы шарттармен біз жаза аламыз

$$\left.\begin{aligned} u_C(0) &= u_{Cnp}(0) + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} = 0 \\ i(0) &= i_{np}(0) + CA_1 p_1 + CA_2 p_2 = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (57)$$

Бұл теңдеулерден A_1 және A_2 анықтау оңай. *r, L, C* тізбегі тұрақты және синусоидалы кернеу үшін қосылған кездегі өтпелі процесті біршама толығырақ қарастырайық.

1.2.6 Тұрақты кернеу үшін r, L, C тізбегін қосу

11-суреттегі схема кернеу үшін қосылады және $u=U_0=const$ болады. Сонда конденсатордағы ток пен кернеудің мәжбүрлі компоненттері болады

$$\left.\begin{aligned} u_{Cnp} &= U_0 \\ i_{np} &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (58)$$

және бастапқы шарттар (57) келесі нысанды алады:

$$\left.\begin{aligned} U_0 + A_1 + A_2 &= 0 \\ A_1 p_1 + A_2 p_2 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

интеграция тұрақтылығы осыдан

$$A_1 = \frac{U_0 p_2}{p_1 - p_2},\; A_2 = \frac{-U_0 p_1}{p_1 - p_2} \qquad (59)$$

Осы тұрақтыларды, сондай-ақ $u_{Cпр}$ және $i_{пр}$ мәндерін (56) теңдеулерге алмастыра отырып, біз қажетті кернеу мен ток мәндерін аламыз:

$$\left.\begin{aligned} u_c &= U_0 + \frac{U_0}{p_1 - p_2}(p_2 e^{p_1 t} - p_1 e^{p_2 t}) \\ i &= \frac{CU_0 p_1 p_2}{p_1 - p_2}(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}) \end{aligned}\right\} \qquad (60)$$

Алынған өрнектерді түбірлердің әр түрлі мәндеріне қарайық.

а) Апериодтық режим $\left(r \succ 2\sqrt{\frac{L}{C}}\right)$.

Бұл жағдайда, (51) сәйкес, бізде қатынас бар

$$p_1 - p_2 = 2a \succ 0$$
$$p_1 p_2 \succ 0$$

және уақыт тұрақтылығы

$$\tau_1 = -\frac{1}{p_1} \succ \tau_2 = -\frac{1}{p_2}.$$

Осы графиктерге сәйкес $u_C(t)$ және $i(t)$ 15-суретте көрсетілген формаға ие. Графиктен көрініп тұрғандай i ток нөлден белгілі бір максимумға дейін көтеріліп, содан кейін нөлге дейін төмендейді. Максималды токқа сәйкес келетін t_1 уақытын келесі шарттан табуға болады:

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t-t_1} = 0.$$

Шекара режимі жағдайында $\left(r = 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}\right)$ 15-суретте көрсетілгендей қисықтар алынады, процестің сипаты да апериодикалық болып табылады.

б) Тербеліс режимі $\left(r \prec 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}\right)$.

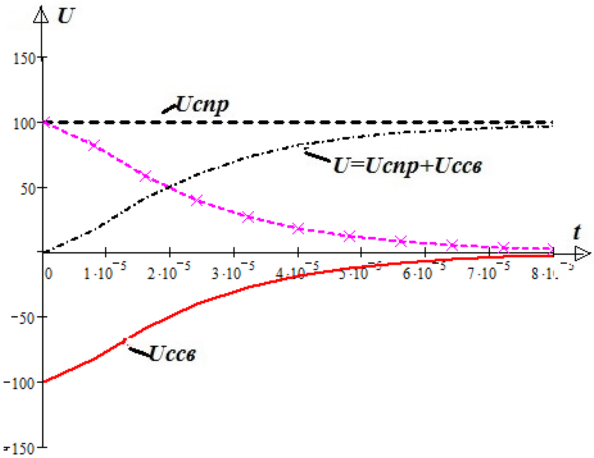
Бұл жағдайда түбірлер p_1 және p_2 (55) комплекстерімен жұптасады, сонда

$$p_1 - p_2 = 2j\omega,$$

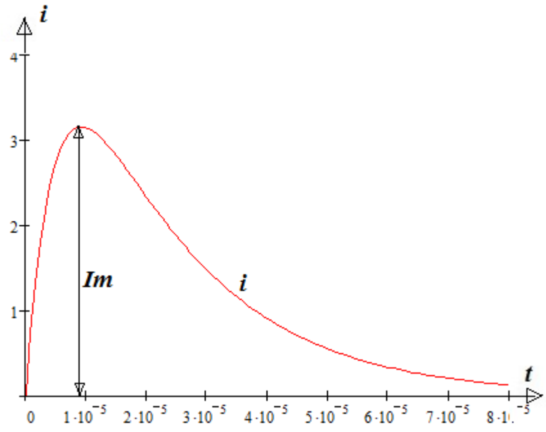
$$p_1 p_2 = \beta^2 + \omega^2 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0^2,$$

мұндағы w_0 - резонанстық жиілік.

Егер сіз кернеуге арналған тізбекті бұрыштық жиілікпен қоссаңыз w_0, содан кейін бұл тізбекте кернеу резонансы болады.



а)



б)

15 сурет - Апериодты өтпелі процестің графиктері

(50) өрнектердегі күрделі түбірлерді ауыстырып, бірнеше түрлендірулер жүргізейік.

$$\begin{aligned} u_c &= U_0 + \frac{U_0}{p_1 - p_2}(p_2 e^{p_1 t} - p_1 e^{p_2 t}) = \\ &= U_0 + \frac{U_0}{2j\omega} e^{-\beta t}\left[(\beta - j\omega)e^{-j\omega t} - (\beta + j\omega)e^{j\omega t}\right] \end{aligned} \tag{61}$$

сияқты $e^{p_1 t} = e^{(-\beta + j\omega)t} = e^{-\beta t} \cdot e^{j\omega t}$, бірақ $e^{p_2 t} = e^{(-\beta - j\omega)t} = e^{-\beta t} \cdot e^{-j\omega t}$...

Жақша ішінде тұрған кешендерді көрсету формасына ауыстырамыз:

$$\left.\begin{aligned} \beta - j\omega &= \omega_0 e^{-j\gamma} \\ \beta + j\omega &= \omega_0 e^{j\gamma} \end{aligned}\right\} \tag{62}$$

мұндағы

$$\omega_0 = \sqrt{\beta^2 + \omega^2} = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

$$\gamma = arctg\frac{\omega}{\beta}.$$

(62) - ны (61) -ге ауыстыру:

$$u_c = U_0 + \frac{U_0}{2j\omega}\cdot\omega_0 e^{-\beta t}\left[e^{-j(\omega t+\gamma)} - e^{j(\omega t+\gamma)}\right] = \\ = U_0 + \frac{U_0 e^{-\beta t}}{\sin\gamma}\cdot\sin(\omega t+\gamma) \qquad (63)$$

Сол сияқты, біз де ағымдағы өрнекті ұсынамыз:

$$i = \frac{CU_0 p_1 p_2}{p_1 - p_2}(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}) = \frac{CU_0\omega_0^2}{2j\omega}\cdot e^{-\beta t}\left[e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}\right] = \\ = \frac{CU_0\omega_0}{\sin\gamma}\cdot e^{-\beta t}\sin\omega t$$

(64)

Мұны $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ деп ескере отырып, кейін сіз токты сәл өзгеше түрде ала аласыз:

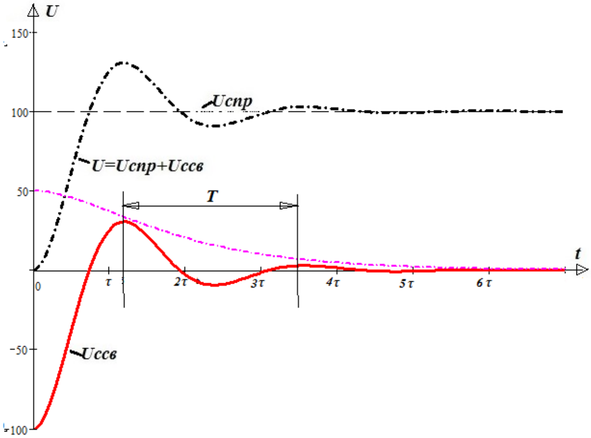
$$i = \frac{U_0\omega_0}{L\omega}\cdot e^{-\beta t}\sin\omega t \qquad (65)$$

Кернеу графиктерін салу үшін u_C және i уақытында, табиғи тербелістер периодын білу қажет (16-сурет):

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

және уақыт тұрақты

$$\tau = \frac{1}{\beta} = \frac{2L}{r}.$$



16 сурет - Тербелмелі режимдегі кернеулердің графиктері

1.2.7 Синусоидалы кернеуге арналған *r, L, C* тізбегін қосу

Егер тізбек (17-сурет) синусоидалы кернеуге ауыстырылса

$$u = U m \sin(\omega t + \alpha),$$

онда конденсатордағы ток пен кернеудің мәжбүрлі компоненттері келесідей анықталады:

$$\left.\begin{aligned} i_{пр} &= i_{уст} = \frac{Um}{z}\sin(\omega t + \alpha - \varphi) \\ u_{Cпр} &= u_{Cуст} = \frac{Um}{z\omega C}\sin\left(\omega t + \alpha - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (66)$$

мұндағы

$$\left.\begin{aligned} z &= \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \\ \varphi &= arctg\,\frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{r} \end{aligned}\right\}.$$

Бұл шамалардың бос компоненттері тізбек тұрақты кернеуге қосылған кездегі сипатқа ие болады.

Біз тек өтпелі процесті тек тізбекте қарастырумен шектелеміз $\left(r \prec 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}\right)$, яғни тербеліс режимін қарастырумен. Бұл жағдайда біз жалпы түрде жаза аламыз:

$$\left.\begin{aligned} u_C &= \frac{Um}{z\omega C}\sin\left(\omega t + \alpha - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + Ae^{-\beta t}\sin(\omega_c t - \gamma) \\ i &= \frac{Um}{z}\sin(\omega t + \alpha - \varphi) + \\ &+ CAe^{-\beta t}\left[-\phi\sin(\omega_c t - \gamma) + \omega_c\cos(\omega_c t - \gamma)\right] \end{aligned}\right\} \qquad (67)$$

мұндағы ω_c - табиғи тербелістердің бұрыштық жиілігі (біз оны кернеудің ω бұрыштық жиілігінен ажырату үшін оны индексімен белгілейміз).

Asinγ және *Acosγ* бастапқы шарттардан анықталады. Олардың мәндерін (67) -ге ауыстырып, кейбір түрлендірулерді жасай отырып, біз мынаны аламыз:

$$u_C = \frac{Um}{z\omega C}\sin\left(\omega t + \alpha - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) +$$
$$+\frac{Um\cos(\alpha-\varphi)}{z\omega C\sin\Theta}e^{-\beta t}\sin(\omega_c t - \Theta) - \qquad (68)$$
$$-\frac{Um\sin(\alpha-\varphi)}{z\omega_c C}e^{-\beta t}\sin(\omega_c t)$$

$$i = \frac{Um}{z}\sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \frac{Um\cos(\alpha-\varphi)}{z\omega\omega_c LC}e^{-\beta t}\sin(\omega_c t) +$$
$$+\frac{Um\sin(\alpha-\varphi)}{z\sin\Theta}e^{-\beta t}\sin(\omega_c t - \Theta)$$

. (69)

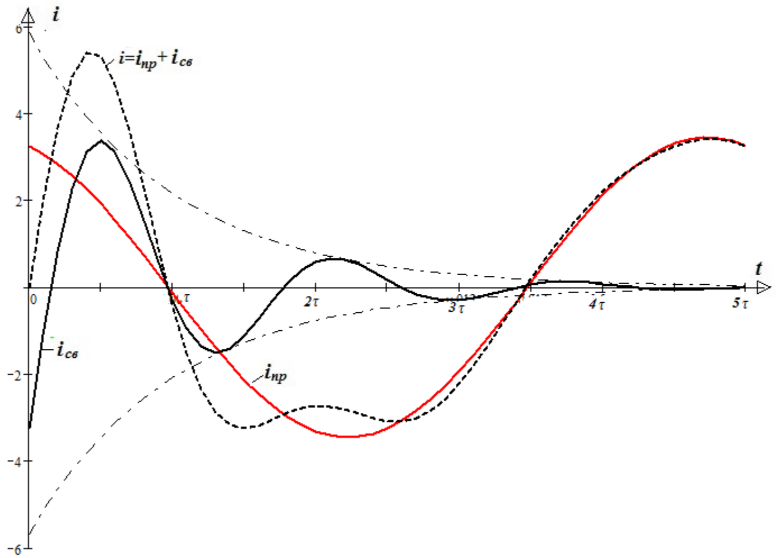
Осы өрнектерден көрініп тұрғандай, конденсатордағы ток пен кернеудің бос компоненттері әрқайсысы бір-бірімен бұрышқа ауысқан екі тербелістен тұрады

$$\Theta = arctg\frac{\omega_c}{\beta}.$$

Еркін және мәжбүрлі компоненттердің жиілігі әр түрлі ***($\omega \neq \omega_c$)***. жиілігі аз компоненттердікі, басқа компонент үшін оған қатысты тербелетін қисық білік ретінде қызмет етеді. 17-суретте *i(t)* графигі $\omega < \omega_c$ болған жағдайда көрсетілген.

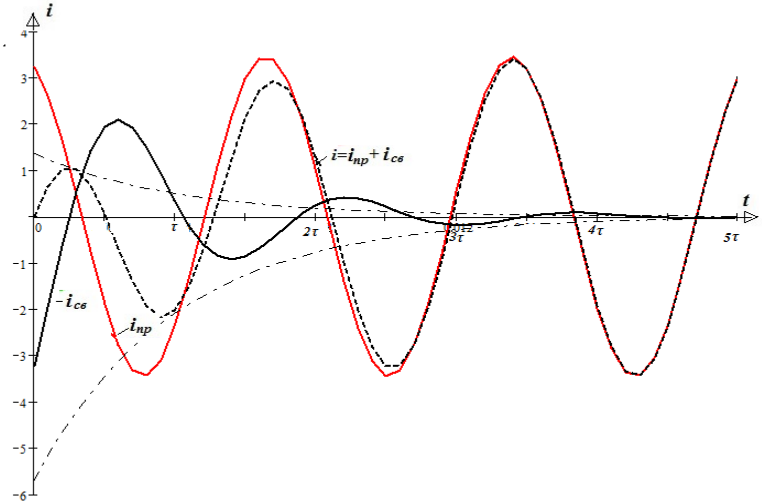
Әрбір тербеліс кезінде *r* контурының белсенді кедергісінде жылу түрінде шығарылатын энергияның бір бөлігі жұмсалады. Сондықтан, процесс ыдырайтын болады.

Еркін компонент азайған сайын, ток (кернеу) қисығы мәжбүрлі компонентке, яғни тұрақты режим қисығына жақындайды.



17 сурет - $\omega < \omega_c$ шарт үшін өтпелі процесс тогының графиктері

Жиіліктердің сәйкес келуімен $\boldsymbol{\omega}$ және $\boldsymbol{\omega_к}$ гармоникалық өзгеретін токтың (кернеудің) амплитудасы да үйлесімді өзгерген кезде тізбекте **соққылар** пайда болады, бірақ өте төмен жиілікте $\boldsymbol{(\omega\text{-}\omega_к)/2}$, режим тұрақты болғанға дейін анықталады (18-сурет).



Сурет 18 - Табиғи және мәжбүрлі тербелістердің жиіліктерінің дәл сәйкес келетін өтпелі процестің графигі

Бақылау сұрақтары

1.Қандай процесс өтпелі процесс деп аталады?

2.Өтпелі кезеңдер қандай электрлік тізбектерде пайда болады?

3.Өтпелі уақыт қанша уақытты құрайды?

4.Қандай шама уақыт тұрақтысы деп аталады?

5.Уақыт константасы қандай параметрлерге тәуелді?

6.Қандай жағдайда, тізбекті синусоидалы кернеуге қосқанда, өтпелі процесс болмайды?

7.Өтпелі процестің мәжбүрлі компоненті қандай жағдайлардан анықталады?

8.Апериодты өтпелі процестің шарттары қандай?

9.Тербелмелі өтпелі кезеңнің пайда болу шарттары?

10.Табиғи жиілік қолданылатын кернеудің жиілігіне тәуелді ме?

1.3 Өтпелі процестерді классикалық әдіспен есептеу мысалдары

Тізбекті тұрақты және синусоидалы кернеуге қосқан кезде классикалық әдіспен өтпелі процестерді есептеу мысалдарын қарастырайық. Есептеу процедурасы жоғарыда қарастырылған.

1.3.1 Тұрақты және синусоидалы көздері бар бірінші ретті тізбектерді есептеу мысалдары

Тапсырма 1.3.1

ЭҚК тұрақты тізбекте қысқа тұйықталу пайда болады (19-сурет): $E = 100$ В, L=0,01 Гн және $r = 2$ Ом. Өтпелі режимде индуктивтіліктегі ток пен кернеуді анықтаңыз.

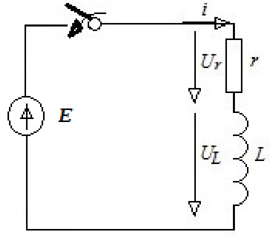
Шешім:

1. Ауыстырудан кейінгі тізбек үшін теңдеуді екінші Кирхгоф заңы бойынша жазамыз

$$E = U_r + U_L$$

2. Алынған теңдеуде өтпелі процестің функциясын таңдаңыз. Индуктивтілігі бар тізбекте ток күрт өзгере алмайды. Біз дифференциалдық теңдеуді аламыз:

$$E = I \cdot r + L\frac{di}{dt}$$



19 сурет - 1.3.1 тапсырмаға схема

3. Токтың толық шешімі мәжбүрлі және еркін компоненттердің қосындысы ретінде ұсынылуы мүмкін:

$$i(t) = i_{пр} + i_{св}$$

4. Мәжбүрленген ток тұрақты күй тогына тең. Бұл ток коммутациядан кейінгі тізбек үшін анықталады. Индуктивтіліктің тұрақты токқа кедергісі болмағандықтан, мәжбүрлі компонент Ом заңына сәйкес есептеледі:

$$i_{пр} = i_{уст} = \frac{E}{r} = \frac{100}{2} = 50 \text{ А.}$$

5. Еркін компонент келесі өрнекпен анықталады:

$$i_{св} = Ae^{pt}$$

6. р түбірін анықтау үшін сипаттамалық теңдеу құрамыз:

$$0 = r + Lp$$

Осыдан

$$p = -\frac{r}{L} = -\frac{2}{0{,}01} = -200 \text{ сек}^{-1}.$$

7. *А* интегралдау константасын анықтау үшін бірінші коммутация заңына сәйкес теңдеу құрылады:

$$i(0_-) = i(0_+)$$

Ауыстыру алдында тізбекте ток болған жоқ, ал ауыстырғаннан кейін тізбектегі ток күштелген және бос компоненттердің қосындысына тең:

$$i(0_-) = 0 \text{ А;}$$

$$i(0_+) = i_{пр} + i_{св} = i_{пр} + Ae^{pt}.$$

$t=0$ уақытындағы жалпы токтың өрнегін жазамыз:

$$0 = i_{пр} + Ae^{pt} = i_{пр} + A = 50 + A$$

Шығады

$$A = -50 \text{ А}.$$

Ағымдағы еркін компонент заңға сәйкес өзгереді:

$$i_{св} = Ae^{pt} = -50e^{-200t}$$

8. Сол кезде жалпы өтпелі токты көрсетуге болады:

$$i(t) = 50 - 50e^{-200t}.$$

i(t) графигін салу үшін уақыт тұрақтысын анықтау керек:

$$\tau = \left|\frac{1}{p}\right| = \frac{L}{r} = \frac{1}{200} = 0{,}005 \text{ сек.}$$

Сонда шешімді τ терминімен жазуға болады:

$$i(t) = i_{пр} + Ae^{-\frac{t}{\tau}} = 50 - 50e^{-\frac{t}{0.005}}$$

0τ τ, 2τ,3τ, 4τ, 5τ уақыттарында біз токтың еркін компонентін табамыз:

$$i(0) = -50e^{0} = -50 \text{ А;}$$

$$i(\tau) = -50e^{-1} = \frac{-50}{2{,}72} = -18{,}38 \text{ А;}$$

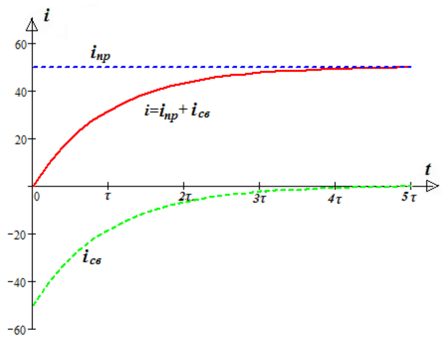
$$i(2\tau) = -50e^{-2} = \frac{-18{,}38}{2{,}72} = -6{,}75 \text{ А;}$$

$$i(3\tau) = -50e^{-3} = \frac{-6,75}{2,72} = -2,48 \text{ А;}$$

$$i(4\tau) = -50e^{-4} = \frac{-2,48}{2,72} = -0,91 \text{ А;}$$

$$i(5\tau) = -50e^{-5} = \frac{-0,91}{2,72} = -0,335 \text{ А.}$$

Алынған нүктелерді пайдаланып, еркін компоненттің графигін құрамыз. Мәжбүрлі және бос компоненттердің ординаталарын қорытындылай келе, біз өтпелі токтың графигін аламыз



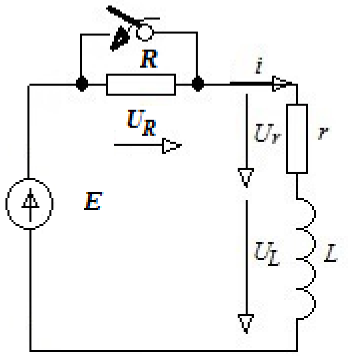
20 сурет - 1.3.1-тапсырмаға дейінгі өтпелі процестің ағымдық графиктері

9. Индуктивтіліктегі кернеу:

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt} = 0,001\frac{d(50-50e^{-200t})}{dt} = 0,01\cdot(-50)\cdot(-200)\cdot e^{-200t} = 100e^{-200t}$$

Тапсырма 1.3.2

Тұрақты ЭҚК-і бар тізбекте тізбектегі кедергілердің біреуі тұйықталған (21-сурет): $E = 100$ В, L = 0,01 Гн, R = 3 Ом және $r = 2$ Ом. Өтпелі режимде индуктивтіліктегі ток пен кернеуді анықтаңыз.



Сурет 21 - 1.3.2-тапсырмаға схема

Шешімі:

Есептеу процедурасы 1.3.1 есепте көрсетілгендей.

1. Ауыстырудан кейінгі тізбек үшін теңдеуді екінші Кирхгоф заңына сәйкес жазыңыз

$$E = U_r + U_L$$

2. Дифференциалдық теңдеуді жазыңыз:

$$E = I \cdot r + L\frac{di}{dt}$$

(3) Токтың толық шешімі мәжбүрлі және еркін компоненттердің қосындысы ретінде ұсынылуы мүмкін:

$$i(t) = i_{пр} + i_{св}$$

4. Күшті ток тұрақты күйге тең:

$$i_{пр} = i_{уст} = \frac{E}{r} = \frac{100}{2} = 50 \text{ А.}$$

5. Еркін компонент келесі өрнекпен анықталады:

$$i_{св} = Ae^{pt}$$

6. p түбірін анықтау үшін эквиваленттік теңдеу әдісімен дифференциалдық теңдеуді (екінші нүкте) пайдаланып сипаттамалық теңдеу құрамыз:

$$0 = r + Lp$$

Осыдан

$$p = -\frac{r}{L} = -\frac{2}{0,01} = -200 \text{ сек}^{-1}.$$

7. A интегралдау константасын анықтау үшін бірінші коммутация заңына сәйкес теңдеу құрылады:

$$i(0_-) = i(0_+)$$

Ауыстыру алдында тізбекте ток болған жоқ, ал ауыстырғаннан кейін тізбектегі ток күштелген және бос компоненттердің қосындысына тең:

$$i(0_-) = \frac{E}{R+r} = \frac{100}{3+2} = 20 \text{ А;}$$

$$i(0_+) = i_{пр} + i_{св} = i_{пр} + Ae^{pt} \text{ А.}$$

$t=0$ уақытындағы жалпы токтың өрнегін жазамыз:

$$20 = i_{пр} + Ae^{pt} = i_{пр} + A = 50 + A.$$

Біз алып жатырмыз

$$A = -30 \text{ А.}$$

Ағымдағы еркін компонент заңға сәйкес өзгереді:

$$i_{св} = Ae^{pt} = -30e^{-200t}$$

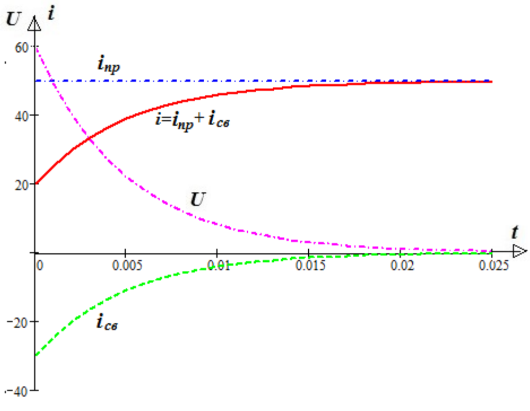
8. Сонда жалпы өтпелі токты көрсетуге болады:

$$i(t) = 50 - 30e^{-200t}.$$

9. Индуктивтік индукторлардағы кернеу:

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt} = 0{,}001\frac{d(50-30e^{-200t})}{dt} = 0{,}001\cdot(-30)\cdot(-200)\cdot e^{-200t} = 60e^{-200t}$$

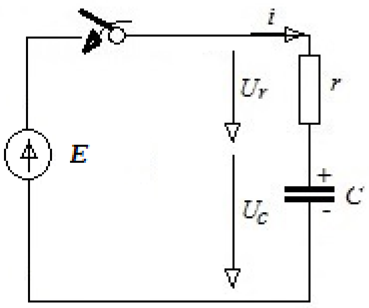
Индуктор тогы мен кернеу графиктері 22-суретте көрсетілген.



Сурет 22 - 1.3.2-тапсырмаға өтпелі процестегі индуктивтіліктегі ток пен кернеу графиктері

Тапсырма 1.3.3

ЭҚК тұрақты тізбекте қысқа тұйықталу пайда болады (23-сурет): $E = 100$ В, С=100·10^{-6} Ф және $r = 5$ Ом. Конденсаторды қосқанға дейінгі кернеу U_0=20 В болды. Конденсатордағы кернеу мен өтпелі режимдегі ток күшін анықтаңыз.



23 сурет - 1.3.3 тапсырмаға схема

Шешімі:

1. Ауыстырудан кейінгі тізбек үшін теңдеуді екінші Кирхгоф заңы бойынша жазамыз

$$E = U_r + U_C$$

2. Алынған теңдеуде өтпелі процестің функциясын таңдаңыз. Сыйымдылығы бар тізбекте конденсатордағы кернеу кенеттен өзгере алмайды. Біз дифференциалдық теңдеуді аламыз:

$$E = I \cdot r + U_C = rC\frac{du_C}{dt} + U_C$$

өйткені конденсатормен тізбектегі ток келесі өрнекпен анықталады:

$$i = C\frac{du_C}{dt}$$

3. Конденсатордағы кернеудің толық шешімі мәжбүрлі және бос компоненттердің қосындысы ретінде ұсынылған:

$$u_C = u_{Cnp} + u_{Cсв}$$

4. Мәжбүрлі компонент тұрақты күйдегі кернеуге тең. Бұл кернеу коммутациядан кейінгі тізбек үшін анықталады. Тармақталмаған тізбекте конденсатор қолданылатын кернеу мәніне дейін зарядталады:

$$u_{Cnp} = u_{Cуст} = E = 100 \text{ В.}$$

5. Еркін компонент келесі өрнекпен анықталады:

$$u_{Cсв} = Ae^{pt}$$

6. p түбірін анықтау үшін сипаттамалық теңдеу құрамыз:

$$0 = rC + 1$$

Осыдан

$$p = -\frac{1}{rC} = -\frac{1}{5 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = -2000 \text{ сек-1.}$$

7. *A* интегралдау константасын анықтау үшін екінші коммутация заңына сәйкес теңдеу құрылады:

$$u_C(0_-) = u_C(0_+)$$

Ауыстырар алдында конденсатор кернеуге зарядталған *U₀*, және тізбектегі ауыстырудан кейін мәжбүрлі және бос компоненттердің қосындысына тең:

$$u_C(0_-) = 20\text{ В};$$
$$u_C(0_+) = u_{Cпр} + u_{Cсв} = u_{Cпр} + Ae^{pt} \cdots$$

t=0 уақытындағы жалпы кернеудің өрнегін жазамыз:

$$20 = u_{C\,пр} + Ae^{pt} = u_{Cпр} + A = 100 + A$$

Біз алып жатырмыз

$$A = -80\text{ В}.$$

Кернеудің бос компоненті заңға сәйкес өзгереді:

$$u_{Cсв} = Ae^{pt} = -80e^{-2000t}$$

8. Сонда өтпелі кезеңдегі конденсатордағы жалпы кернеуді көрсетуге болады:

$$u(t) = 100 - 80e^{-2000t}.$$

9. *u(t)* графигін құру үшін уақыт тұрақтысын анықтау керек:

$$\tau = \left|\frac{1}{p}\right| = rC = 5 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 0{,}0005\text{ сек.}$$

Сонда шешімді τ арқылы жазуға болады:

$$u_C(t) = u_{Cпр} + Ae^{-\frac{t}{\tau}} = 100 - 80e^{-\frac{t}{0.0005}}$$

0τ τ, 2τ,3τ, 4τ, 5τ уақыттарында біз кернеудің еркін компонентін табамыз:

$$u_C(0) = -80e^{0} = -80\text{ В};$$
$$u_C(\tau) = -80e^{-1} = \frac{-80}{2{,}72} = -29{,}4\text{ В};$$

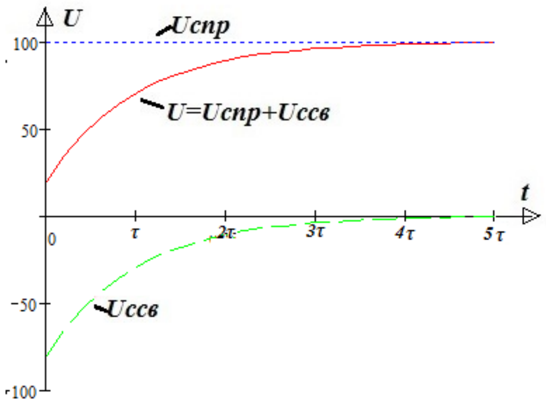
$$u_C(2\tau) = -80e^{-2} = \frac{-29{,}4}{2{,}72} = -10{,}8 \text{ В;}$$

$$u_C(3\tau) = -80e^{-3} = \frac{-10{,}8}{2{,}72} = -3{,}97 \text{ В;}$$

$$u_C(4\tau) = -80e^{-4} = \frac{-3{,}97}{2{,}72} = -1{,}46 \text{ В;}$$

$$u_C(5\tau) = -80e^{-5} = \frac{-1{,}46}{2{,}72} = -0{,}54 \text{ В.}$$

Алынған нүктелерді пайдаланып, еркін компоненттің графигін құрамыз. Мәжбүрлі және бос компоненттердің ординаталарын қорытындылай отырып, біз толық кернеу графигін аламыз (24-сурет).



Сурет 24 - 1.3.3 тапсырмасына өтпелі процесс кезіндегі конденсатордағы кернеудің графиктері

10. Конденсатормен тізбектегі ток келесі өрнекпен анықталады:

$$i = C\frac{du_C}{dt} = C\frac{d(100-80e^{-2000t})}{dt} = 100\cdot10^{-6}\cdot(-80)\cdot(-2000)e^{-2000t} = 16e^{-2000t}$$

0τ τ, 2τ, 3τ, 4τ, 5τ уақыттарын орнатып, токтың бос компонентін табамыз:

$$i(0) = 16e^{0} = 16 \text{ А};$$

$$i(\tau) = 16e^{-1} = \frac{-16}{2,72} = 5,88 \text{ А};$$

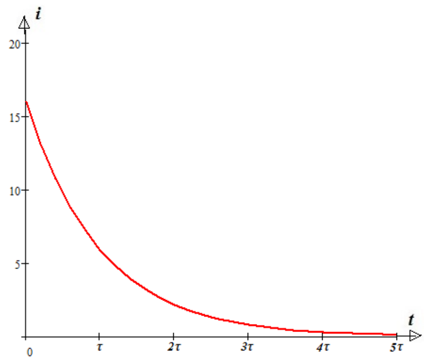
$$i(2\tau) = 16e^{-2} = \frac{5,88}{2,72} = 2,16 \text{ А};$$

$$i(3\tau) = 16e^{-3} = \frac{2,16}{2,72} = 0,79 \text{ А};$$

$$i(4\tau) = 16e^{-4} = \frac{0,79}{2,72} = 0,29 \text{ А};$$

$$i(5\tau) = 16e^{-5} = \frac{0,29}{2,72} = 0,1 \text{ А}.$$

Алынған нүктелерді қолдана отырып, ағымдағы график құрамыз (25-сурет).



25 сурет - 1.3.3 тапсырмасына конденсаторы бар тізбектегі токтың графигі

Тапсырма 1.3.4

Тұрақты ЭҚК бар тізбекте қысқа тұйықталу пайда болады (26-сурет):. Өтпелі режимдегі индуктивтілік арқылы $E = 100$ В, L=0,01 Гн, $r = 2$ Ом және $r_1 = 3$ Ом. ток күшін анықтаңыз.

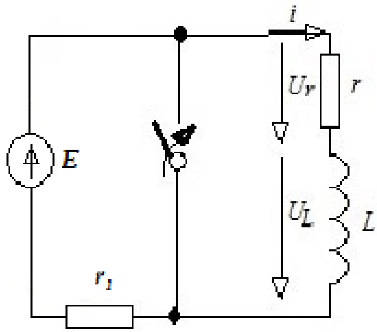
Шешімі:

Бұл тізбектің есебі жоғарыда қарастырылғандай жүзеге асырылады. Индуктивті қысқа тұйықтаудан кейін индуктивтілігі бар тізбектегі ЭҚК 0 болады.

$$0 = U_r + U_L$$

$$0 = I \cdot r + L\frac{di}{dt}$$

$$i(t) = i_{пр} + i_{св}$$



26 сурет - 1.3.4-тапсырмаға схема

Бұл жағдайда :

$$i_{пр} = i_{уст} = 0 \text{ А.}$$

Еркін компонент келесі өрнекпен анықталады:

$$i_{св} = Ae^{pt}$$

Сипатталған теңдеу келесідей болады:

$$0 = r + Lp$$

Осыдан

$$p = -\frac{r}{L} = -\frac{2}{0,01} = -200 \text{ сек}^{-1}.$$

A интегралдау константасы бірінші коммутация заңына сәйкес теңдеуден анықталады:

$$i(0_-) = i(0_+)$$

Тізбектегі ауысу алдындағы ток екі қарсылықпен шектеледі, ал ауысқаннан кейін тізбектегі ток күштелген және бос компоненттердің қосындысына тең:

$$i(0_-) = \frac{E}{r + r_1} = \frac{100}{2+3} = 20 \text{ A};$$

$$i(0_+) = i_{пр} + i_{св} = i_{пр} + Ae^{pt}.$$

$t=0$ уақытындағы жалпы токтың өрнегін жазамыз:

$$20 = i_{пр} + Ae^{pt} = i_{пр} + A = 0 + A$$

Біз алып жатырмыз

$$A = 20 \text{ A}.$$

Ағымдағы еркін компонент заңға сәйкес өзгереді:

$$i_{св} = Ae^{pt} = 20e^{-200t}$$

Жалпы өтпелі ток бос компонентке тең болады:

$$i(t) = 20e^{-200t} \,.$$

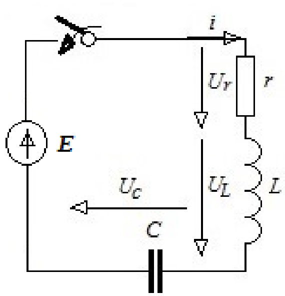
Тапсырма 1.3.5

ЭҚК тұрақты тізбекте қысқа тұйықталу пайда болады (27-сурет). $E = 100$ В, С=100·10^{-6} Ф, L=0,01Гн және $r = 50$ Ом Конденсатордың кернеуі мен өтпелі режимдегі тогын анықтаңыз.

Шешімі:

Екі энергия сақтау элементі бар тізбекті есептеу процедурасы бір энергияны сақтайтын тізбектерге ұқсас. Бұл жағдайда есептеу конденсатордағы кернеу арқылы жүзеге асырылады:

$$E = U_r + U_L + U_C$$



27 сурет - 1.3.5-тапсырмаға схема

Дифференциалдық теңдеу келесідей болады:

$$E = LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + rC\frac{du_C}{dt} \cdot r + U_C$$

өйткені конденсатормен тізбектегі ток келесі өрнекпен анықталады:

$$i = C\frac{du_C}{dt}$$

Біз конденсатордағы кернеудің толық шешімін мәжбүрлі және бос компоненттердің қосындысы ретінде ұсынамыз:

$$u_C = u_{Cпр} + u_{Cсв}$$

Мәжбүрлі компонент тұрақты кернеуге тең:

$$u_{Cпр} = u_{Cуст} = E = 100 \text{ В.}$$

Еркін компонент келесі өрнекпен анықталады:

$$u_{Cсв} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

p_1 және p_2 түбірлері келесі өрнекпен есептеледі:

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{U_C}{LC} = 0$$

Осыдан

$$p_{1,2} = -\frac{r}{2L} \pm \sqrt{\frac{r^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} = 0$$

p1 = -208,7 сек-1;

p1 = -4791 сек-1.

A_1 және A_2 интегралдық тұрақтыларын анықтау үшін олар коммутация заңдарына сәйкес теңдеулер жүйесін құрайды:

$$\left.\begin{array}{l} u_C(0_-) = u_C(0_+) \\ i(0_-) = i(0_+) \end{array}\right\}$$

Ауыстырар алдында конденсатор зарядталмады және тізбекте ток болмады. Ауыстырғаннан кейін конденсатор кернеуге толық зарядталды және ток нөлге айналды:

$$u_C(0_-) = 0 \text{ В}; \; i(0_-) = 0 \text{ А}$$

$$u_C(0_+) = u_{Cпр} + u_{Cсв} = u_{Cпр} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} \quad \ldots$$

$$i(0_+) = i_{пр} + Cp_1 A_1 e^{p_1 t} + Cp_2 A_2 e^{p_2 t}$$

$t=0$ уақытына өрнектер жазуға болады:

$$0 = u_{Cпр} + u_{Cсв} = u_{Cпр} + A_1 + A_2$$

$$0 = i_{пр} + Cp_1 A_1 + Cp_2 A_2$$

Теңдеулер жүйесін шешіп, интегралдау тұрақтылары анықталады:

$$A_1 = -104{,}5$$

$$A_2 = 4{,}5 \; .$$

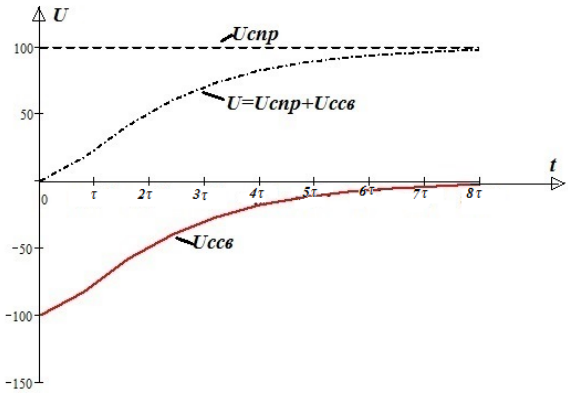
Кернеудің бос компоненті заңға сәйкес өзгереді:

$$u_{Cсв} = -104{,}5 e^{-208{,}7t} + 4{,}5 e^{-4791t}$$

Содан кейін өтпелі кезеңдегі конденсатордағы жалпы кернеуді көрсетуге болады:

$$u(t) = 100 - 104{,}5 e^{-208{,}7t} + 4{,}5 e^{-4791t} \, .$$

Өтпелі процестегі конденсатор мен оның компоненттері бойынша кернеудің графиктері 28-суретте көрсетілген.

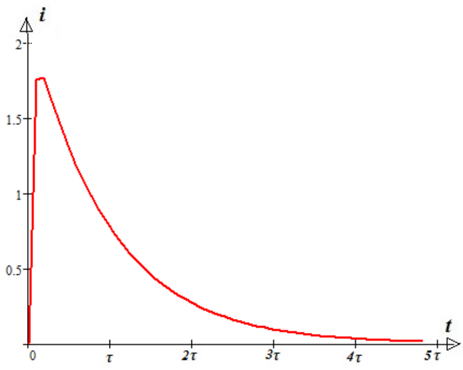


Сурет 28 - Апериодты өтпелі процесі бар конденсатордағы кернеу графиктері

Тізбектегі ток заңға сәйкес өзгереді:

$$i(t) = Cp_1 A_1 e^{p_1 t} + Cp_2 A_2 e^{p_2 t} = 2{,}18e^{-208{,}7t} - 2{,}16e^{-4791t}$$

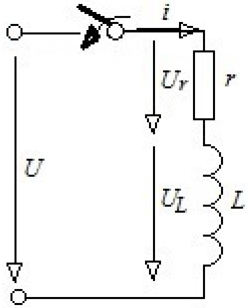
Ағымдағы график 29-суретте көрсетілген.



29 сурет - Апериодты өтпелі токтың графигі

Тапсырма 1.3.6

Синусоидалы ЭҚК бар тізбекте тұйықталу пайда болады (30-сурет): $e(t) = 100 \cdot \sin(314t + 33)$ В, L=0,01 Гн және $r = 2$ Ом. Өтпелі режимдегі ағымдық өзгеру заңын анықтаңыз.



30 сурет - 1.3.6-тапсырмаға схема

Шешімі:

Есептеу тәртібі бұрынғы.

Ауыстырудан кейінгі тізбек үшін Кирхгофтың екінші заңы бойынша теңдеуді жазамыз, содан кейін дифференциалдық теңдеуді жазамыз:

$$E = U_r + U_L$$

$$E = I \cdot r + L\frac{di}{dt}$$

Біз токтың толық шешімін мәжбүрлі және еркін компоненттердің қосындысы ретінде ұсынамыз:

$$i(t) = i_{пр} + i_{св}$$

Мәжбүрленген ток тұрақты күйге тең:

$$i_{np} = i_{ycm} = \frac{U_m}{Z}\sin(wt + \alpha - \varphi)\cdot$$

Жалпы кедергі және фаза бұрышы өрнектермен анықталады:

$$Z = \sqrt{r^2 + (wL)^2} = \sqrt{2^2 + (314 \cdot 0.01)^2} = 3.723 \text{ Ом;}$$

$$\varphi = arctg\left(\frac{wL}{r}\right) = arctg\,\frac{314 \cdot 0.01}{2} = 57{,}5^0\cdot$$

Сонда мәжбүр ток келесі өрнекпен ұсынылатын болады:

$$i_{np} = i_{ycm} = \frac{100}{3{,}723}\sin(314t + 33 - 57{,}5) = 26{,}861 \cdot \sin(314t + -24{,}5)$$

Еркін компонент келесі өрнекпен анықталады:

$$i_{cs} = Ae^{pt}$$

p түбірін анықтау үшін сипаттамалық теңдеу құрамыз:

$$0 = r + Lp$$

Осыдан

$$p = -\frac{r}{L} = -\frac{2}{0{,}01} = -200 \text{ сек}^{-1}.$$

Интегралдау константасын анықтау үшін бірінші коммутация заңына сәйкес теңдеу құрылады:

$$i(0_-) = i(0_+)$$

Ауыстыру алдында тізбекте ток болған жоқ, ал ауыстырғаннан кейін тізбектегі ток күштелген және бос компоненттердің қосындысына тең:

$$i(0_-) = 0 \text{ А};$$
$$i(0_+) = i_{np} + i_{св} = i_{np} + Ae^{pt}.$$

t=0 уақытындағы жалпы токтың өрнегін жазамыз:

$$0 = i_{np} + Ae^{pt} = 26{,}861 \cdot \sin(314t + -24{,}5) + A$$

Біз алып жатырмыз

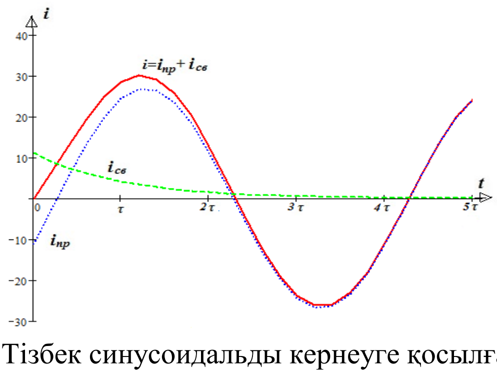
$$A = 11{,}141 \text{ А}.$$

Ағымдағы еркін компонент заңға сәйкес өзгереді:

$$i_{св} = Ae^{pt} = 11{,}141 e^{-200t}$$

Сонда жалпы өтпелі токты көрсетуге болады (31-сурет):

$$i(t) = 26{,}861 \cdot \sin(314t - 24{,}5) + 11{,}141 e^{-200t}.$$



31-сурет - Тізбек синусоидальды кернеуге қосылған кезде өтпелі токтың графигі

1.4 Mathcad бағдарламасын өтпелі процесстерді классикалық әдіспен есептеулерге қолдану

Тапсырма 1.4.1

1.3-тармақтың 1.3.1-тапсырмасын қарастырайық (19-сурет).

Шешім:

Бастапқы деректер

$r := 2 \qquad L := 0.01 \qquad U := 100$

Мәжбүрлі токты анықтауға арналған есептеу формуласы

$$ip := \frac{U}{r}$$

$$ip = 50$$

Сипаттамалық теңдеудің түбірін анықтауға арналған есептеу формуласы

$$r + L\cdot p = 0 \text{ solve}, p \rightarrow -200.$$
$$p := -200$$

Тұрақты интеграцияны анықтауға арналған есептеу формуласы

$$0 = ip + A \text{ solve}, A \rightarrow -50$$
$$A := -50$$

Тұрақты уақытты анықтауға арналған есептеу формуласы

$$\tau := \frac{-1}{p}$$
$$\tau = 5 \times 10^{-3}$$

Графиктерді құру үшін мәжбүрлі және еркін компоненттердің, өтпелі токтың өрнектері

$$ip(t) := ip$$

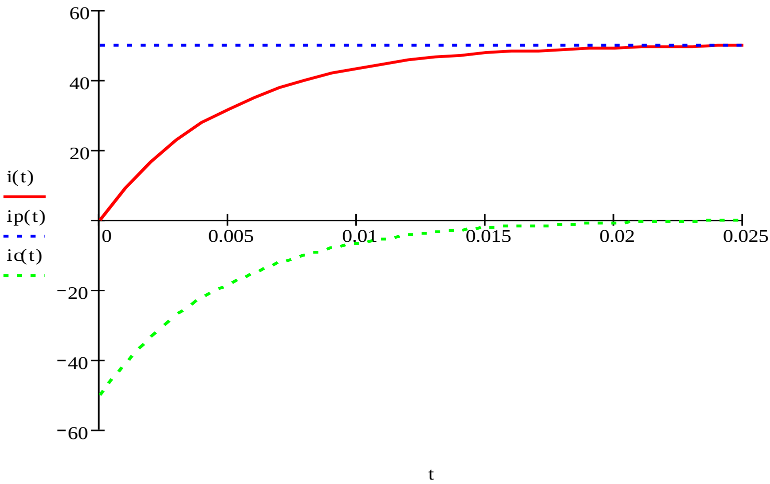
$$ic(t) := A \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i(t) := ip(t) + ic(t)$$

Тұрақты уақыттан кейін көрсетілген уақыт кестесі

$$t := 0, \frac{\tau}{5} .. 5 \cdot \tau$$

Ток және өтпелі процесстегі ток құраушыларының графиктері



Тапсырма 1.4.2

1.3-тармақтың 1.3.2-тапсырмасын қарастырайық (21-сурет).

Шешім:

Бастапқы деректер

$$r := 3 \qquad R := 2 \qquad L := 0.01 \qquad U := 100$$

Мәжбүрлі токты анықтауға арналған есептеу формуласы

$$ip := \frac{U}{R}$$

$$ip = 50$$

Сипаттамалық теңдеудің түбірін анықтауға арналған есептеу формуласы

$$R + L \cdot p = 0 \text{ solve}, p \rightarrow -200.$$
$$p := -200$$

Тұрақты интеграцияны анықтауға арналған есептеу формуласы

$$\frac{U}{r + R} = ip + A \text{ solve}, A \rightarrow -30$$
$$A := -30$$

Тұрақты уақытты анықтауға арналған есептеу формуласы

$$\tau := \frac{-1}{p}$$

$$\tau = 5 \times 10^{-3}$$

Графиктерді құру үшін мәжбүрлі және еркін компоненттердің, өтпелі токтың өрнектері

$$ip(t) := ip$$

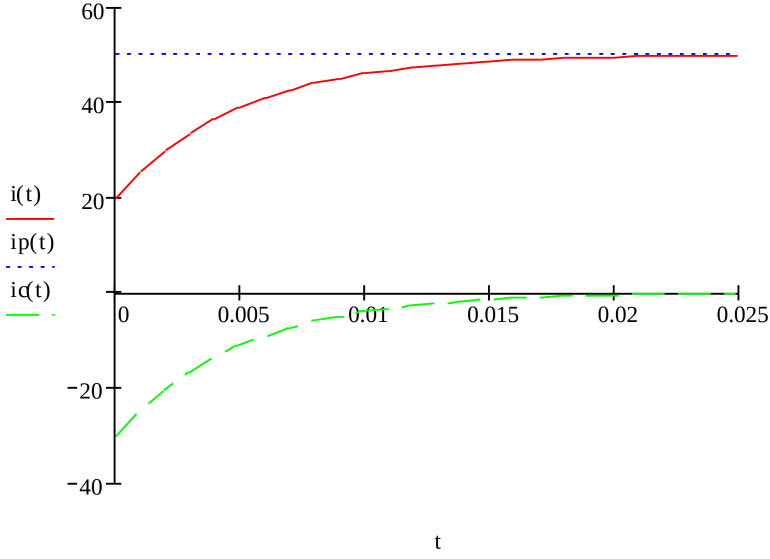
$$ic(t) := A \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i(t) := ip(t) + ic(t)$$

Тұрақты уақыттан кейін көрсетілген уақыт кестесі

$$t := 0, \frac{\tau}{5} .. 5 \cdot \tau$$

Ток және өтпелі процесстегі ток құраушыларының графиктері



Тапсырма 1.4.3
1.3-тармақтың 1.3.3-тапсырмасын қарастырайық (23-сурет).
Шешім:
Бастапқы деректер

$$r := 5 \qquad U0 := 20 \qquad C := 100 \cdot 10^{-6} \qquad U := 100$$

Мәжбүрлі кернеуді анықтауға арналған есептеу формуласы

$$Ucp := U$$

$$Ucp = 100$$

Сипаттамалық теңдеудің түбірін анықтауға арналған есептеу формуласы

$$1 + r \cdot C \cdot p = 0 \text{ solve}, p \;\rightarrow -2000$$
$$p := -2000$$

Тұрақты интеграцияны анықтауға арналған есептеу формуласы

$$U0 = Ucp + A \text{ solve}, A \;\rightarrow -80$$

$$A1 := -80$$

Тұрақты уақытты анықтауға арналған есептеу формуласы

$$\tau := \frac{-1}{p}$$

$$\tau = 5 \times 10^{-4}$$

Графиктерді құру үшін мәжбүрлі және еркін компоненттердің өрнектері, өтпелі процестің кернеуі

$$Ucp(t) := Ucp$$

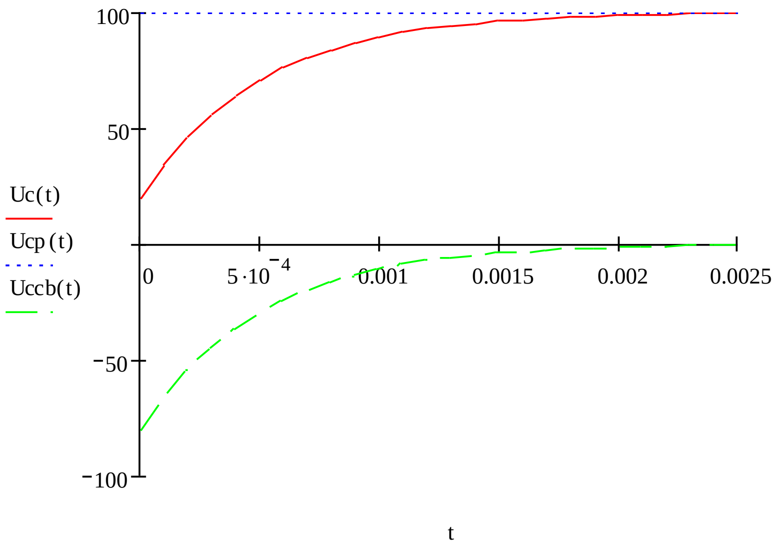
$$Uccb(t) := A \cdot e^{p \cdot t}$$

$$Uc(t) := Ucp(t) + Uccb(t)$$

Уақыт тұрақтысы арқылы өрнектелетін график құруға арналған уақыт диапазоны

$$t := 0, \frac{\tau}{5} .. 5 \cdot \tau$$

Ток және өтпелі процесстегі ток құраушыларының графиктері



Тапсырма 1.4.4
1.3-тармақтың 1.3.4-тапсырмасын қарастырайық (26-сурет).
Шешім:
Бастапқы деректер

$$r := 2 \qquad r1 := 3 \qquad L := 0.01 \qquad U := 100$$

Мәжбүрлі токты анықтауға арналған есептеу формуласы

$$ip := 0$$

$$ip = 0$$

Сипаттамалық теңдеудің түбірін анықтауға арналған есептеу формуласы

$$r + L \cdot p = 0 \text{ solve}, p \;\rightarrow -200.$$

$$p := -200$$

Коммутацияға дейінгі токты анықтауға арналған есептеу формуласы

$$i := \frac{E}{r + r1}$$

$$i = 20$$

Тұрақты интеграцияны анықтауға арналған есептеу формуласы

$$A := 20 = ip + A \text{ solve}, A \;\rightarrow 20$$

$$A = 20$$

Тұрақты уақытты анықтауға арналған есептеу формуласы

$$\tau := \frac{-1}{p}$$

$$\tau = 5 \times 10^{-3}$$

Токтың мәжбүрлі компоненті нөлге тең болғандықтан, сондықтан өтпелі процестің тогы бос компонентке тең болғандықтан, біз график құру үшін токтың, өтпелі токтың еркін компонентінің өрнегін жазамыз

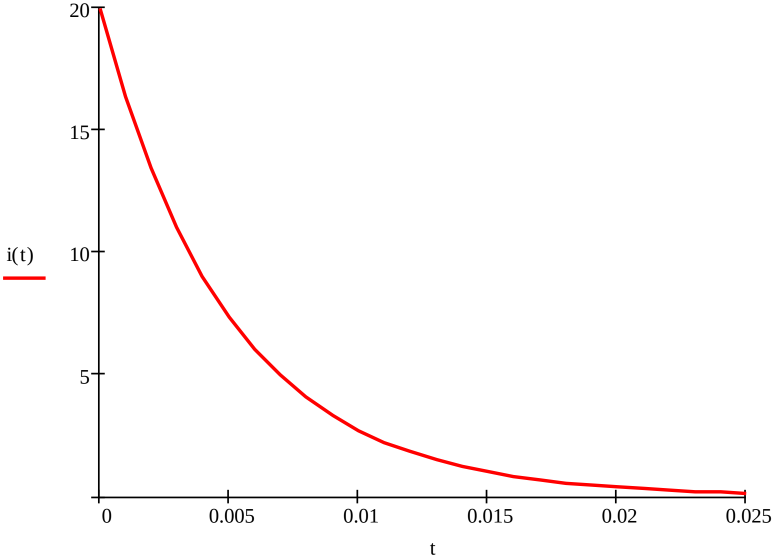
$$ic(t) := A \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i(t) := ic(t)$$

Уақыт тұрақтысы ретінде көрсетілген графикті құруға арналған уақыт диапазоны

$$t := 0, \frac{\tau}{5} .. 5 \cdot \tau$$

Өтпелі процес кезіндегі ток графигі



Тапсырма 1.4.5

1.3-тармақтың 1.3.5-тапсырмасын қарастырайық (27-сурет).

Шешім:

Бастапқы деректер

$$r := 50 \qquad C := 100 \cdot 10^{-6} \qquad U := 100 \qquad L := 0.01$$

Мәжбүрлі кернеу мен токты анықтауға арналған есептеу формулалары

$$Ucp := U$$

$$Ucp = 100$$
$$ip := 0$$

Сипаттамалық теңдеудің түбірлерін анықтауға арналған есептеу формулалары

$$p1 := \frac{-r}{2 \cdot L} + \sqrt{\frac{r^2}{4 \cdot L^2} - \frac{1}{L \cdot C}} = p \text{ solve}, p \;\rightarrow -208.7121525220799967$$

$$p1 = -208.712$$

$$p2 := \frac{-r}{2 \cdot L} - \sqrt{\frac{r^2}{4 \cdot L^2} - \frac{1}{L \cdot C}} = p \text{ solve}, p \;\rightarrow -4791.287847477920003$$

$$p2 = -4.791 \times 10^3$$

Тұрақты интеграцияны анықтауға арналған есептеу формулалары

$$\text{Given}$$
$$0 = Ucp + A1 + A2$$

$$0 = C \cdot A1 \cdot p1 + C \cdot A2 \cdot p2$$

$$\begin{pmatrix} A1 \\ A2 \end{pmatrix} := \text{Find}(A1, A2) \rightarrow \begin{pmatrix} -104.5544725589980953 \\ 4.5544725589980953950 \end{pmatrix}$$

$$A1 = -104.554$$

$$A2 = 4.554$$

Тұрақты уақытты анықтауға арналған есептеу формуласы

$$\tau := \frac{-1}{p}$$

$$\tau = 4.791 \times 10^{-3}$$

Графиктерді құру үшін мәжбүрлі және еркін компоненттердің өрнектері, өтпелі процестің кернеуі

$$Ucp(t) := Ucp$$

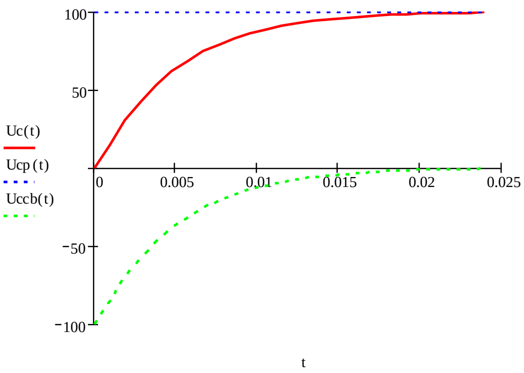
$$Uccb(t) := A1 \cdot e^{p1 \cdot t} + A2 \cdot e^{p2 \cdot t}$$

$$Uc(t) := Ucp(t) + Uccb(t)$$

Тұрақты уақыттан кейін көрсетілген уақыт кестесі

$$t := 0, \frac{\tau}{5} .. 5 \cdot \tau$$

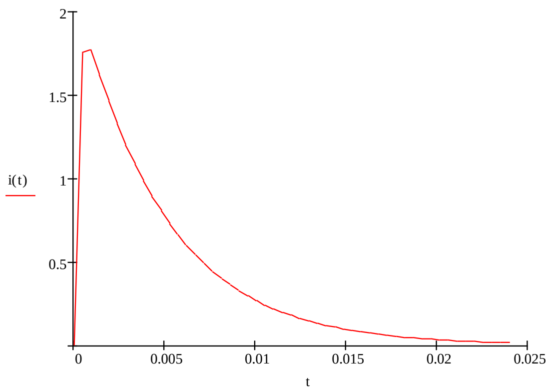
Өтпелі процесс кезеңдегі конденсатордағы кернеу мен кернеуді құрайтын графиктер



Токтың мәжбүрлі компоненті нөлге тең, сондықтан өтпелі ток бос компонентке тең. Графиктерді құру үшін өтпелі токтың өрнегі

$$i(t) := \left(C \cdot p1 \cdot A1 \cdot e^{p1 \cdot t} + C \cdot p2 \cdot A2 \cdot e^{p2 \cdot t}\right)$$

Өтпелі процес кезіндегі ток графигі



Тапсырам 1.4.6
1.3-тармақтың 1.3.6-тапсырмасын қарастырайық (30-сурет).
Шешім:
Бастапқы деректер

$$r := 2 \qquad L := 0.01 \qquad w := 314 \qquad u := 100 \qquad \alpha := 33 \cdot deg$$

$$U(t) := u \cdot \sin\left(w \cdot t + \alpha\right)$$

Белсенді және реактивті компоненттер арасындағы тізбектің кедергісі мен фазалық ығысу бұрышын анықтауға арналған есептеу формулалары

$$Z := \sqrt{r^2 + (w \cdot L)^2} \qquad Z = 3.723$$

$$\phi := \operatorname{atan}\left(\frac{w \cdot L}{r}\right)$$

$$\phi = 57.505 \deg$$

Мәжбүрлі токты анықтауға арналған есептеу формуласы

$$ip(t) := \frac{u}{Z} \cdot \sin(w \cdot t + \alpha - \phi)$$

$$ip(t) \text{ float}, 3 \ \rightarrow 26.9 \cdot \sin(314. \cdot t + 33. \cdot \deg - 1.00)$$

Сипаттамалық теңдеудің түбірін анықтауға арналған есептеу формуласы

$$p := r + L \cdot p = 0 \text{ solve}, p \ \rightarrow -200.$$

$$p = -200$$

Тұрақты интеграцияны анықтауға арналған есептеу формуласы

$$A := 0 = \frac{u}{Z} \cdot \sin(\alpha - \phi) + A \text{ solve}, A \ \rightarrow \cdot$$

$$A = 11.141$$

Тұрақты уақытты анықтауға арналған есептеу формуласы

$$\tau := \frac{-1}{p}$$

$$\tau = 5 \times 10^{-3}$$

Графиктерді құру үшін мәжбүрлі және еркін компоненттердің, өтпелі токтың өрнектері

$$ip(t) := \frac{u}{Z} \cdot \sin(w \cdot t + \alpha - \phi)$$

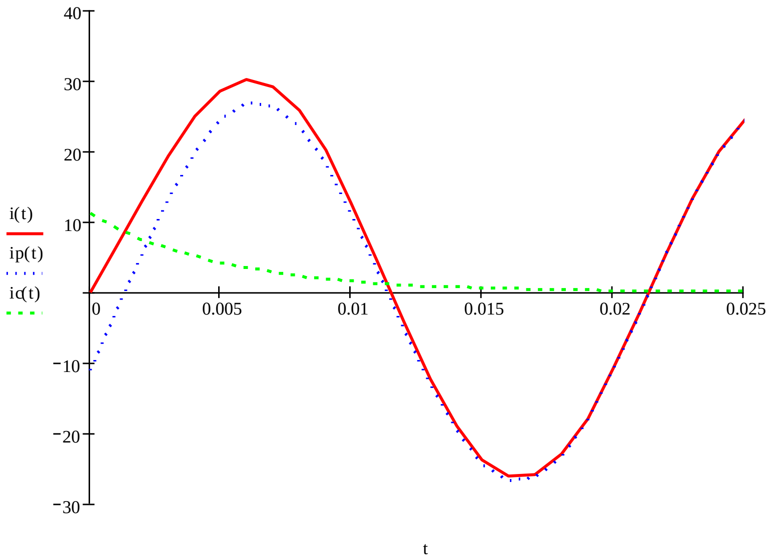
$$ic(t) := A \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i(t) := ip(t) + ic(t)$$

Тұрақты уақыттан кейін көрсетілген уақыт кестесі

$$t := 0, \frac{\tau}{5} .. 5 \cdot \tau$$

Ток және өтпелі процесстегі ток құраушыларының графиктері



2 Өтпелі процестерді есептеудің операторлық әдісі
2.1 Операторлық әдістің теориялық негіздері

Оператор әдісінің идеясы - нақты айнымалы уақыт функциялары t-оператор деп аталатын кейбір күрделі айнымалы функциялармен алмастырылады:

$$p = s + j\,\delta, \tag{70}$$

Осы ауыстырудың нәтижесінде өтпелі режимдегі токтар мен кернеулердің арақатынасын сипаттайтын дифференциалдық - Интегралдық теңдеулер алгебралық теңдеулермен алмастырылады. Алгебралық теңдеулер жүйесін шешу дифференциалды-интегралдық теңдеулер жүйесін шешуге қарағанда әлдеқайда жеңіл болғандықтан, оператор әдісінің артықшылығы айқын және бұл әдіс электротехникада ғана емес, ғылымның басқа салаларында да кеңінен қолданылады.

Берілген *f(t)* уақыт функциясы **бастапқы функция** немесе **түпнұсқа** деп аталады. Айнымалыны ауыстыру нәтижесінде алынған *F(p)* функциясы **сурет** деп аталады. Бұл функциялар бір-біріне тең емес. Сондықтан олардың арасында тең емес, сәйкестік белгісі бар:

$$f(t) \doteqdot F(p) \tag{71}$$

Өтпелі процесті оператор әдісімен есептеуді екі кезеңге бөлуге болады:

1. Берілген уақыт функцияларын операторға аудару, бұл есептеуді алгебралық теңдеулер жүйесін шешуге азайтуға мүмкіндік береді.
2. Жүргізілген есептеуден алынған оператор функцияларын уақытша функцияларға ауыстыру, яғни токтардың, кернеулердің және т. б. нақты мәндерін анықтау.

Мәселенің бірінші бөлігі Лаплас түрлендіруімен шешіледі:

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t)\,dt \tag{72}$$

немесе Карсон түрлендірулері

$$F_K(p) = p\int_0^{\infty} e^{-pt} f(t)dt \qquad (73)$$

мұндағы

t -уақыт;

p = s + j δ — оператор;

f(t —берілген түпнұсқа;

F(p) —изображение.

(72) немесе (73) түрлендіруді жүзеге асыру үшін *f(t)* функциясы *t>0* кезінде үздіксіз немесе үздіксіз болуы керек, сонымен қатар шектеулі Өсу реті болуы керек, яғни берілген функция үшін *M* және s_0 оң сандары көрсетілуі мүмкін

$$\left| f(t) \prec Me^{s_0 t} \right|, \qquad (74)$$

сондықтан $s_0 < s = Re\ (p)$ кезінде

$$\lim_{t\to\infty}\left[e^{-pt} f(t)\right] \to 0\,. \qquad (75)$$

Осы шектеулермен интеграл $\int_0^{\infty} e^{-pt} f(t)dt$ бар, яғни функцияның операторлық бейнесін табуға болады. Айта кету керек, тұрақты және синусоидалы және басқа да іс жүзінде қолданылатын Токтар мен кернеулер үшін бұл шектеулер орындалады, яғни оператор әдісі оларды есептеуге қолданылады.

Түпнұсқадан кескінге ауысу үшін Карсон—Хевисайд түрлендірулері деп те аталатын Карсон (73) түрлендіруді қолданған кезде түпнұсқалар мен суреттердің өлшемдері сәйкес келеді, ал тұрақты мән тұрақты болып қалады. Бұл, әрине, есептеуді де, тексеруді де жеңілдетеді.

Алайда, әдебиеттің едәуір бөлігінде Фурье түрлендіруіне сәйкес келетін Лаплас (72) түрлендіруге артықшылық беріледі, ал соңғысы тізбекті талдау үшін кеңінен қолданылатын жиілік әдісінің негізі болып табылады (бұл әдіс төменде қарастырылады). Лаплас пен Карсон — Хевисайд жүйелерінің арасында түбегейлі айырмашылық болмағандықтан және олардың біреуін қолдануды үйреніп, қаласаңыз, басқа жүйені қолдануға оңай ауыса аласыз, көптеген оқулықтарда қабылданған Лаплас түрлендіруін қолдану ұсынылады, әсіресе жоғары Математиканың арнайы тарауларында бұл түрлендіру де берілген.

Тапсырманың екінші бөлігі-белгілі кескіннен түпнұсқаны табу-Лапластың кері түрленуімен шешілуі мүмкін

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{s_0 - j\infty}^{s_0 + j\infty} F(p)e^{pt}dp \cdot \tag{76}$$

(76) негізінде кері өтудің бірқатар практикалық әдістері шығарылды, оларға осы интеграл тек жасырын түрде кіреді.

2.1.2 Ең қарапайым функциялардың операторлық бейнелері және операторлық есептеудің кейбір теоремалары

1. Тұрақты өлшемді кескін. Егер қарастырылатын мән уақытқа байланысты болмаса,

$$f(t) = A = const,$$

онда оның суреті (72)

$$F(p) = \int_0^\infty e^{-pt}Adt = A\left|\frac{e^{-pt}}{-p}\right|_0^\infty = \frac{A}{p} \tag{77}$$

бұл жаңа дәлелге байланысты — оператора *p.*

Өлшем өзгерді. Оператордың өлшемі [p]=с$^{-1}$, сондықтан кескіннің өлшемі уақыт өлшеміне көбейтілген түпнұсқаның өлшеміне тең.

2. Екі функцияның қосындысының кескіні (сызықтық қасиет).

Екі функцияның суреттері белгілі болсын

$$f_1(t) \risingdotseq F_1(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f_1(t)dt$$

$$f_2(t) \risingdotseq F_2(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f_2(t)dt$$

f(t) функциясының *F(p* кескінін олардың қосындысына тең (72) табу керек.

$$F(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t)dt = \int_0^\infty e^{-pt}\left[f_1(t) + f_{21}(t)\right] =$$

$$= \int_0^\infty e^{-pt} f_1(t)dt + \int_0^\infty e^{-pt} f_2(t)dt = F_1(p) + F_2(p)$$

Айырмашылықтың бейнесі туралы да айтуға болады.
Осылайша.

$$f_1(t) \pm f_2(t) \risingdotseq F_1(p) \pm F_2(p) \qquad (78)$$

3. Көрсеткіштік функцияны бейнелеу. Егер *f(t)* = e^{-at} функциясы берілсе, онда *a* — тұрақты мән, содан кейін сурет

$$F(p) = \int_0^\infty e^{-pt} e^{-at} dt = \left|\frac{e^{-(p+a)t}}{-(p+a)}\right|_0^\infty = \frac{1}{p+a}$$

Оң дәрежелі жағдайда кескіннің бөлгіші қосынды емес, айырмашылық болатыны анық.
Демек,

$$e^{\pm at} \risingdotseq \frac{1}{p \mp a}. \qquad (79)$$

4. Синус пен косинустың бейнесі.

Индикативті функцияның кескінін және Лаплас түрлендіруінің мүмкін еместігін біле отырып, *sinwt* және *coswt* кескіндерін (72) қолданбай анықтауға болады.
Шын мәнінде, Эйлер формулалары бойынша

$$\sin wt = \frac{e^{jwt} - e^{-jwt}}{2j} \tag{80}$$

$$\cos wt = \frac{e^{jwt} + e^{-jwt}}{2} \tag{81}$$

(78) және (79)сәйкес

$$\sin wt \risingdotseq \frac{1}{2j}\left(\frac{1}{p-jw} - \frac{1}{p+jw}\right) = \frac{1}{2j}\cdot\frac{p+jw-p+jw}{p^2+w^2} = \frac{w}{p^2+w^2}$$

$$\cos wt \risingdotseq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{p-jw} - \frac{1}{p+jw}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{p+jw+p-jw}{p^2+w^2} = \frac{p}{p^2+w^2} \tag{82}$$

(81) қолдана отырып, бастапқы фазалық бұрышы α≠0 болатын синус кескінін табу оңай:

$$\sin(wt+\alpha) = \sin wt\cos\alpha + \cos wt\sin\alpha \risingdotseq \frac{w\cos\alpha + p\sin\alpha}{p^2+w^2}$$

5. Туынды кескін (дифференциалдау теоремасы).

t(t) ≓ *F(p)* екендігі белгілі болсын. Бірінші туынды суретті табыңыз

$$f'(t) = \frac{df(t)}{dt} \risingdotseq \int_0^\infty e^{-pt}\frac{df(t)}{dt}dt = \int_0^\infty e^{-pt}df(t)\cdot \tag{83}$$

Бөліктерге біріктіру:

$$\int_A^B udv = \left|u\cdot v\right|_A^B - \int_A^B vdu$$

Егер қабылдасаңыз

$$e^{-pt} = u,$$
$$df(t) = dv$$

онда

$$v = f(t),$$
$$du = -pe^{-pt}dt$$

және интеграл (83) :

$$\int_0^\infty e^{-pt}df(t) = \left| e^{-pt} f(t) \right|_0^\infty + \int_0^\infty f(t) pe^{-pt}dt =$$
$$= -f(0) + p\int_0^\infty e^{-pt} f(t)dt$$

себебі (75)сәйкес

$$\left[e^{-pt} f(t) \right]_{t=\infty} = 0.$$

Екінші термин - p операторына көбейтілген $F(p)$ кескінінен басқа ештеңе емес.

Түпкілікті иеміз

$$f'(t) \fallingdotseq pF(p) - f(0). \tag{84}$$

Нақты жағдайда, $f(0) = 0$, яғни нөлдік бастапқы жағдайда,

$$f'(t) \fallingdotseq pF(p). \tag{85}$$

Сол сияқты, сіз екінші туынды кескінді анықтай аласыз:

$$f''(t) = \frac{d}{dt}\left[\frac{df(t)}{dt} \right] \fallingdotseq p^2F(p) - pf(0) - f'(0). \tag{86}$$

Нөлдік бастапқы жағдайда, *f(0) = 0* және *f ′(0) = 0,*

$$f''(t) \doteqdot p^2 F(p). \tag{87}$$

Мұндай ерекше жағдайға мысал ретінде *r, L, C* (27-сурет) тізбегін қосуға болады, мұндағы $u_c(0) = 0$ және

$$i(0) = \left[C\frac{du_C}{dt} \right]_{t=0} = 0$$

Сонымен, нөлдік бастапқы шарттарда *n* -ші ретті туындының бейнесі функцияның өзінің кескініне p^n көбейтіндісіне тең болады.

6. Интегралдың бейнесі (интеграция теоремасы).

Егер *f(t)* ≑ *F(p)* белгілі болса , $\varphi(t) = \int f(t)dt$ функциясының суретін табыңыз.

Өйткені $f(t) = \dfrac{d\varphi(t)}{dt} \doteqdot F(p)$

(84) бойынша

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} \doteqdot p\Phi(p) - \varphi(0) \tag{88}$$

Мұндағы $\varphi(0) = \left[\int f(t)dt\right]_{t=o}$, онда

$$\varphi(t) \doteqdot \Phi(p) = \frac{1}{p}\left[F(p) + \varphi(0)\right]$$

Сонымен, егер *f(t)* —конденсатор арқылы өтетін ток болса, онда *φ(t)* — оның тақталарындағы заряд $\left(q = \int idt\right)$. Егер бастапқы сәтте конденсатор зарядталмаса, *φ(t)*=0, онда

$$\varphi(t) = \int f(t)dt \doteqdot \frac{F(p)}{p}. \qquad (89)$$

Сондықтан уақыт функциясының интеграциясы оператор формасында осы функцияның кескінін *p* операторына бөлуге сәйкес келеді.

7.Ұқсастық теоремасы.

Ұқсастық теоремасы тәуелсіз айнымалы масштаб өзгерген кезде қолданылады.

Кейбір функция төмендегідей болсын

$$f(t) \doteqdot F(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t)dt,$$

F(p) кескінін белгісіз деп санай отырып, *f(at)* функциясының суретін табамыз, мұндағы *a* — нақты оң сан. Бұл мәселені шешу үшін $at=t_1$ деп белгілейміз. Сонда

$$dt_1 = d(at) = adt, \; t = \frac{t_1}{a}. \text{ и } dt = \frac{dt_1}{a}$$

(72) бойынша

$$f(t_1) \doteqdot \int_0^\infty e^{-p\frac{t_1}{a}} f(t_1)\frac{dt_1}{a} = \frac{1}{a}\int_0^\infty e^{-p\frac{t_1}{a}} f(t_1)dt_1 = \frac{1}{a}F\left(\frac{p}{a}\right)$$

Сондықтан, егер *t* аргументі *a* есе көбейсе, онда р аргументі бірдей мөлшерде азайтылуы керек, сонымен қатар алынған кескінді а-ға бөлу керек:

$$f(at) \risingdotseq \frac{1}{a}F\left(\frac{p}{a}\right) \tag{90}$$

Ұқсастық теоремасы күрделі *a* саны үшін де әділ болып қала береді.

Кейбір мысалдарды қарастырыңыз.

Мысал l. $f(t) = 1—e^{-at}$

F(p) анықтаңыз.

Шешімі. *F(p)* кескінін тұрақты және экспоненциалды функцияның кескіндерінің айырмашылығы ретінде табуға болады

$$f(t) \risingdotseq 1-e^{-at} = F(p) = \frac{1}{p} - \frac{1}{p+a} = \frac{a}{p(p+a)} \tag{91}$$

Мысал 2. Операторлық әдісті қолдана отырып, *r, L* тізбегін(19-сурет) *U* тұрақты кернеуіне қосқан кезде *i(f)* токты табыңыз.

Шешімі.

1. Кирхгофтың екінші заңы бойынша тізбекті айналып өту теңдеуі:

$$L\frac{di}{dt} + ri = U$$

2. Оператор суреттеріне өтіңіз:

$$i(t) \risingdotseq I(p) = \int_0^\infty e^{-pt} i(t)dt$$

Есептеу теңдеуі оператор түрінде болады:

$$LpI(p) + rI(p) = \frac{U}{p}$$

және ағымдағы сурет

$$I(p) = \frac{U}{p(Lp + r)} \tag{91}$$

3. Уақытша функцияларға кері өту үшін өрнекті түрлендіреміз (91)

$$I(p) = \frac{U}{pL\left(\frac{r}{L} + p\right)} \cdot \frac{U}{r} = \frac{U}{r} \cdot \frac{\frac{r}{L}}{p\left(p + \frac{r}{L}\right)}$$

Бірақ Н $\dfrac{\frac{r}{L}}{p\left(p + \frac{r}{L}\right)}$ — ұқсас (90). Сондықтан төмендегідей жазуға болады

$$I(p) \doteq i(t) = \frac{U}{r}\left(1 - e^{-\frac{r}{L}t}\right)$$

яғни, біз классикалық әдіспен алдық (20).

Алайда, күрделі тізбектерді есептеу әрдайым белгілі кесте формулаларына дейін төмендетіле бермейді. Сондықтан түпнұсқаны табу үшін **ыдырау теоремасын**, ал жалпы жағдайда Лаплас (72) кері түрлендіруді қолдану керек.

2.1.3 Ыдырау теоремасы

Егер *F(p)* операторлық бейнесі бөлшек түрінде ұсынылса:

$$F(p) = \frac{A(p)}{B(p)}, \tag{92}$$

мұндағы *A (p)* және *B (p)* — *«р»* әр түрлі дәрежедегі көпмүшелер, онда түпнұсқа, егер бөлшек болса, қолданылатын ыдырау теоремасының көмегімен анықталады:

$$\frac{A(p)}{B(p)} = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + ... + a_m p^m}{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + ... + b_n p^n}$$

келесі шарттарды қанағаттандырады:

1. Нумератордың дәрежесі деноминатордың дәрежесінен аз, яғни $m<n$;

2. *$B(p) = 0$ шартынан анықталатын $p_1, p_2,.. .p_n$ бөлгішінің барлық түбірлері әртүрлі;*

3. Бөлгіштің түбірлерінің ешқайсысы алым түбірлеріне тең емес.

Математикалық талдауға сәйкес, осы шарттарды қанағаттандыратын бөлшек қарапайым фракциялар түрінде ұсынылуы мүмкін

$$F(p) = \frac{A(p)}{B(p)} = \frac{C_1}{p-p_1} + \frac{C_2}{p-p_2} + ... + \frac{C_k}{p-p_k} + \frac{C_n}{p-p_n} \qquad (93)$$

мұндағы $p_1, p_2,.. .p_n$ - бөлгіш түбірлер.

Өрнек коэффициенттерін табыңыз (93). C_k коэффициентін анықтау үшін теңдіктің екі бөлігін де көбейтеміз (93) $(p\text{-}p_k)$, содан кейін $p = p_k$ мәндерін қабылдайсыз.

$$\frac{A(p)}{B(p)}(p - p_k) = C_1 \frac{p-p_k}{p-p_1} + C_2 \frac{p-p_k}{p-p_2} + ... + C_k + C_n \frac{p-p_k}{p-p_n}. \qquad (94)$$

$p = p_к$ кезінде теңдіктің оң жағында (94) тек C_k ғана қалады.

$F(p)$ коэффициенттерінің табылған мәндерін алмастыра отырып, біз аламыз

$$F(p) = \frac{A(p)}{B(p)} = \sum_{k=1}^{n} \left[\frac{A(p_k)}{B'(p_k)} \cdot \frac{1}{p-p_k} \right]$$

Бірақ

$$\frac{1}{p-p_k} \doteqdot e^{p_k t}$$

Демек,

$$F(p)=\frac{A(p)}{B(p)} \doteqdot \sum_{k=1}^{n}\frac{A(p_k)\cdot e^{p_k t}}{B'(p_k)} \qquad (95)$$

(95)—бұл ыдырау теоремасы.
Бөлгіштің туындысын әдеттегі жолмен немесе келесі қарапайым трюк арқылы табуға болады. Төмендегідей болсын

$$B(p)=(p-p_1)(p-p_2)...(p-p_k)...(p-p_n)$$

Бұл бөлгішті келесі түрде ұсынуға болады

$$B(p)=(p-p_k)H(p),$$

мұндағы

$$H(p)=\frac{B(p)}{p-p_k}$$

Түбірдін туындысы

$$B'(p)=1\cdot H(p)+H'(p)(p-p_k).$$

$p=p_k$ кезінде көбейткіш $(p\text{-}p_k)$ нөлге айналады және

$$B'(p_k)=H(p_k)=\left[\frac{B(p)}{p-p_k}\right]_{p=p_k} \qquad (96)$$

Ыдырау теоремасын қолданудың кейбір мысалдарын қарастырыңыз.

Мысал 1.

$$F(p)=\frac{p+2}{(p+1)(p+3)}$$, табу керек $f(t)$

Шешім:

Ыдырау теоремасы бойынша

$$F(p) = \frac{A(p)}{B(p)} \risingdotseq \sum_{k=1}^{n} \frac{A(p_k) \cdot e^{p_k t}}{B'(p_k)}$$

мұндағы $n = 2$.

Сондықтан

$$F(p) \risingdotseq f(t) = \frac{A(p_1) \cdot e^{p_1 t}}{B'(p_1)} + \frac{A(p_2) \cdot e^{p_2 t}}{B'(p_2)} \qquad (97)$$

(97) сәйкес шешім тәртібі келесідей:

1. Бөлгіштің түбірін анықтаңыз

$$B(p) = (p+1)(p+3) = 0;$$

$$p_1 = -1,\ p_2 = -3.$$

2. Бөлгіштің туындысы (96) арқылы анықталады:

$$B'(p_1) = \left[\frac{B(p)}{p - p_1}\right]_{p=-1} = p_1 + 3 = -1 + 3 = 2\ ,$$

$$B'(p_2) = \left[\frac{B(p)}{p - p_2}\right]_{p=-3} = p_2 + 3 = -3 + 3 = -2$$

3. p_1 и p_2 -ді $F(p)$ бөлшек алымына ауыстырған кезде біз аламыз

$$A(p_1) = p_1 + 2 = -1 + 2 = 1;$$

$$A(p_2) = p_2 + 2 = -3 + 2 = -1.$$

4. Біз барлық табылған мәндерді (97) алмастырамыз және қажетті түпнұсқаны анықтаймыз:

$$f(t)=\frac{1\cdot e^{-1t}}{2}+\frac{-1\cdot e^{-3t}}{-2}=0{,}5(e^{-t}+e^{-3t})\cdot$$

Тексеру:

$$F(p)=0{,}5\left(\frac{1}{p+1}+\frac{1}{p+3}\right)=0{,}5\frac{p+3+p+1}{(p+1)(p+3)}=\frac{p+2}{(p+1)(p+3)}$$

Мысал 2.

$$F(p)=\frac{p+2}{p(p+1)(p+3)}\text{, табу керек } f(t).$$

Шешімі.

1. Шарттары

$$B(p) = p(p+1)(p + 3) = 0;$$

біз аламыз:

$$p_1 = 0,\ p_2 = -1,\ p_3 = -3.$$

Егер тамырлардың біреуі нөлге тең болса, түпнұсқаның бірінші термині тұрақты санмен алынады. Бұл жағдайда ыдырау теоремасын (95) басқа түрде жазуға болады. Бөлгішті $B(p)$ ретінде ұсынуға болады

$$B(p)=pN(p)$$

мұндағы $N(p)=\dfrac{B(p)}{p}$ көпмүшелік, оның бірде-бір тамыры нөлге тең емес.

Кез келген басқа мән p үшін бөлгіштің туындысы $B(p)$ (мысалы, кезінде $p= p_k$, мұндағы $k\neq 1$) ретінде анықталады

$$B'(p_k)=\left[\frac{B(p)}{p-p_k}\right]_{p=p_k}=\left[\frac{pN(p)}{p-p_k}\right]_{p=p_k}=p_kN'(p_k)$$

Және теоремасы ыдырау болуы мүмкін түрінде жазылған:

$$F(p)=\frac{A(p)}{B(p)}=\frac{A(p)}{pN(p)}=\frac{A(p_1)}{N(p_1)}+\sum_{k=2}^{n}\frac{A(p_k)\cdot e^{p_kt}}{B'(p_k)}= \\ =\frac{A(0)}{N(0)}+\sum_{k=2}^{n}\frac{A(p_k)\cdot e^{p_kt}}{p_kN'(p_k)} \quad (98)$$

2. Біздің мысалда $N(p)=(p+1)(p+3)$.
Сондықтан

$$N(0)=1\cdot 3,$$

$$N'(p_2)=\left[\frac{N(p)}{p-p_2}\right]_{p=p_2}=p_2+3=-1+3=2$$

$$N'(p_3)=\left[\frac{N(p)}{p-p_3}\right]_{p=p_3}=p_3+1=-3+1=-2\,.$$

3. Подставляем тамыры бөлгіш алымы в:

$$A(p_1)=A(0)=2$$

$$A(p_2)=-1+2=1$$

$$A(p_3)=-3+2=-1$$

4. Қажетті түпнұсқа

$$f(t)=\frac{A(0)}{N(0)}+\frac{A(p_2)\cdot e^{p_2t}}{p_2N'(p_2)}+\frac{A(p_3)\cdot e^{p_3t}}{p_3N'(p_3)}=\frac{2}{3}+\frac{1e^{-1t}}{-1\cdot 2}+\frac{-1e^{-3t}}{-3(-2)}=\frac{2}{3}-\frac{e^{-t}}{2}-\frac{-e^{-3t}}{6}$$

2.1.4 Электр тізбегінің негізгі элементтерді алмастырудың операторлық схемалары

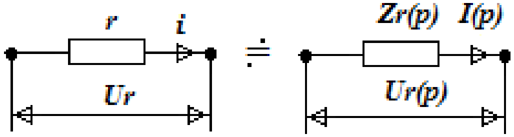
Ауыстырудың операторлық есептеу схемаларын анықтау үшін тізбектің әртүрлі элементтеріндегі Токтар мен кернеулер арасындағы тәуелділікті және осы тәуелділіктердің операторлық суреттерін жазамыз.

r белсенді кедергісіндегі ток пен кернеу (32-сурет) Ом заңымен байланысты: $u=ri$.

Оператор түрінде бұл өрнек келесідей жазылады:

$$U(p)=rI(p) \tag{99}$$

яғни, оператор түріндегі қарсылық бірдей болып қалады: $Z_r(p)=r$.



$Z_r(p)=r$

$U(p)=rI(p)$

а) б)

32-сурет-ауыстыру схемасы және белсенді кедергінің операторлық бейнесі

L индуктивтілігі бар идеалды катушкалар жағдайында (33-сурет) индуктордағы кернеу өрнек бойынша анықталады:

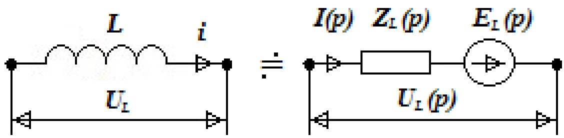
$$u_L = -e_L = L\frac{di}{dt}$$

Содан кейін кернеудің операторлық бейнесі:

$$U_L(p)= LpI(p) - E_L(p)=LpI(p) - Li(0) \qquad (100)$$

мұндағы $Z_L(p)=Lp$ -индуктивтіліктің операторлық кедергісі;

$Z_L(p)=Lp$ $Z_L(p)=Lp)$ – нөлдік емес бастапқы жағдайлардың нәтижесінде пайда болған және ток бағытына сәйкес келетін кейбір ЭҚК.



$Z_L(p)=Lp$

$E_L(p)=Li(0)$

$U_L(p)= LpI(p) - E_L(p)=LpI(p) - Li(0)$

а) б)

33-сурет-ауыстыру схемасы және индуктордың операторлық бейнесі

С конденсаторындағы кернеу (34-сурет), өрнек бойынша анықталады:

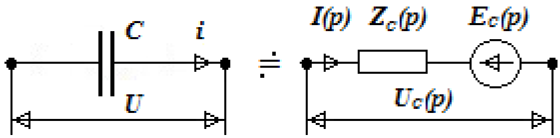
$$u_C = \frac{1}{C}\int idt$$

Содан кейін кернеудің операторлық бейнесі:

$$U_C(p) = I(p)Z_c(p) + E_C(p) = \frac{I(p)}{Cp} + \frac{U_c(0)}{p} \qquad (101)$$

мұндағы $Z_c(p)=\dfrac{1}{Cp}$ - конденсатордың операторлық кедергісі;

$E_c(p)=\dfrac{U_c(0)}{p}$ – конденсатордағы $u_c(0)$ бастапқы кернеуінен алынған және токқа қарама-қарсы бағытталған ЭҚК операторлық бейнесі.



$$Z_c(p)=\frac{1}{Cp}$$

$$E_c(p)=\frac{U_c(0)}{p}$$

$$U_C(p)=I(p)Z_c(p)+E_C(p)=$$

$$=\frac{I(p)}{Cp}+\frac{U_c(0)}{p}$$

а) б)

34-сурет - Ауыстыру схемасы және конденсатордың операторлық бейнесі

2.1.5 Операторлық нысандағы электротехниканың негізгі заңдары

1. Ом Заңы

Бұл заң ешқандай энергия көздері жоқ, яғни нөлдік бастапқы жағдайда қатаң пассивті тізбекті қосқан кезде ғана қолданылады.

Тізбек үшін (35-сурет,А) I $i(0)=0$ және $u_c(0)=0$ екендігі белгілі болсын. Мұндай тізбекті алмастырудың есептелген схемасы 35,в суретте көрсетілген және $U(p)$ ретінде анықталуы мүмкін

$$U(p) = I(p)Z(p) \tag{102}$$

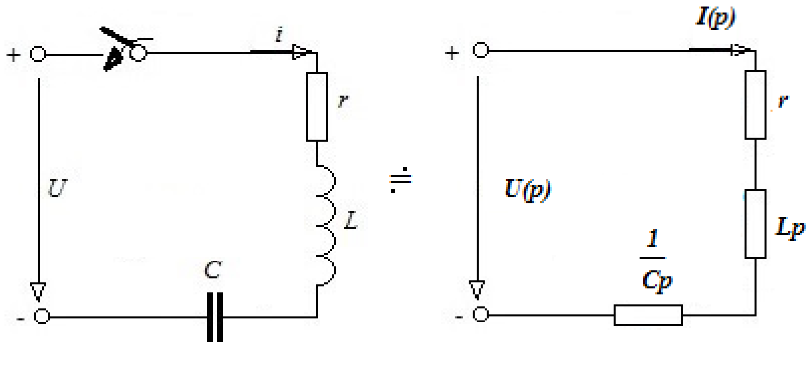
мұндағы - $Z(p) = r + Lp + \dfrac{1}{Cp}$ оператор түріндегі тізбектің кедергісі.

Содан кейін өрнекті (102) жазуға болады

$$U(p) = I(p)\left(r + Lp + \frac{1}{Cp}\right)$$

Бүкіл тізбектің кедергісін бүкіл тізбектің кедергісін күрделі түрде жазып , осы өрнектегі «*jw*» - ді «*p*» - ге ауыстыру арқылы алуға болады (35-сурет,б):

$$Z = r + jwL + \frac{1}{jwC}.$$



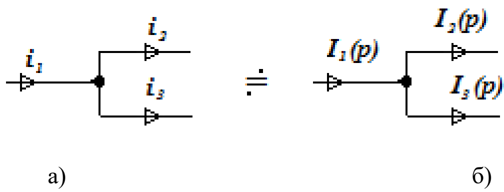
а) б)

35-сурет-операторлық нысандағы Ом заңын түсіндіруге арналған электр тізбегінің схемасы және ауыстыру схемасы

2. Кирхгофтың бірінші заңы

Электр тізбегінің кез-келген түйіні үшін токтардың лездік мәндерінің алгебралық қосындысы нөлге тең болады. Сонымен, 36-суретте көрсетілген түйін үшін біз жазамыз

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$



36-сурет – Бірінші Кирхгоф заңын оператор түріндегі түсіндіру схемасы

Бірақ соманың операторлық бейнесі суреттердің қосындысына тең. Демек,

$$I_1(p) - I_2(p) - I_3(p) = 0$$

Жалпы жағдайда, егер түйінде *n* тармақтары жиналса, Кирхгофтың алғашқы заңы операторлық формада болады:

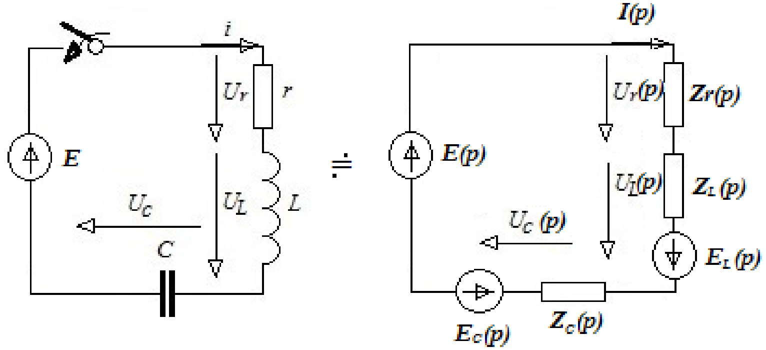
$$\sum_{k=1}^{n} I_k(p) = 0 \qquad (103)$$

3. Кирхгофтың екінші заңы

37, а -суреттегі контур үшін Кирхгофтың екінші заңы бойынша теңдеуді құрастырамыз:

$$e = u_r + u_L + u_C$$

$$e = r \cdot i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i dt$$



а) б)

37-сурет-Кирхгофтың екінші заңын оператор түрінде түсіндіруге арналған электр тізбегінің схемасы және ауыстыру схемасы

Оператор формасына өтіп, біз аламыз:

$$U(p) = U_r(p) + U_L(p) + U_C(p)$$

Дәл осындай нәтижені берілген тізбекті есептелген алмастыру схемасымен алмастыру арқылы (37,б - сурет) және қарастырылып отырған контур үшін Кирхгофтың екінші заңына сәйкес теңдеу арқылы алуға болады:

$$E(p) + E_L(p) - E_C(p) = U_r(p) + U_L(p) + U_C(p) \quad (104)$$

Жалпы жағдайда кез-келген жабық цикл үшін

$$\sum E_k(p) = \sum I_k(p) Z_k(p) \quad (105)$$

сонымен қатар тізбекті айналып өту кезінде нөлдік емес бастапқы шарттарға байланысты алынған ЭҚК ескеру қажет.

(102), (103) және (105) формулаларынан көріп отырғанымыздай, электр тізбегінің негізгі заңдарының оператор түрінде жазылуы тұрақты ток тізбектерін есептеу кезіндегідей болды. Демек, операторды ауыстыру тізбектерін есептеуді тұрақты режимде тұрақты ток тізбектерін есептеу үшін белгілі кез-келген әдіспен жүргізуге болады.

Бақылау сұрақтары

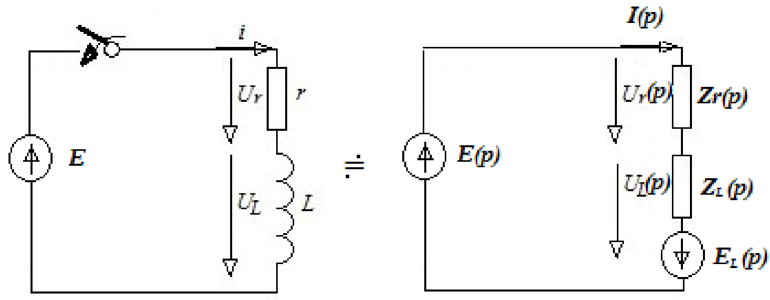
1.Қандай функция түпнұсқа деп аталады?
2.Сурет қандай функция деп аталады?
3.Түпнұсқадан кескінге және керісінше ауысу қалай жүзеге асырылады?
4.Классикалық әдіспен салыстырғанда оператор әдісінің артықшылығы неде?
5.Өтпелі процестерді операторлық әдіспен есептеу тәртібі қандай?
6.Электр тізбегінің элементтерін ауыстырудың қандай схемалары бар?
7. Электр тізбегін ауыстыру схемалары үшін суреттер қалай жазылады?
8. Электротехниканың негізгі заңдары оператор түрінде қалай жазылады?
9.Электр тізбектерін есептеудің қандай әдістерін оператор әдісімен бірге қолдануға болады?
10.Синусоидалы ЭҚК бар тізбектегі өтпелі процестерді есептеудің қандай ерекшеліктері бар?

2.2 Өтпелі процестерді операторлық әдіспен есептеу

Операторлық әдіспен өтпелі процестерді есептеу тәртібі мынадай:
1. Берілген тізбекті мутациядан кейінгі режим үшін есептелген оператордың алмастыру схемасымен ауыстырыңыз.
2. Алынған схема үшін оператор суреттерін жазыңыз.
3. Суреттерге қатысты белгілі әдістердің кез-келгенін есептеңіз.
4. Алынған суреттерден түпнұсқаларды, яғни өтпелі кезеңдегі нақты токтар мен кернеулерді анықтаңыз.

Тапсырма 2.2.1

Тұрақты ЭҚК тізбегінде тұйықталу жүреді (38, А-сурет): $E = 100$ В, L=0,01 Гн және $r = 2$ Ом. Өтпелі режимдегі индуктивтіліктегі ток пен кернеуді анықтаңыз.



а) б)

38-сурет - 2.2.1-тапсырмаға сызба

Шешімі:

1. Жартылай мутациялық режим үшін ауыстырудың операторлық схемасын жасаймыз (38-сурет,б).

2. Ауыстыру схемасының барлық элементтерінің суреттерін жазыңыз:

$$E(p) = \frac{E}{p} = \frac{100}{p};$$

$$Z_r = r = 2;$$

$$Z_L = Lp = 0{,}01p.$$

Коммутацияға дейінгі индуктивтілік арқылы ток нөлге тең болғандықтан,

$$E_L(0) = L \cdot i(0) = 0{,}01 \cdot 0 = 0$$

3. Тізбектегі ток Ом заңына сәйкес анықталады:

$$I(p)=\frac{E(p)+E_L(0)}{Z_r(p)+Z_L(p)}=\frac{\frac{100}{p}+0}{2+0{,}01p}\cdot\frac{p}{p}=\frac{100}{p(2+0{,}01p)}\cdot$$

4. Индуктивтіліктегі кернеу:

$$U_L(p)=I(p)Z_L(p)-E_L(0)=\frac{100}{p(2+0{,}01p)}\cdot 0{,}01p-0=\frac{p}{p(2+0{,}01p)}$$

5. Ыдырау теоремасын қолдана отырып, токтың түпнұсқасын анықтаймыз:

$$B(p)=0$$

$$p(2+0{,}01p)=2p+0{,}01p^2=0$$

$$p_1=0\ \text{сек}^{-1}$$

$$p_2=-\frac{2}{0{,}01}=-200\ \text{сек}^{-1}$$

$$A_1(p_1)=100$$

$$A_2(p_2)=100$$

$$B'(p)=2\cdot 0{,}01p+2=0{,}02p+2$$

$$B'(p_1)=0{,}02\cdot 0+2=2$$

$$B'(p_2)=0{,}02\cdot(-200)+2=-2$$

Түпнұсқа ток жазылады:

$$i(t)=\frac{100}{2}e^{0t}-\frac{100}{2}e^{-200t}=50-50e^{-200t}$$

Оператор әдісімен есептеу нәтижелері классикалық әдіспен есептеу нәтижелерімен сәйкес келеді (1.3.1-есеп).

6. Ыдырау теоремасын қолдана отырып, кернеудің түпнұсқасын анықтаймыз:

$$B(p) = 0$$

$$p(2 + 0{,}01p) = 2p + 0{,}01p^2 = 0$$

$$p_1 = 0 \text{ сек}^{-1}$$

$$p_2 = -\frac{2}{0{,}01} = -200 \text{ сек}^{-1}$$

$$A_1(p_1) = 0$$
$$A_2(p_2) = -200$$

$$B'(p) = 2 \cdot 0{,}01p + 2 = 0{,}02p + 2$$

$$B'(p_1) = 0{,}02 \cdot 0 + 2 = 2$$

$$B'(p_2) = 0{,}02 \cdot (-200) + 2 = -2$$

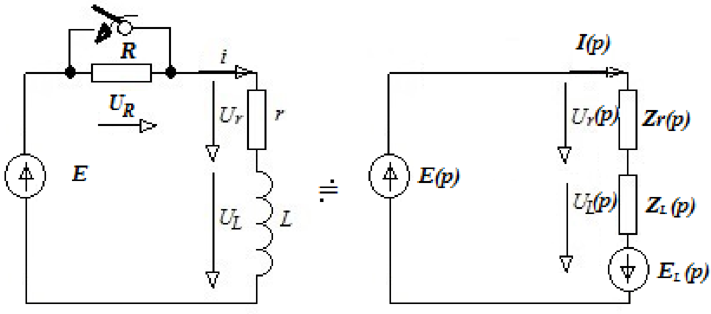
Бастапқы кернеу жазылады:

$$i(t) = \frac{0}{2}e^{0t} + \frac{-200}{-2}e^{-200t} = 0 + 100e^{-200t} = 100e^{-200t}$$

Оператор әдісімен есептеу нәтижелері классикалық әдіспен есептеу нәтижелерімен сәйкес келеді (1.3.1-міндет).

Тапсырма 2.2.2

Тұрақты ЭҚК тізбегінде тізбектік кедергілердің бірі тұйықталады (39, А-сурет) $E = 100$ В, L=0,01 Гн, R= 3 Ом және $r = 2$ Ом. Өтпелі режимде индуктордағы ток күшін анықтаңыз.



а) б)

39-сурет - 2.2.2-тапсырмаға сызба

Шешімі:

Есептеу тәртібі 2.2.1-тапсырмадағыдай.

1. Өрісті ауыстыру режимі үшін оператор эквивалентті схемасын құрастырамыз (39, б-сурет).

2. Ауыстыру схемасының барлық элементтерінің суреттерін жазыңыз:

$$E(p) = \frac{E}{p} = \frac{100}{p};$$

$$Z_r = r = 2;$$

$$Z_L = Lp = 0{,}01p.$$

Коммутацияға дейінгі индуктивтілік арқылы ток нөлге тең болмағандықтан, онда

$$i(0) = \frac{E}{r+R} = \frac{100}{2+3} = 20 \text{ А};$$

$$E_L(0) = L \cdot i(0) = 0,01 \cdot 20 = 0,2 .$$

.

3. Тізбектегі ток О заңына сәйкес анықталады:

$$I(p) = \frac{E(p) + E_L(0)}{Z_r(p) + Z_L(p)} = \frac{\frac{100}{p} + 0,2}{2 + 0,01p} \cdot \frac{p}{p} = \frac{100 + 0,2p}{p(2 + 0,01p)} .$$

4. Ыдырау теоремасын қолдана отырып, токтың түпнұсқасын анықтаймыз:

$$B(p) = 0$$

$$p(2 + 0,01p) = 2p + 0,01p^2 = 0$$

$$p_1 = 0 \text{ сек}^{-1}$$

$$p_2 = -\frac{2}{0,01} = -200 \text{ сек}^{-1}$$

$$A_1(p_1) = 100 + 0,2 \cdot 0 = 100$$

$$A_2(p_2) = 100 + 0,2 \cdot (-200) = 60$$

$$B'(p) = 2 \cdot 0,01p + 2 = 0,02p + 2$$

$$B'(p_1) = 0,02 \cdot 0 + 2 = 2$$

$$B'(p_2) = 0,02 \cdot (-200) + 2 = -2$$

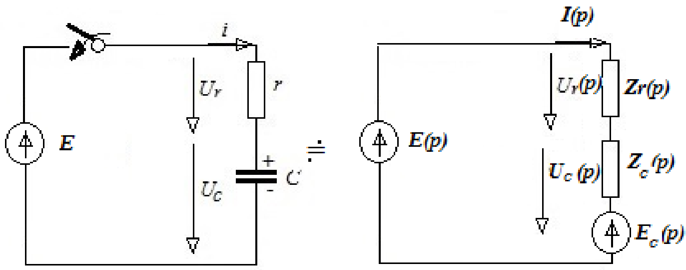
Түпнұсқа ток жазылады:

$$i(t)=\frac{100}{2}e^{0t}-\frac{60}{2}e^{-200t}=50-30e^{-200t}$$

Оператор әдісімен есептеу нәтижелері классикалық әдіспен есептеу нәтижелерімен сәйкес келеді (1.3.2-міндет).

Тапсырма 2.2.3

Тұрақты ЭҚК тізбегінде тұйықталу жүреді (40, А-сурет): $E=100$ В, С=100·10^{-6} Ф және $r=5$ Ом. Конденсатордағы коммутацияға дейінгі кернеу U0=20 В болды. Конденсатордағы кернеуді және өтпелі режимдегі токты анықтаңыз.



а) б)

40-сурет - 2.2.3-тапсырмаға сызба

Шешімі:

1. Өрісті ауыстыру режимі үшін оператор эквивалентті схемасын құрастырамыз (40-сурет, б).
2. Ауыстыру схемасының барлық элементтерінің суреттерін жазыңыз:

$$E(p)=\frac{E}{p}=\frac{100}{p};$$

$$Z_r=r=5;$$

$$Z_C = \frac{1}{Cp} = \frac{1}{100 \cdot 10^{-6} p} = \frac{10^4}{p} \cdot$$

Сондықтан конденсатор коммутация алдында зарядталған, содан кейін

$$E_C(0) = \frac{U_C(0)}{p} = \frac{20}{p}$$

3. Тізбектегі ток Ом заңына сәйкес анықталады:

$$I(p) = \frac{E(p) - E_C(0)}{Z_r(p) + Z_C(p)} = \frac{\frac{100}{p} - \frac{20}{p}}{5 + \frac{10^4}{p}} \cdot \frac{p}{p} = \frac{100 - 20}{5p + 10^4} = \frac{80}{5p + 10^4} = \frac{16}{p + 2000}$$

4. Конденсатордағы кернеу өрнек бойынша анықталады:

$$U_C(p) = I(p)Z_C(p) + E_C(0) = \frac{80}{5p + 10^4} \cdot \frac{10^4}{p} + \frac{20}{p} = \frac{80 \cdot 10^4 + 20 \cdot (5p + 10^4)}{p(5p + 10^4)} =$$

$$= \frac{80 \cdot 10^4 + 100p + 20 \cdot 10^4)}{p(5p + 10^4)} = \frac{100 \cdot 10^4 + 100p}{p(5p + 10^4)} = 100 \cdot \frac{10^4 + p}{p(5p + 10^4)}$$

5. Токтың түпнұсқасын стандартты өрнек бойынша анықтаймыз:

$$i(t) = 16e^{-2000t}$$

6. Ыдырау теоремасын қолдана отырып, кернеудің түпнұсқасын анықтаймыз:

$$B(p) = 0$$

$$p(5p + 10^4) = 5p^2 + 10^4 p = 0$$

$$p_1 = 0 \text{ сек}^{-1}$$

$$p_2 = -\frac{10^4}{5} = -2000 \text{ сек}^{-1}$$

$$A_1(p_1) = 10^4 + p = 10000 + 0 = 10000$$

$$A_2(p_2) = 10^4 + p = 10000 - 2000 = 8000$$

$$B'(p) = 2 \cdot 5p + 10000 = 10p + 10000$$

$$B'(p_1) = 10 \cdot 0 + 10000 = 10000$$

$$B'(p_2) = 10 \cdot (-2000) + 10000 = -10000$$

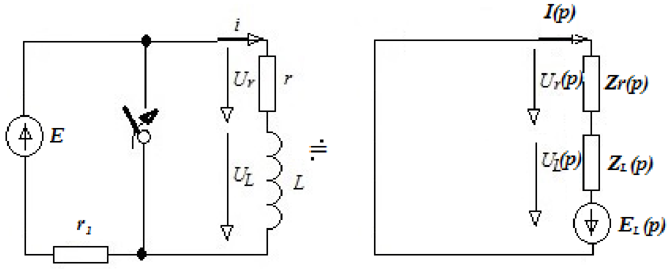
Бастапқы кернеу жазылады:

$$U_C(t) = 100 \cdot \left(\frac{10000}{10000} e^{0t} - \frac{8000}{10000} e^{-2000t} \right) = 100 \cdot \left(1 - 0{,}8e^{-2000t} \right) =$$
$$= 100 - 80e^{-2000t}$$

Оператор әдісімен есептеу нәтижелері классикалық әдіспен есептеу нәтижелерімен сәйкес келеді (1.3.3-тапсырма).

Тапсырма 2.2.4

ЭҚК тұрақты тізбегінде қысқа тұйықталу жүреді (сурет 41,а) : : $E = 100$ В, L=0,01 Гн, $r = 2$ Ом және $r_1 = 3$ Ом. Өтпелі режимдегі индуктивтіліктегі ток пен кернеуді анықтаңыз.



а) б)

41-сурет-2.2.4-тапсырмаға сызба

Шешімі:

Біз осы тізбекті жоғарыда қарастырылғанға ұқсас есептейміз.

1. Өрісті ауыстыру режимі үшін оператор эквивалентті схемасын құрастырамыз (41-сурет, б).

2. Ауыстыру схемасының барлық элементтерінің суреттерін жазыңыз:

$$E(p) = \frac{E}{p} = \frac{100}{p};$$

$$Z_r = r = 2;$$

$$Z_L = Lp = 0{,}01p.$$

Коммутацияға дейінгі индуктивтілік арқылы ток нөлге тең болмағандықтан, онда

$$i(0) = \frac{E}{r + r_1} = \frac{100}{2+3} = 20 \text{ A}$$

$$E_L(0) = L \cdot i(0) = 0{,}01 \cdot 20 = 0{,}2$$

3. Тізбектегі ток Ом заңына сәйкес анықталады:

$$I(p)=\frac{E_L(0)}{Z_r(p)+Z_L(p)}=\frac{0,2}{2+0,01p}=\frac{0,2}{2+0,01p}=\frac{20}{200+p}=20\cdot\frac{1}{200+p}$$

4. Индуктивтіліктегі кернеу:

$$U_L(p)=I(p)Z_L(p)-E_L(0)=\frac{0,2}{2+0,01p}\cdot 0,01p-0,2=$$

$$=\frac{0,2\cdot 0,01p-0,2\cdot(2+0,01p)}{2+0,01p}=\frac{0,2\cdot(0,01p-2-0,01p)}{2+0,01p}=\frac{-0,4}{2+0,01p}=$$

$$=\frac{-40}{200+p}=-40\cdot\frac{1}{200+p}$$

5. Токтың түпнұсқасын анықтаңыз. Ағымдағы кескін экспоненциалды функцияның кескініне сәйкес келетіндіктен, біз аламыз:

$$i_L(t)=20e^{-200t}$$

Оператор әдісімен есептеу нәтижелері классикалық әдіспен есептеу нәтижелерімен сәйкес келеді (1.3.4-тапсырма).

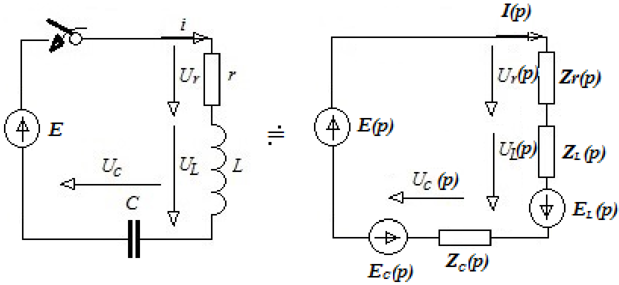
6. Кернеудің түпнұсқасын анықтаңыз. Кернеу бейнесі экспоненциалды функцияның кескініне сәйкес келетіндіктен, біз аламыз:

$$Ui_L(t)=-40e^{-200t}$$

Оператор әдісімен есептеу нәтижелері классикалық әдіспен есептеу нәтижелерімен сәйкес келеді (1.3.4-міндет).

Тапсырма 2.2.5

Тұрақты ЭҚК бар тізбекте қысқа тұйықталу пайда болады (42-сурет). $E=100$ В, С=100$\cdot$10^{-6} Ф, L=0,01Гн және $r=50$ Ом. Конденсатордағы кернеуді және өтпелі режимдегі токты анықтаңыз.



а) б)

42-сурет-2.2.5 - тапсырмаға сызба

Шешімі:

Екі энергия жинақтағыш элементтері бар тізбек үшін есептеу тәртібі бір энергия сақтағышы бар тізбектерге ұқсас.

1.Ауыстырудың операторлық схемасы үшін суреттерді жазамыз (42,б сурет):

$$E(p) = \frac{E}{p} = \frac{100}{p};$$

$$Z_r = r = 50;$$

$$Z_L = Lp = 0{,}01p;$$

$$Z_C = \frac{1}{Cp} = \frac{1}{100 \cdot 10^{-6} p} = \frac{10^4}{p}.$$

Коммутациядан бұрын тізбекте ток болмағандықтан, біз аламыз:

$$E_L(p) = 0$$

$$E_C(p) = \frac{E(0)}{p} = \frac{0}{p} = 0$$

2.Тізбектегі Ток Ом заңына сәйкес анықталады:

$$I(p)=\frac{E(p)+E_L(0)+E_C(p)}{Z_r(p)+Z_L(p)+Z_C(p)}=\frac{\frac{100}{p}}{50+0{,}01p+\frac{10^4}{p}}\cdot\frac{p}{p}=\frac{100}{50p+0{,}01p^2+10^4}$$

3. Конденсатордағы кернеу өрнек бойынша анықталады:

$$U_C(p)=I(p)Z_C(p)+E_C(0)=\frac{100}{50p+0{,}01p^2+10^4}\cdot\frac{10^4}{p}=\frac{100\cdot 10^4}{p(50p+0{,}01p^2+10^4)}$$

4. Индуктордағы кернеу өрнек арқылы анықталады:

$$U_L(p)=I(p)Z_L(p)+E_L(0)=\frac{100}{50p+0{,}01p^2+10^4}\cdot 0{,}01p=$$

$$=\frac{100\cdot 0{,}01p}{p(50p+0{,}01p^2+10^4)}=\frac{1}{50p+0{,}01p^2+10^4}$$

5. Ыдырау теоремасын қолдана отырып, токтың түпнұсқасын анықтаймыз:

$$B(p)=0$$

$$50p+0{,}01p^2+10^4=0$$

$$p_1=-4791\ \text{сек}^{-1}$$

$$p_2=-208{,}7\ \text{сек}^{-1}$$

$$A_1(p_1)=100$$

$$A_2(p_2) = 100$$

$$B'(p) = 2 \cdot 0{,}01p + 50 = 0{,}02p + 50$$

$$B'(p_1) = 0{,}02 \cdot (-4791) + 50 = -45{,}82$$

$$B'(p_2) = 0{,}02 \cdot (-208{,}7) + 50 = 45{,}82$$

Түпнұсқа ток жазылады:

$$i(t) = \frac{100}{-45{,}82} e^{-4791t} + \frac{100}{45{,}82} e^{-208{,}7t} = -2{,}18e^{-4791t} + 2{,}18e^{-208{,}7t}$$

6. Ыдырау теоремасын қолдана отырып, кернеудің түпнұсқасын анықтаймыз:

$$B(p) = 0$$

$$p(50p + 0{,}01p^2 + 10^4) = 0$$

$$p_1 = 0 \text{ сек}^{-1}$$

$$p_2 = -4791 \text{ сек}^{-1}$$

$$p_3 = -208{,}7 \text{ сек}^{-1}$$

$$A_1(p_1) = 100 \cdot 10^4$$

$$A_2(p_2) = 100 \cdot 10^4$$

$$A_3(p_3) = 100 \cdot 10^4$$

$$B'(p) = 3 \cdot 0{,}01p^2 + 50 \cdot 2p + 10^4 = 0{,}03p^2 + 100p + 10^4$$

$$B'(p_1) = 0{,}03 \cdot 0 + 100 \cdot 0 + 10^4 = 10^4$$

$$B'(p_2) = 0{,}03 \cdot (-4791)^2 + 100 \cdot (-4791) + 10^4 = 219500$$

$$B'(p_3) = 0{,}03 \cdot (-208{,}7)^2 + 100 \cdot (-208{,}7) + 10^4 = -9569$$

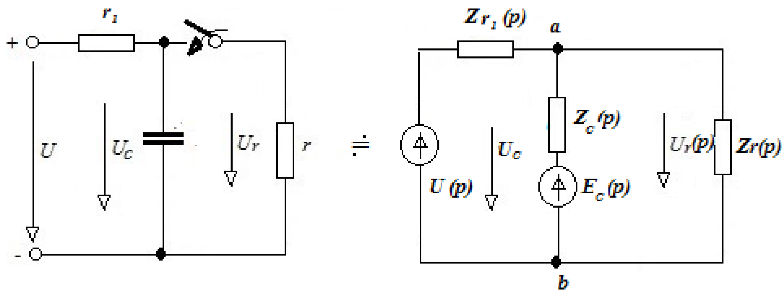
Конденсатордағы кернеудің түпнұсқасы жазылады:

$$U_C(t) = \frac{100 \cdot 10^4}{10^4} e^{0t} + \frac{100 \cdot 10^4}{219500} e^{-4791t} + \frac{100 \cdot 10^4}{-9563} e^{-208{,}7t} =$$
$$= 100 + 4{,}55e^{-4791t} - 104{,}5e^{-208{,}7t}$$

Оператор әдісімен есептеу нәтижелері классикалық әдіспен есептеу нәтижелерімен сәйкес келеді (1.3.5-тапсырма).

Тапсырма 2.2.6

Тұрақты ЭҚК бар тізбекте қысқа тұйықталу пайда болады (43-сурет, а).). $U = 100$ В, С=100·10^{-6} Ф және $r_1 = r_2 = 50$ Ом. Конденсатордағы кернеуді анықтаңыз.



а) б)

43-сурет- 2.2.6 - тапсырмаға сызба

Шешімі:

Есептелген ауыстыру схемасы (43-сурет,б) екі түйінге ие, сондықтан есептеуді екі түйін әдісімен жүргізу өте ыңғайлы. Сонымен қатар, түйіндік кернеу конденсатордағы кернеу болып табылады.

1. Ауыстыру схемасының суреттері:

$$U(p) = \frac{U}{p} = \frac{100}{p};$$

$$Z_{r_1} = Z_{r_2} = r_1 = 50;$$

$$Z_C = \frac{1}{Cp} = \frac{1}{100 \cdot 10^{-6} p} = \frac{10^4}{p}.$$

Коммутацияға дейінгі конденсатордағы кернеу:

$$E_C(p) = 100$$

$$E_C(p) = \frac{E(0)}{p} = \frac{100}{p}$$

2.Екі түйін әдісі бойынша конденсатордағы кернеу:

$$U_C(p) = U_{ab}(p) = \frac{U(p)\dfrac{1}{Z_{r_1}(p)} + E_C(p)\dfrac{1}{Z_C(p)}}{\dfrac{1}{Z_{r_1}(p)} + \dfrac{1}{Z_C(p)} + \dfrac{1}{Z_{r_2}(p)}} = \frac{\dfrac{100}{p} \cdot \dfrac{1}{50} + \dfrac{100}{p} \cdot \dfrac{p}{10^4}}{\dfrac{1}{50} + \dfrac{p}{10^4} + \dfrac{1}{50}} \cdot \frac{p}{p} =$$

$$= \frac{2 + 0{,}01p}{0{,}02p + 10^{-4} p^2 + 0{,}02p} = \frac{2 + 0{,}01p}{0{,}04p + 10^{-4} p^2}$$

3. Ыдырау теоремасын қолдана отырып, индуктордағы кернеудің түпнұсқасын анықтаймыз:

$$B(p)=0$$

$$0{,}04p+10^{-4}p^2=0$$

$$p_1=0 \text{ сек}^{-1}$$
$$p_2=-400 \text{ сек}^{-1}$$

$$A_1(p_1)=2+0{,}01p=2$$

$$A_2(p_2)=2+0{,}01p=-2$$

$$B'(p)=2\cdot 10^{-4}p+0{,}04$$

$$B'(p_1)=2\cdot 10^{-4}\cdot(-0)+0{,}04=0{,}04$$
$$B'(p_2)=2\cdot 10^{-4}\cdot(-400)+0{,}04=-0{,}04$$

Конденсатордағы түпнұсқа кернеу:

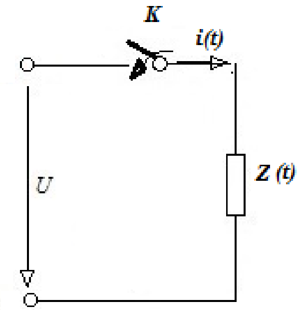
$$U_C(t)=\frac{2}{0{,}04}e^{0t}+\frac{-2}{-0{,}04}e^{-400t}=50+50e^{-400t}$$

2.3 Синусоидалы ЭҚК бар тізбектегі өтпелі процесті есептеуге операторлық әдісті қолдану

Белсенді кедергілерді, индуктивтіліктерді және сыйымдылықты қамтитын кейбір күрделі қабылдағыш *Z(t)* синусоидалы кернеу көзіне қосылсын.

$$u(t)=U_m\cdot\sin(\omega t+\alpha)$$

мұндағы α - "К" ажыратқышының қосылу сәтімен анықталатын бастапқы фаза (44-сурет).



44-сурет - Есептеу схемасы

Есептік ауыстыру схемасына көшу кезінде *Z(t)* кедергісі әдеттегі жолмен анықталады, ал кернеу көзінің операторлық бейнесі жазылады:

$$U(p) = U_m \cdot \frac{\omega \cos\alpha + p \sin\alpha}{p^2 + \omega^2} .$$

Ағымдағы кескінді Ом заңы бойынша табуға болады:

$$I(p) = \frac{U(p)}{Z(p)},$$

ал оның нақты мәні *i(t)* – ыдырау теоремасына сәйкес.
Алайда, бұл әдіс өте қиын. Символдық жазбаны қолдана отырып, мәселені шешу оңайырақ.
Бұл белгілі

$$u(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \alpha) = I_m \left[\dot{U}_m e^{j\omega t} \right],$$

мұндағы $\dot{U}_m = U_m e^{j\alpha}$ - кернеудің күрделі амплитудасы.

Сондықтан синусоидалы кернеуді сәл өзгеше түрде бейнелеуге болады:

$$\dot{U}_m e^{j\omega t} = \dot{U}_m(p) = U_m \frac{1}{p-j\omega} \ . \qquad (106)$$

Күрделі жазықтықта айналатын ток векторының ${}_{ш_m}e^{j\omega t}$ операторлық бейнесі Ом заңымен анықталады:

$$\dot{I}_{m(p)} = \frac{\dot{U}_m(p)}{Z(p)} = \frac{\dot{U}_m(p)}{(p-j\omega)Z(p)} = \dot{U}_m \frac{A(p)}{B(p)} \qquad (107)$$

Ыдырау теоремасы бойынша

$$\dot{I}_m e^{j\omega t} = \dot{U}_m \sum_{k=1}^{n} \frac{A(p_k)e^{p_k t}}{B'(p_k)} \qquad (108)$$

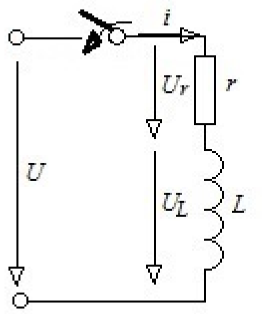
ал қалаған i(t) тогы осы кешеннің қиял бөлігі ретінде анықталады:

$$i(t) = \mathrm{Im}\left[\dot{I}_m e^{j\omega t}\right] \qquad (109)$$

45-суретте көрсетілген тізбектің мысалында осы әдісті қолдануды қарастырыңыз (1.3.6-міндет).

Мысал 1.

Синусоидалы ЭҚК бар тізбекте қысқа тұйықталу пайда болады (45-сурет): $e(t) = 100 \cdot \sin(314t + 33)$ В, L=0,01 Гн және $r = 2$ Ом. Өтпелі режимдегі токтың өзгеру заңын анықтаңыз.



45-сурет- 1.3.6 - тапсырмаға сызба

Шешімі:

1. Айналмалы кернеу векторының операторлық бейнесін табамыз

$$\dot{U}_m e^{j\omega t} = \dot{U}_m(p) = U_m \frac{1}{p - j\omega}.$$

және оператор түріндегі тізбектің кедергісі

$$Z(p) = r + Lp.$$

2.Айналмалы ток векторының операторлық бейнесі:

$$\dot{I}_m(p) = \frac{\dot{U}_m(p)}{Z(p)} = \dot{U}_m \frac{1}{(p - jw)(r + Lp)} = \dot{U}_m \frac{A(p)}{B(p)}.$$

3.Біз ыдырау теоремасын қолданамыз. *B(p)* бөлімі екінші дәрежелі *«р»* көпмүшесі болғандықтан, түпнұсқа пайда болады:

$$\dot{I}_m e^{jwt} = \dot{U}_m \left[\frac{A(p_1)e^{p_1 t}}{B'(p_1)} + \frac{A(p_2)e^{p_2 t}}{B'(p_2)} \right] \qquad (110)$$

Біз өрнекті (110)құрайтын шамаларды табамыз:

$$B(p) = (p - jw)(r + Lp) = 0.$$

Осыдан

$$p_1 = jw\,, \qquad p_2 = -\frac{r}{L}\,,$$

$$A(p) = 1 = A(p_1) = A(p_2)\,,$$

$$B'(p_1) = r + Lp_1 = r + jwL\,,$$

$$B'(p_2) = L(p_2 - jw) = -r - jwL\,.$$

Бірақ қарсылықты төмендегідей жазуға болады

$$r + jwL = \underline{\underline{Z}} = ze^{j\varphi}\,,$$

онда

$$z = \sqrt{r^2 + (wL)^2}\,,\ \varphi = arctg\,\frac{wL}{r}\,.$$

Сондықтан, сіз жаза аласыз:

$$\dot{I}_m e^{jwt} = \frac{\dot{U}_m}{Z}\left(e^{jwt} - e^{-\frac{r}{L}t}\right) = \frac{U_m}{Z}\left[e^{j(wt+\alpha-\varphi)} - e^{-\frac{r}{L}t}e^{j(\alpha-\varphi)}\right].$$

4.Токтың лездік мәні

$$i(t) = \mathrm{Im}\left[\dot{I}_m e^{jwt}\right] = \frac{\dot{U}_m}{z}\left[\sin(wt + \alpha - \varphi) - e^{-\frac{r}{L}t}\sin(\alpha - \varphi)\right].$$

Нәтиже классикалық әдіспен есептеу кезінде бірдей болды:

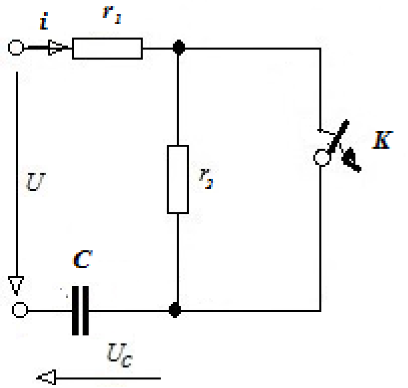
$$i(t) = 26{,}861 \cdot \sin(314t + -24{,}5) + 11{,}141e^{-200t}\,.$$

Нөлдік емес бастапқы жағдайларда мәселені араластыру әдісімен шешуге болады: нөлдік емес бастапқы мәндермен анықталған ішінара токтарды және осы тізбек қосылған кезде пайда болатын ішінара токтарды (нөлдік бастапқы шарттармен) желінің синусоидальды кернеуіне табыңыз. Мұндай шешімді мысал арқылы қарастырыңыз.

Мысал 2.

Кедергісі бар тізбекке $r_1 = 100$ Ом және $C = 100$ мкФ сыйымдылығымен қосымша қарсылық енгізіледі $r_2 = 150$ (46-сурет). Желілік кернеу $u(t) = 220\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 22^{\circ}45')$ В, жиілік 50 Гц.

"К"ажыратқышын ашқаннан кейін тізбектегі токты табыңыз.



Сурет 46 - мысал 2, есептеу схемасы

Шешімі.

1.Өтпелі процесс басталғанға дейін конденсаторда кернеу болды

$$u_C = \frac{U_m}{z}\frac{1}{wC} \cdot \sin(\omega t + \alpha - \varphi_0 - \frac{\pi}{2}),$$

онда

$$U_m = 220\sqrt{2}\ \text{В};\ \alpha = 22^{\circ}45';$$

$$\frac{1}{wC}=\frac{1}{314\cdot 10^{-4}}=31{,}8\ \text{Ом};$$

$$z=\sqrt{r_1^2+\left(\frac{1}{wC}\right)^2}=\sqrt{100^2+31{,}8^2}=105\,\text{Ом};$$

$$\varphi_0=-arctg\frac{1}{wCr_1}=-arctg\,0{,}318=-17^\circ 40'.$$

Осы шамаларды u_c өрнегіне алмастыра отырып, біз аламыз:

$$u_C=\frac{220\sqrt{2}}{105}\cdot 31{,}8\cdot\sin(\omega t+22^\circ 45'+17^\circ 40'-90^\circ)=$$

$$=94{,}4\sin(\omega t-49^\circ 35')$$

Конденсатордағы бастапқы кернеу

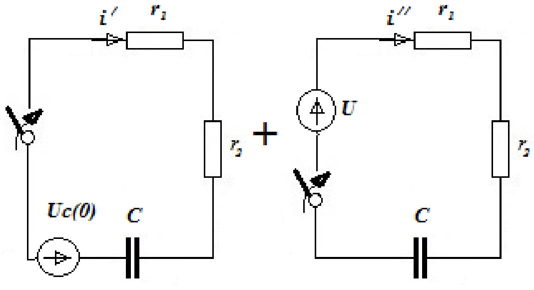
$$u_C(0)=94{,}4\sin(-49^\circ 35')=-72\,\text{В}.$$

2. $u_C(0)=-72$ В кернеуінен жартылай токты тізбектен (47-сурет, а) мына өрнек арқылы анықтауға болады:

$$i'(t)=-\frac{u_C(0)}{r_1+r_2}e^{-\frac{t}{(r_1+r_2)C}}=\frac{72}{100+150}e^{-\frac{t}{(100+150)\cdot 10^{-4}}}=$$

$$=0{,}288e^{-40t}$$

3. Нөлдік бастапқы жағдайларда желі кернеуінен жартылай ток тізбектен (47-сурет,б) оператор әдісімен анықталады.



а) б)

47-сурет - Есептеу схемасы

$$\dot{U}_m(p) = \frac{\dot{U}_m}{(p - jw)} = \frac{U_m e^{j\alpha}}{p - jw};$$

$$Z(p) = r_1 + r_2 \frac{1}{Cp} = \frac{(r_1 + r_2)Cp + 1}{Cp};$$

$$\dot{I}_m(p) = \frac{\dot{U}_m(p)}{Z(p)} = \dot{U}_m \frac{Cp}{(p - jw)\left[(r_1 + r_2)Cp + 1\right]} = \dot{U}_m \frac{A(p)}{B(p)}$$

Шарттарынан

$$B(p) = (p - jw)\left[(r_1 + r_2)Cp + 1\right] = 0$$

азайғыштың түбірін табыңыз:

$$p_1 = jw = j314 \text{ сек}^{-1}$$

$$p_2 = -\frac{1}{(r_1 + r_2)C} = -40 \text{ сек}^{-1}$$

Ыдырау теоремасы бойынша

$$\dot{I}_m(p) = \dot{U}_m\left[\frac{A(p_1)}{B'(p_1)}e^{p_1 t} + \frac{A(p)}{B(p)}e^{p_2 t}\right] \tag{113}$$

$$A_1(p_1) = jwC = j314\cdot 10^{-4}$$

$$A_2(p_2) = \frac{1}{(r_1+r_2)C}\cdot C = -4\cdot 10^{-3}$$

$$B'(p_1) = (r_1+r_2)Cp_1 + 1 = 250\cdot 10^{-4}\, j314 + 1 =$$
$$= 1 + j7{,}85 = 7{,}92e^{j82^\circ 45'}$$

$$B'(p_2) = (r_1+r_2)C(p_2 - jw) = -1 - 250\cdot 10^{-4}\cdot j314 =$$
$$= -1 - j7{,}85 = -7{,}92e^{j82^\circ 45'}$$

Осы сандарды (113) алмастыра отырып, біз аламыз:

$$\dot{I}_m(p) = \frac{220\sqrt{2}e^{j82^\circ 45'}}{7{,}92e^{j82^\circ 45'}}\left(j314\cdot 10^{-4}e^{j314t} + 4\cdot 10^{-3}e^{-40t}\right) =$$
$$= 1{,}23e^{j(wt-60^\circ+90^\circ)} + 0{,}157e^{-40t}e^{-j60^\circ}$$

Жартылай ток $i''(t)$ кешеннің ойдан шығарылған бөлігі ретінде анықталады $\dot{I}_m e^{jwt}$

$$i''(t) = 1{,}235\sin(wt+30^\circ) + 0{,}157e^{-40t}\sin(-60^\circ) =$$
$$= 1{,}235\sin(wt+30^\circ) - 0{,}136e^{-40t} \tag{114}$$

4.Нақты өтпелі ток

$$i(t) = i'(t) + i''(t) = 1{,}235\sin(wt+30^\circ) + 0{,}152e^{-40t}\text{ A.}$$

5.Алынған жауаптың дұрыстығын тексеріңіз. Конденсатордағы кернеу

$$u_C(t) = U - (r_1 + r_2)i(t) = 220\sqrt{2}\sin(wt + 22^\circ 45') -$$

$$- 250 \cdot 1{,}235e^{-40t}\sin(wt + 30^\circ) - 250 \cdot 0{,}152e^{-40t} =$$

$$= 311{,}5\sin(wt + 22^\circ 45') - 309\sin(wt + 30^\circ) - 37{,}8e^{-40t}$$

$t = 0$ болған кезде

$$u_C(t) = 311{,}5\sin(22^\circ 45') - 309\sin(30^\circ) - 37{,}8 =$$
$$= 120{,}5 - 154{,}5 - 37{,}8 = -71{,}8 \approx -72$$

Ом заңы бойынша тұрақты режимдегі тізбектегі ток

$$i_{уст}(t) = \frac{U_m}{\sqrt{(r_1 + r_2)^2 + \left(\frac{1}{wC}\right)^2}}\sin(wt + \alpha - \varphi)$$

$$i_{уст}(t) = \frac{220\sqrt{2}}{\sqrt{250^2 + 31{,}8^2}}\sin(wt + 22^\circ 45' + 7^\circ 15') =$$

$$= 1{,}235\sin(wt + 30^\circ)$$

онда

$$\varphi = -arctg\frac{1}{(r_1 + r_2)wC} = -arctg\frac{10^4}{250 \cdot 314} = -arctg\,0{,}1275 = -7^\circ 15'$$

$$i_{уст}(t) = \frac{220\sqrt{2}}{\sqrt{250^2 + 31{,}8^2}}\sin(wt + 22^\circ 45' + 7^\circ 15') =$$

$$= 1{,}235\sin(wt + 30^\circ)$$

бұл бос компонент нөлге айналған кезде (114) сәйкес келеді.

2.4 Mathcad бағдарламасын өтпелі процесстерді классикалық әдіспен есептеулерге қолдану

Тапсырма 2.4.1

2.2 - тармақтың 2.2.1-тапсырмасын қарастырыңыз (38-сурет).

Шешімі

Бастапқы деректер

$$r := 2 \qquad L := 0.01 \qquad U := 100$$

Ауыстыру схемасының суреттері

$$Zr(p) := r \qquad Zr(p) \rightarrow 2$$

$$ZL(p) := L \cdot p \qquad ZL(p) \rightarrow 1. \cdot 10^{-2} \cdot p$$

$$U(p) := \frac{U}{p} \qquad U(p) \rightarrow \frac{100}{p}$$

Операторлық нысандағы токтың бейнесін анықтауға арналған есептеу формуласы

$$I(p) := \frac{U(p)}{Zr(p) + ZL(p)} \qquad I(p) \rightarrow \frac{100}{p \cdot \left(2 + 1. \cdot 10^{-2} \cdot p\right)}$$

Токтың түпнұсқасын анықтау үшін **invlaplace** Лаплас инверсиялық түрлендіру операторын қолдануға болады:

$$I(p) \text{ invlaplace}, p \rightarrow 50. - 50. \cdot \exp(-200. \cdot t)$$

Сол сияқты индуктивтіліктегі кернеудің түпнұсқасын анықтаймыз

$$UL(p) := I(p) \cdot ZL(p) \qquad UL(p) \rightarrow \frac{1.00}{\left(2 + 1. \cdot 10^{-2} \cdot p\right)}$$

$$UL(p) \text{ invlaplace}, p \rightarrow 100. \cdot \exp(-200. \cdot t)$$

Алынған нәтиже классикалық және операторлық әдістерді есептеуге сәйкес келеді.

Тапсырма 2.4.2

2.2- тармақтың 2.2.2 - тапсырмасын қарастырыңыз (39-сурет).

Шешімі

Бастапқы деректер

$$r := 2 \qquad R := 3 \qquad L := 0.01 \qquad U := 100$$

Ауыстыру схемасының суреттері

$$Zr(p) := r \qquad Zr(p) \rightarrow 2$$

$$ZL(p) := L \cdot p \qquad ZL(p) \rightarrow 1. \cdot 10^{-2} \cdot p$$

$$U(p) := \frac{U}{p} \qquad U(p) \rightarrow \frac{100}{p}$$

Коммутация басталғанға дейінгі ток

$$i0 := \frac{U}{R + r} \qquad i0 = 20$$

ЭҚК индуктивтілігінің бейнесі

$$EL(p) := L \cdot i0 \qquad EL(p) \rightarrow .20$$

Индуктивтілік арқылы өтетін ток Ом заңына сәйкес анықталады:

$$I(p) := \frac{U(p) + EL(p)}{Zr(p) + ZL(p)} \qquad I(p) \text{ simplify } \rightarrow 20.\cdot \frac{(500. + p)}{p\cdot(200. + p)}$$

Тізбектегі түпнұсқа ток

$$I(p) \text{ invlaplace}, p \rightarrow 50. - 30.\cdot \exp(-200.\cdot t)$$

Алынған нәтиже классикалық және операторлық әдістерді есептеуге сәйкес келеді.

Тапсырма 2.4.3

2.2- тармақтың 2.2.3 - тапсырмасын қарастырыңыз (40-сурет).

Шешімі

Бастапқы деректер

$$r := 5 \qquad U0 := 20 \qquad C := 100\cdot 10^{-6} \qquad U := 100$$

Ауыстыру схемасы үшін операторлық кескіндер

$$Zr(p) := r \qquad Zr(p) \rightarrow 5$$

$$Zc(p) := \frac{1}{C\cdot p} \qquad Zc(p) \rightarrow \frac{10000}{p}$$

$$U(p) := \frac{U}{p} \qquad U(p) \rightarrow \frac{100}{p}$$

$$EC(p) := \frac{U0}{p} \qquad EC(p) \rightarrow \frac{20}{p}$$

Конденсаторы бар тізбектегі ток Ом заңына сәйкес анықталады:

$$I(p) := \frac{U(p) - EC(p)}{Zr(p) + Zc(p)} \qquad I(p) \text{ simplify } \rightarrow \frac{16}{(p + 2000)}$$

Түпнұсқа ток

$$I(p) \text{ invlaplace}, p \rightarrow 16 \cdot \exp(-2000 \cdot t)$$

Конденсатордағы кернеу өрнек бойынша анықталады

$$Uc(p) := I(p) \cdot Zc(p) + EC(p) \qquad Uc(p) \text{ simplify } \rightarrow \frac{20}{p} \cdot \frac{(10000 + p)}{(p + 2000)}$$

Конденсатордағы түпнұсқа кернеу

$$Uc(p) \text{ invlaplace}, p \rightarrow 100 - 80 \cdot \exp(-2000 \cdot t)$$

Алынған нәтиже классикалық және операторлық әдістерді есептеуге сәйкес келеді.

Тапсырма 2.4.4

2.2- тармақтың 2.2.4 - тапсырмасын қарастырыңыз (41-сурет).

Шешімі

Бастапқы деректер

$$r := 2 \qquad r1 := 3 \qquad L := 0.01 \qquad E := 100$$

Ауыстыру схемасы үшін операторлық кескіндер

$$Zr(p) := r \qquad Zr(p) \rightarrow 2$$

$$ZL(p) := L \cdot p \qquad ZL(p) \rightarrow 1. \cdot 10^{-2} \cdot p$$

Индуктивтілік арқылы коммутацияға дейінгі ток

$$i0 := \frac{E}{r + r1} \qquad i0 = 20$$

ЭҚК индуктивтілігінің бейнесі

$$EL(p) := L \cdot i0 \qquad EL(p) \to .20$$

Өтпелі ток операторлық алмастыру схемасы үшін Ом заңына сәйкес анықталады

$$I(p) := \frac{EL(p)}{Zr(p) + ZL(p)} \qquad I(p) \text{ simplify } \to \frac{20.}{(200. + p)}$$

Түпнұсқа ток

$$I(p) \text{ invlaplace}, p \to 20. \cdot \exp(-200. \cdot t)$$

Индуктивтіліктегі кернеудің бейнесі өрнек арқылы анықталады

$$UL(p) := I(p) \cdot ZL(p) - EL(p) \qquad UL(p) \text{ simplify } \to \frac{-40.}{(200. + p)}$$

Индуктивтіліктегі бастапқы кернеу

$$UL(p) \text{ invlaplace}, p \to -40. \cdot \exp(-200. \cdot t)$$

Алынған нәтиже классикалық және операторлық әдістерді есептеуге сәйкес келеді.

Тапсырма 2.4.5
2.2- тармақтың 2.2.5 - тапсырмасын қарастырыңыз (42-сурет).

Шешімі
Бастапқы деректер

$$r := 50 \qquad C := 100 \cdot 10^{-6} \qquad U := 100 \qquad L := 0.01$$

Ауыстыру схемасы үшін операторлық кескіндер

$$Zr(p) := r \qquad Zr(p) \rightarrow 50$$

$$ZL(p) := L \cdot p \qquad ZL(p) \rightarrow 1. \cdot 10^{-2} \cdot p$$

$$Zc(p) := \frac{1}{C \cdot p} \qquad Zc(p) \rightarrow \frac{10000}{p}$$

$$U(p) := \frac{U}{p} \qquad U(p) \rightarrow \frac{100}{p}$$

$$Ec(p) := 0 \qquad EL(p) := 0$$

Токтың бейнесі Ом заңына сәйкес анықталады

$$I(p) := \frac{U(p) - Ec(p) + EL(p)}{Zr(p) + Zc(p) + ZL(p)} \qquad I(p)\ \text{simplify} \rightarrow \frac{10000.}{\left(5000. \cdot p + 1000000. + p^2\right)}$$

Токтың түпнұсқасын есептеу үшін ыдырау мұнарасын қолданамыз:

$$A(p) := 10000$$

$$B(p) := 5000. \cdot p + 1000000. + p^2$$

$$b(p) := \frac{d}{dp}B(p) \qquad b(p) \rightarrow 5000. + 2 \cdot p$$

$$p_0 = -4.791 \times 10^3 \qquad p_1 = -208.712$$

$$b(p_0) = -4.583 \times 10^3$$

$$b(p_1) = 4.583 \times 10^3$$

Ыдырау теоремасы бойынша токтың түпнұсқасы

$$i(t) := \frac{A(p)}{b(p_0)} \cdot e^{p_0 \cdot t} + \frac{A(p)}{b(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t}$$

$$i(t)\ \mathrm{float}, 3 \rightarrow -2.18 \cdot \exp\left(-4.79 \cdot 10^3 \cdot t\right) + 2.18 \cdot \exp(-209. \cdot t)$$

Индуктордағы кернеу өрнек арқылы анықталады

$$UL(p) := I(p) \cdot ZL(p) - EL(p) \qquad UL(p)\ \mathrm{simplify} \rightarrow 100. \cdot \frac{p}{\left(5000. \cdot p + 1000000. + p^2\right)}$$

Индуктивтіліктегі кернеудің түпнұсқасын есептеу үшін ыдырау мұнарасын қолданамыз:

$$A(p) := 100 \cdot p$$

$$B(p) := 5000. \cdot p + 1000000. + p^2$$

$$b(p) := \frac{d}{dp}B(p) \qquad b(p) \rightarrow 5000. + 2 \cdot p$$

$$p := B(p) = 0 \text{ solve}, p \rightarrow \begin{pmatrix} -4791.287847477920003 \\ -208.7121525220799967 \end{pmatrix}$$

$$p_0 = -4.791 \times 10^3 \qquad p_1 = -208.712$$

$$A(p_0) = -4.791 \times 10^5 \qquad A(p_1) = -2.087 \times 10^4$$

$$b(p_0) = -4.583 \times 10^3 \qquad b(p_1) = 4.583 \times 10^3$$

Индуктивтіліктегі бастапқы кернеу

$$UL(t) := \frac{A(p_0)}{b(p_0)} \cdot e^{p_0 \cdot t} + \frac{A(p_1)}{b(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t}$$

$$UL(t) \text{ float}, 3 \rightarrow 105. \cdot \exp\left(-4.79 \cdot 10^3 \cdot t\right) - 4.55 \cdot \exp(-209. \cdot t)$$

Конденсатордағы кернеу өрнек бойынша анықталады

$$Uc(p) := I(p) \cdot Zc(p) + Ec(p)$$

$$Uc(p) \text{ simplify } \rightarrow \frac{100000000.}{p \cdot \left(5000. \cdot p + 1000000. + p^2\right)}$$

Конденсатордағы кернеудің түпнұсқасын есептеу үшін ыдырау мұнарасын қолданамыз:

$$A(p) := 100000000$$

$$B(p) := p\cdot\left(5000.\cdot p + 1000000. + p^2\right)$$

$$b(p) := \frac{d}{dp}B(p)$$

$$b(p) \to 5000.\cdot p + 1000000. + p^2 + p\cdot(5000. + 2\cdot p)$$

$$p := B(p) = 0 \text{ solve}, p \;\to \begin{pmatrix} 0 \\ -4791.28784747792000 3 \\ -208.71215252207999 67 \end{pmatrix}$$

$p_0 = 0$ $\quad p_1 = -4.791\times 10^3$ $\quad p_2 = -208.712$

$A(p_0) = 1\times 10^8$ $\quad A(p_1) = 1\times 10^8$ $\quad A(p_2) = 1\times 10^8$

$b(p_0) = 1\times 10^6$ $\quad b(p_1) = 2.196\times 10^7$ $\quad b(p_2) = -9.564\times 10^5$

Конденсатордағы түпнұсқа кернеу

$$UL(t) := \frac{A(p_0)}{b(p_0)}\cdot e^{p_0\cdot t} + \frac{A(p_1)}{b(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{A(p_2)}{b(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t}$$

$$UL(t) \text{ float}, 3 \;\to 100. + 4.55\cdot \exp\left(-4.79\cdot 10^3\cdot t\right) - 105.\cdot \exp(-209.\cdot t)$$

Алынған нәтиже классикалық және операторлық әдістерді есептеуге сәйкес келеді.

Тапсырма 2.4.6
2.2- тармақтың 2.2.6 - тапсырмасын қарастырыңыз (43-сурет).

Шешімі
Бастапқы деректер

$$r1 := 50 \qquad r2 := 50 \qquad C := 100 \cdot 10^{-6} \qquad U := 100$$

Коммутацияға дейін конденсатор қолданылатын кернеу шамасына дейін зарядталады

$$U0 := 100$$

Ауыстыру схемасы үшін операторлық кескіндер

$$Zr1(p) := r1 \qquad Zr1(p) \rightarrow 50$$

$$Zr2(p) := r2 \qquad Zr2(p) \rightarrow 50$$

$$Zc(p) := \frac{1}{C \cdot p} \qquad Zc(p) \rightarrow \frac{10000}{p}$$

$$U(p) := \frac{U}{p} \qquad U(p) \rightarrow \frac{100}{p}$$

$$Ec(p) := \frac{U0}{p} \qquad Ec(p) \rightarrow \frac{100}{p}$$

Конденсатордағы кернеу екі түйін әдісімен анықталады:

$$Uc(p) := \frac{U(p)\cdot\dfrac{1}{Zr1(p)} + Ec(p)\cdot\dfrac{1}{Zc(p)}}{\dfrac{1}{Zr1(p)} + \dfrac{1}{Zc(p)} + \dfrac{1}{Zr2(p)}}$$

$$Uc(p) \text{ simplify } \rightarrow 100\cdot\frac{(200+p)}{p\cdot(400+p)}$$

Конденсатордағы түпнұсқа кернеу

$$Uc(p) \text{ invlaplace}, p \rightarrow 50 + 50\cdot\exp(-400\cdot t)$$

Алынған нәтиже классикалық және операторлық әдістерді есептеуге сәйкес келеді.

2.5 №1-жеке үй тапсырмасы

Тақырыбы: Классикалық әдіспен қуат көзінің тұрақты ЭҚК кезінде біркелкі параметрлері бар сызықтық тізбектердегі өтпелі процестерді есептеу.

Жұмыстың мақсаты: Классикалық әдісті пайдаланып қуат көзінің тұрақты ЭҚК кезінде жиынтық параметрлері бар сызықтық тізбектердегі өтпелі процестерді есептеу дағдыларын алыңыз.

Тапсырма: электр тізбегінде коммутация нәтижесінде өтпелі процесс пайда болады. Әр опция үшін тізбектің параметрлері 2-кестеде келтірілген.

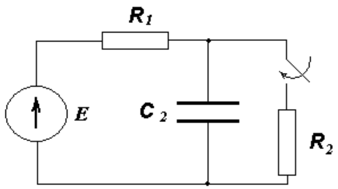
1. Катушка тогы мен конденсатордағы кернеудің уақыт бойынша өзгеру заңын анықтап, олардың графиктерін сол осьтерге сал.

Графиктерді құру үшін ***t= 0*** **-ден** ***t= 5τ.*** аралығындағы уақыт аралығында токтар мен кернеулердің 5 мәні есептеледі. Есептеу нәтижелерін кесте түрінде орналастырыңыз.

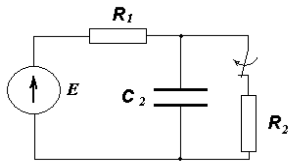
2-кесте - №1 тапсырмаға бастапқы деректер

Соңғысының алдындағы нұсқа саны	E, ***В***	R_1, Ом	R_2, Ом	L_1, Гн	L_2, Гн	C_1, мкФ	C_2, мкФ
1	150	10	20	0,01	0,015	100	150
2	200	14	28	0,012	0,02	80	120
3	180	20	30	0,02	0,03	0	100
4	120	12	24	0,01	0,015	100	120
5	100	25	50	0,05	0,07	40	60
6	250	25	40	0,04	0,07	60	100
7	160	20	36	0,012	0,01	80	120
8	100	10	20	0,012	0,015	100	150
9	140	15	25	0,01	0,02	80	100
0	200	20	40	0,02	0,03	50	75

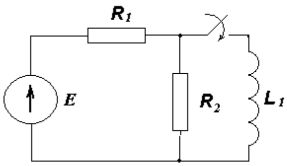
Нұсқаның соңғы саны фигура нөміріне сәйкес келеді.



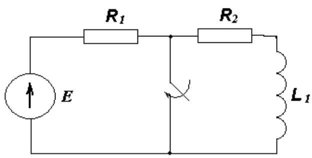
Сурет 1



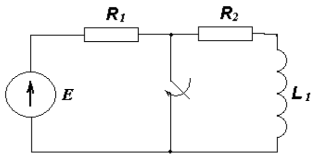
Сурет 2



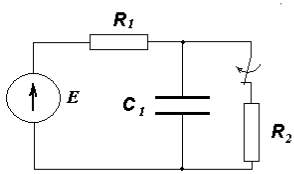
Сурет 3



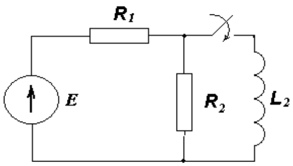
Сурет 4



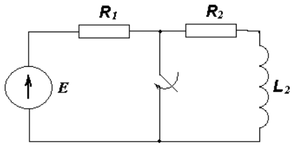
Сурет 5



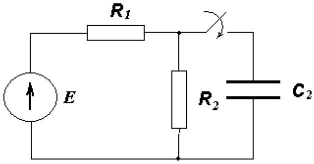
Сурет 6



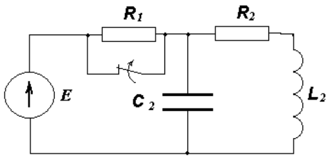
Сурет 7



Сурет 8



Сурет 9



Сурет 10

2.6 № 2-жеке үй тапсырмасы

Тақырыбы: Операторлық әдіспен қуат көзінің тұрақты ЭҚК кезінде біркелкі параметрлері бар сызықтық тізбектердегі өтпелі процестерді есептеу.
Жұмыстың мақсаты: Операторлық әдісті пайдаланып қуат көзінің тұрақты ЭҚК кезінде жиынтық параметрлері бар сызықтық тізбектердегі өтпелі процестерді есептеу дағдыларын алу.

Тапсырма: Электр тізбегінде ауысу нәтижесінде өтпелі процесс жүреді. Әрбір опция үшін схема параметрлері 3-кестеде көрсетілген.

1. Катушка тогы мен конденсатордағы кернеудің уақыт бойынша өзгеру заңын анықтап, олардың графиктерін бірдей осьтерге сал.

2. Графиктерді салу үшін ***t=0*-ден *t=5τ*** дейінгі уақыт аралығында токтар мен кернеулердің бес мәні есептеледі. Есептеу нәтижелерін кесте түрінде орналастырыңыз.

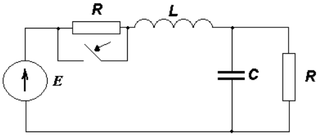
Бастапқы деректер 2-кестеде, схемалар 1-10-суреттерде көрсетілген

Нұсқаның соңғыдан кейінгі цифры кестедегі жол нөміріне сәйкес келеді.

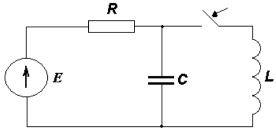
3-кесте - №3-тапсырмаға бастапқы деректер

Соңғысының алдындағы нұсқа саны	R, Ом	L, Гн	C, мкФ
1	10	0,1	100
2	8	0,02	31,3
3	6	0,06	83,3
4	15	0,025	80
5	48	0,06	200
6	8	0,05	100
7	5	0,1	120
8	10	0,08	100
9	15	0,1	40
0	10	0,05	50

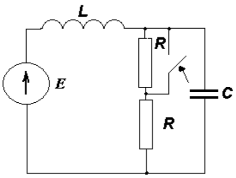
Нұсқаның соңғы саны сурет нөміріне сәйкес келеді



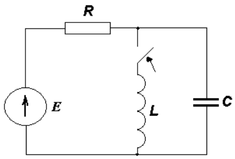
Сурет 1



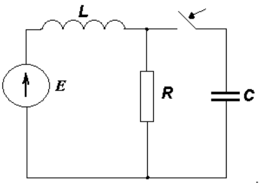
Сурет 2



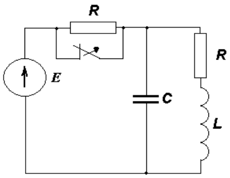
Сурет 3



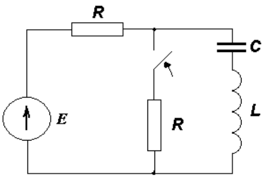
Сурет 4



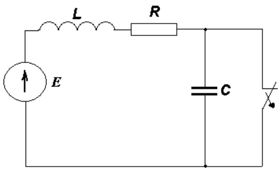
Сурет 5



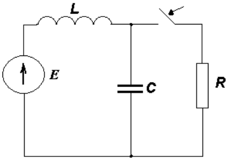
Сурет 6



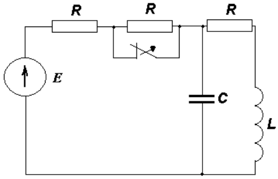
Сурет 7



Сурет 8



Сурет 9



Сурет 10

Қорытынды

«Электр техникасы» терминімен анықталатын ғылым мен техника саласы электр және магниттік құбылыстарды практикалық мақсатта пайдаланумен байланысты. Бұл сала мәселелер мен міндеттердің өте кең ауқымын қамтиды, олардың ішінен теориялық және қолданбалысын бөліп көрсетуге болады, олардың арасында нақты шекара сызу оңай емес.

"Электротехниканың теориялық негіздері 2" (ЭТН 2) оқу курсы электр энергетикасы және басқа да техникалық мамандықтардың үлкен тобының оқу жоспарларына кіреді. Электр энергетикасы бакалаврларын ЭТН курсын оқып-үйрену кезінде мамандықтың мазмұнын құрайтын келесі қолданбалы оқу курстарын зерттеу үшін теориялық база құрылады.

ЭТН курсын оқуды аяқтағаннан кейін сіз өз мамандығыңыз бойынша қолданбалы курстарды оқуға кірісе аласыз. Бірақ тәжірибе көрсеткендей, ЭТН курсы студенттер үшін, содан кейін мамандар үшін ұзақ уақыт бойы анықтамалық болып қалады. Көптеген басқа техникалық ғылымдар сияқты электротехниканы зерттеу оңай емес. Оқулықтағы есептеулерді жеңілдету үшін MathCAD бағдарламасын пайдалану мысалдары қарастырылады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1 Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей.- М.: Энергоатомиздат., 1989,-528с.
2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. -М.: Гардарики, 1999.-638 с.
3 Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники. – т.1.- СПб.: Питер, 2003.-463 с.
4 Теоретические основы электротехники. – т.1. Основы теории цепей. –М.: Высшая школа, 1976.-544 с.
5 Шебес М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей.- М.: Выш. Шк., 1990,-544 с.
6 Сборник задач по теоретическим основам электротехники/ Л.А. Бессонов, И.Г. Демидова, М.Е. Заруди и др. . –М. Высш.шк.,2003.-528 с.
7 Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники. Под ред. П.А. Ионкина.- М.: Энергоиздат, 1982-768 с.
8 Попов В. С. Теоретическая электротехника.— М.: Энергоатомиздат, 1990. 544 с.
9 Нейман Р. Л., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники М.—Л.: Энергоиздат. Ленингр. отд., 1981. 416 с.
10 Зевеке Г. В., Ионкин П. А. и др. Основы теории цепей. — М.: Энергия. 1975.—752 с.
11 Зернов Н.В. В., Карпов В. Г. Теория радиотехнических цепей. Л.: Энергия, 1972.—816 с.
12 Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. — М.: Высшая школа, 2001. —750 с.
13 Херхагер М., Партолль Х.. Mathcad 2000 BHV, Киев, 2000.–415 с.
14 Крьянов Д.В. Самоучитель MATHCAD., Санкт-Петербург: «БХВ-Петербург» 2003. – 125 с.