

Министерство высшего образования и науки Республики Казахстан  
Костанайский государственный университет имени А.Байтурсынова  
Кафедра математики и физики

А.Ю. Валентова, М.М.Дунский

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ЛАБОРАТОРНЫМ  
РАБОТАМ ПО МЕХАНИКЕ**

Учебно-методическое пособие

Костанай, 2023

**ББК 22.3**

**В 15**

**Д 83**

**Рецензенты:**

Джаманбалин Кадыргали Коныспаевич доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики и информационных технологий Костанайского социально – технического университета им. академика Зулкарнай Алдамжар

Поезжалов Владимир Михайлович, кандидат физико–математических наук, профессор КРУ, доцент кафедры математики и физики.

Бенюх Олег Анатольевич, кандидат технических наук, профессор кафедры машин, тракторов и автомобилей КРУ им. А. Байтурсынова.

**Автор:**

Валентова Анна Юрьевна, старший преподаватель

Дунский Михаил Михайлович, старший преподаватель

В 15 Валентова А.Ю.

Д 83 Дунский М.М.

Методические рекомендации по лабораторным работам по механике. Учебно-методическое пособие для образовательной программы 6В05301-Физика – Костанай, 2023. - 107 с.

ISBN

В учебно-методическое пособие включены методические рекомендации по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Механика» общего курса физики для физиков. Каждая лабораторная работа включает в себя входные и контрольные вопросы, теоретический материал по теме работы, описание лабораторной установки, порядок выполнения работы, таблицы для внесения результатов измерений и вычислений.

ББК 22.3

Утверждено и рекомендовано к изданию Учебно-методическим советом Костанайского регионального университета им. А. Байтурсынова, \_\_\_20\_\_ г, протокол № \_\_.

© Валентова А.Ю., Дунский М.М., 2023

## Содержание

<b>Введение</b> .....	4
<b>1 Методические рекомендации по выполнению лабораторных работ</b>	7
1.1 Лабораторная работа №1. Математическая обработка результатов измерений в физическом эксперименте.....	7
1.2 Лабораторная работа № 2. Определение коэффициента трения качения при помощи наклонного маятника .....	19
1.3 Лабораторная работа № 3. Определение скорости пули с помощью крутильно-баллистического маятника .....	27
1.4 Лабораторная работа №4. Исследование закона сохранения импульса при соударении шаров.....	36
1.5 Лабораторная работа №5. Определение модуля кручения стальной проволоки.....	45
1.6 Лабораторная работа № 6. Определение момента инерции металлических колец при помощи маятника максвелла.....	51
1.7 Лабораторная работа №7. Изучение гироскопа.....	60
1.8 Лабораторная работа №8. Определение момента инерции махового колеса и силы трения в опоре .....	69
1.9 Лабораторная работа №9. Определение коэффициента вязкости жидкости методом Стокса.....	75
1.10 Лабораторная работа №10. Определение ускорения свободного падения при помощи математического и физического маятников .....	81
1.11 Лабораторная работа №11. Изучение собственных колебаний пружинного маятника .....	91
<b>Заключение</b> .....	102
<b>Приложения</b> .....	103
<b>Список рекомендуемой литературы и использованные источники</b>	107

## Введение

Начальным и единственным источником физических знаний являются наблюдение и опыт, образующие предметный фундамент физики как экспериментальной науки. Поэтому подготовка студентов в рамках образовательной программы 6В05301-Физика немыслима без непосредственной работы с физическим оборудованием и измерительными приборами, что достигается в рамках лабораторных занятий. Поэтому проведение качественных лабораторных работ занимает важное место при подготовке будущих специалистов. Они дают обучающимся возможность изучить на опыте важнейшие физические явления, проверить законы, выводимые на лекционных занятиях, а также научиться работать с разнообразным физическим оборудованием и приборами. Лабораторные работы позволяют глубже изучить теоретический материал, прививают студентам навыки расчёта погрешностей, размышлять и объяснять возможные расхождения полученных результатов с теоретическими выводами.

Данное учебно-методическое пособие включает в себя методические рекомендации по выполнению 11 лабораторных работ по дисциплине курса общей физики «Механика». Данный курс является первым в программе изучения курса общей физики и далее специальных дисциплин образовательной программы, поэтому необходимо уже на первых этапах приучать студентов к качественной подготовке, выполнению и защите лабораторных работ.

Физические законы и теории устанавливаются и проверяются путем накопления и сопоставления экспериментальных данных. Результаты физических экспериментов представляются чаще всего набором некоторых чисел. Выведенные в результате исследований физические закономерности формулируются, как правило, в виде математических формул, связывающих между собой числовые значения физических величин. Цель физического практикума – научиться правильно измерять числовые значения физических величин и правильно сопоставлять их с формулами. Цель обучающегося заключается в том, чтобы изучить на опыте основные физические явления, воспроизвести их самому и научиться правильно их анализировать, учитывать и объяснять погрешности измерений.

Описания к лабораторным работам не претендуют на то, чтобы создать у студентов полное представление об изучаемых явлениях. Такое представление может возникнуть только в результате проработки лекций, учебников, учебных пособий, просмотра образовательных роликов и фильмов соответствующей тематики. С распространением доступного интернета и компьютерной техники возможности для поиска необходимого материала, поистине, безграничны. В описаниях сообщается тот минимум теоретических сведений, без которых невозможно связное изложение методики и сознательная постановка опытов.

Рекомендации к лабораторным работам (кроме первой) написаны по общей схеме, которая состоит из следующих разделов:

1. содержание лабораторной работы;
2. базовый материал;
3. подготовка к занятию;
4. входной контроль (самопроверка);
5. приборы, материалы, оборудование;
6. теоретическое введение и исходные данные;
7. порядок выполнения работы;
8. указания к выполнению работы (может отсутствовать);
9. таблица для внесения данных и полученных результатов;
10. контрольные вопросы и задания;

Во время занятий в учебной лаборатории обучающийся должен:

- соблюдать технику безопасности;
- аккуратно работать с вверенным ему оборудованием;
- научиться правильно, в соответствии с государственными стандартами, обрабатывать результаты измерений и представлять полученные результаты в отчетах;
- изучить основные принципы работы измерительных приборов.

Основным документом, содержащим результаты экспериментальных исследований, является отчёт по лабораторной работе, в котором фиксируется всё, что имеет отношение к эксперименту. Перед выполнением работы необходимо получить допуск. Он включает в себя подготовку бланка отчёта и ответы на входные вопросы (самопроверка). Титульный лист оформляется в соответствии с приложением П1. В отчёте ход работы должен следовать следующей схеме (данные пункты необходимо прописывать в каждом отчёте):

### **1. Цель работы**

Здесь Вы должны указать, какая задача стоит перед Вами, метод решения. (Формируется из содержания лабораторной работы)

### **2. Схема установки**

Схемы и рисунки выполняются по мере надобности, если они иллюстрируют работу. (Выбираете необходимое из рисунков и схем в описании к лабораторной работе)

### **3. Расчётные формулы**

Здесь указываются только расчётные формулы, т.е. формулы, используемые для вычисления требуемых зависимостей. (Выбираете те формулы в описании к лабораторной работе, которые упомянуты в разделе «Порядок выполнения работы»)

### **4. Результаты измерений**

Результаты измерений и последующих расчетов сводятся в таблицу обычного вида. Если данных много, то можно разделить таблицу на таблицу для записи результатов измерений и таблицу рассчитываемых данных и погрешностей. Табличные данные и измеренные постоянные величины в таблицу не вносятся, а записываются отдельно.

В заголовке таблицы ставится обозначение измеряемой величины и через запятую, единица измерения в системе СИ. Сами числовые значения пишут без единиц измерений. После выполнения всех измерений и заполнения таблицы черновик нужно подать на подпись преподавателю. Таблицу берут или из описания к лабораторной работе, или составляют на основании раздела «Порядок выполнения работы» Минимальное количество измерений равно 10 (если не указано иное).

## **5. Расчёты**

Это процесс подстановки полученных экспериментальных данных в расчётные формулы. Достаточно показать подробно расчёт по результатам одного опыта, а результаты обработки остальных опытов просто заносить в таблицу расчётных величин. То же касается расчёта погрешностей. Должен быть произведен расчёт абсолютной и относительной погрешности.

### **5.1 График зависимости**

(если он требуется по условиям задания)

Для выполнения графика можно использовать Excel, оси следует подписать, наименование физической величины, единица измерения, масштаб. По оси x откладывают аргумент, по оси y откладывают функцию.

## **6. Выводы**

Делаются на основании цели работы и должны включать в себя ответы на вопросы:

1. Выполнена ли задача лабораторной работы?
2. Каковы полученные результаты и их погрешности?
3. Как согласуются полученные данные с теоретическими зависимостями или табличными данными? Указать причины отклонения.

## **7. Ответы на контрольные вопросы**

В описании к лабораторной работе, в самом конце работы есть контрольные вопросы и задания. Необходимо ответить на вопросы и выполнить требуемые задания для защиты лабораторной работы.

После выполнения определённых этапов также необходимо подавать бланк отчёта на подпись преподавателю. Эти этапы указаны в таблице на титульном листе в приложении П1. Защищать лабораторную работу необходимо в срок, установленный в силлабусе. В случае пропуска срока работа оценивается с понижающим коэффициентом.

# 1 Методические рекомендации по выполнению лабораторных работ

## 1.1 Лабораторная работа №1. Математическая обработка результатов измерений в физическом эксперименте

### 1. Основные понятия теории погрешностей

*Измерением физической величины называется экспериментальное сравнение данной величины с другой, однородной с ней величиной, принятой за единицу измерения.*

Измерения могут быть *прямыми и косвенными*.

Прямыми называют такие измерения, при которых физическая величина измеряется непосредственно с помощью прибора.



Рисунок 1 - Пример прямого измерения при помощи рулетки

Измерения называют косвенными, если искомая физическая величина определяется путём расчёта из формул по значениям других величин, найденных при прямых измерениях.

Согласно теории погрешностей, весь комплекс ошибок, которые можно допустить как при прямых, так и при косвенных измерениях делятся на *систематические, случайные и промахи*.

*Систематической* называют такую погрешность, которая при многократных измерениях остаётся постоянной по величине и знаку.

Основным источником систематической погрешности измерений являются неточные, неисправные или неверно отрегулированные приборы. Из систематической погрешности можно выделить *инструментальную ошибку*,

которая определяется чувствительностью измерительного прибора.

**Промахом** (грубой ошибкой) – называют такую погрешность измерений, которая оказывается значительно больше ожидаемой в данных условиях.

Основной причиной промаха является невнимательность экспериментатора, неправильно сделавшего отсчёт величины по шкале прибора или неверно записавшего результаты измерений.

Промах резко отличается от результатов остальных измерений и не учитывается при дальнейшей обработке опытных данных.

Если из результатов измерений исключить систематическую погрешность и промахи, то всё же результаты многократных измерений будут несколько отличаться друг от друга. Это обусловлено тем, что на каждое измерение влияют внешние условия, которые могут случайным образом изменяться от опыта к опыту.

Такая погрешность, обусловленная одновременным воздействием на процесс измерения большого числа неучтённых внешних факторов, называется случайной.

Основными величинами, характеризующими точность измерений является **абсолютная и относительная погрешности**.

**Абсолютной погрешностью**  $\Delta x$  называют модуль разности между истинным значением величины  $x_{ист.}$  и измеренным значением этой величины:

$$\Delta x = |x_{ист.} - x| \quad (1)$$

**Относительной погрешностью**  $\varepsilon_x$  называют отношение абсолютной погрешности  $\Delta x$  к истинному значению величины  $x_{ист.}$ :

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x_{ист.}} \quad (2)$$

Таким образом, при любых измерениях абсолютная и относительная погрешности будут складываться из систематической, случайной и грубой ошибок. Если из результатов измерений исключить промахи и систематическую погрешность, обусловленную неудовлетворительной регулировкой прибора, то суммарная абсолютная погрешность в общем случае будет складываться из инструментальной и случайной ошибок:

$$\Delta x = \Delta x_{приб.} + \Delta x_{случ.} \quad (3)$$

При использовании приборов с низкой чувствительностью обычно получают совпадающие результаты. Тогда  $\Delta x_{случ.}$  будет пренебрежимо мала по сравнению с  $x_{приб.}$ . Поэтому

$$\Delta x \approx \Delta x_{приб.} \quad (4)$$



При измерениях с помощью чувствительных приборов заметно проявится случайная ошибка:

$$\Delta x \approx \Delta x_{\text{случ.}} \quad (5)$$

Упрощения (4) и (5) допускается, когда отбрасываемая погрешность составляет менее трети от большей.

## 2. Погрешности прямых измерений

### 2.1 Определение инструментальной ошибки

Инструментальная ошибка правильно отрегулированного электроизмерительного прибора определяется точностью прибора или его классом, указанным на шкале прибора.

*Класс прибора равен величине приведённой относительной погрешности прибора, выраженной в процентах.*

*Приведённой относительной погрешностью  $\varepsilon_{\text{приб.}}$  прибора называется отношение абсолютной инструментальной погрешности  $x_{\text{приб.}}$  к максимальному значению  $x_{\text{max}}$  величины, которое можно измерить данным прибором.*

Таким образом:

$$\varepsilon_{\text{приб.}} = \frac{x_{\text{приб.}}}{x_{\text{max}}} \cdot 100\% \quad (6)$$

Например, вольтметр класса 1 имеет шкалу до 10 В. Тогда, воспользовавшись (6) можно определить абсолютную инструментальную погрешность:

$$\Delta U = \frac{\varepsilon_{\text{приб.}} \cdot U_{\text{max.}}}{100\%} = \frac{1 \cdot 10}{100} = 0,1 \text{ (В)} \quad (7)$$

Однако измерительные инструменты и некоторые приборы не имеют класса. При их использовании следует помнить:

*Абсолютная инструментальная погрешность неклассных приборов и измерительных инструментов составляет половину цены деления шкалы с.:*

$$\Delta x_{\text{приб.}} = \frac{1}{2} c \quad (8)$$

Например, для обычной школьной линейки с миллиметровыми делениями,  $\Delta x_{\text{приб.}} = 0,5 \text{ мм}$

## 2.2 Определение случайной погрешности

Пусть точным прибором (настолько, чтобы пренебречь инструментальной погрешностью) проведено  $n$  измерений величины  $x$ . В результате получено  $n$  значений величины  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Можно показать, что хорошим приближением к истинному значению величины  $x_{ист.}$  является среднее арифметическое значение  $\bar{x}$  от всех измеренных значений  $x_i$ :

$$x_{ист.} \approx \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (9)$$

Согласно (1) находим абсолютные случайные погрешности каждого измерения:

$$\begin{aligned} \Delta x_{1случ.} &= |\bar{x} - x_1| \\ \Delta x_{2случ.} &= |\bar{x} - x_2| \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \Delta x_{nслуч.} &= |\bar{x} - x_n| \end{aligned} \quad (10)$$

Среднее значение абсолютной случайной погрешности измерений:

$$\overline{\Delta x}_{случ.} = \frac{\Delta x_{1случ.} + \Delta x_{2случ.} + \dots + \Delta x_{nслуч.}}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_{i,случ.} \quad (11)$$

Равновероятно, что абсолютную случайную ошибку можно допустить как в сторону больших величин по сравнению со средней, так и в сторону меньших. Поэтому результат измерений записывают:

$$x = \bar{x} \pm \overline{\Delta x}_{случ.} \quad (12)$$

Эта запись обозначает что истинное значение величины находится в интервале:

$$\bar{x} - \overline{\Delta x}_{случ.} \leq x \leq \bar{x} + \overline{\Delta x}_{случ.} \quad (13)$$

Однако такой способ оценки случайной погрешности является приближённым. Теория вероятностей показывает, что основной причиной этого является то, что в общем случае нельзя среднее арифметическое отождествлять с истинным значением  $x_{ист.}$  величины.

Очевидно, чем шире выбранный интервал, тем больше вероятность попадания в него истинного значения величины. А, поскольку истинное значение неизвестно, то нельзя с полной уверенностью полагать, что оно

находится в интервале по (13).

Очевидно, чем шире выбранный интервал, тем больше вероятность попадания в него истинного значения величины. В математической статистике этот интервал называется **доверительным интервалом**, а вероятность того, что истинное значение величины находится внутри этого интервала – называется **доверительной вероятностью**.

**Доверительный интервал** при соответствующей ему доверительной вероятности может быть определён **методом Стьюдента**.

Для этого сначала определяют дисперсию измерений. **Дисперсия  $D$**  характеризует степень разбросанности результатов измерений относительно истинного значения результатов измерений относительно истинного значения. Она связана с **среднеквадратичным отклонением** среднего арифметического  $S(x)$  от истинного значения:

$$\sqrt{D} = S(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i)^2}{n(n-1)}} \quad (14)$$

Величина, равная доверительному интервалу  $\overline{\Delta x}_{\text{случ.}}$ , выраженному в долях дисперсии называется **коэффициентом Стьюдента**:

$$t = \frac{\Delta x_{\text{случ.}}}{S(x)} \quad (15)$$

Значения коэффициентов Стьюдента для соответствующих доверительных вероятностей  $P$  при различных количествах измерений приведены в таблице 1.

Следует отметить, что в лабораторном практикуме обычно расчёты проводят для доверительной вероятности  $P=0,95$ .

Находя коэффициент Стьюдента из таблицы, величину доверительного интервала вычисляют из (15):

$$\Delta x_{\text{случ.}} = t \cdot S(x) \quad (16)$$

Следует отметить, что метод Стьюдента эффективен при большом числе измерений. При типичном для лабораторного практикума числе измерений  $n < 5$  можно ограничиваться расчётом абсолютной погрешности измерений по формулам (9)...(12).

Таблица 1. Значения коэффициента Стьюдента

Число измерений, n	Значение t при доверительной вероятности:			
	P=0,95	P=0,98	P=0,99	P=0,999
2	12,7	31,8	63,7	636,6
3	4,3	7,0	9,9	31,6
4	3,2	4,5	5,8	12,9
5	2,8	3,7	4,6	8,6
6	2,6	3,4	4,0	6,9
7	2,4	3,1	3,7	6,0
8	2,4	3,0	3,5	5,4
9	2,3	2,9	3,4	5,0
10	2,3	2,8	3,3	4,8
15	2,1	2,6	3,0	4,1
20	2,1	2,5	2,9	3,9
25	2,0	2,5	2,8	3,7
30	2,0	2,5	2,8	3,7
40	2,0	2,4	2,7	3,6
60	2,0	2,4	2,7	3,6
120	2,0	2,4	2,6	3,4
$\infty$	2,0	2,3	2,6	3,3

### 2.3 Последовательность расчёта погрешности прямых измерений

Обобщая изложенное выше, можно предложить следующую схему расчёта результата измерений:

1. Вычислить по (9) среднее арифметическое  $\bar{x}$  измеряемой величины.
2. Рассчитать по (10) абсолютные погрешности  $\Delta x_{i,случ.}$  результатов отдельных измерений.
3. Определить по (11) среднее арифметическое  $\overline{\Delta x}_{случ.}$  абсолютных погрешностей.
4. Определить инструментальную погрешность измерений по (8) как половину цены деления измерительного инструмента.
5. Если вычисленные  $\overline{\Delta x}_{случ.}$  и  $\Delta x_{приб.}$  сравнимы, то для определения суммарной абсолютной погрешности измерения их следует сложить по формуле (3). Если вычисленные погрешности  $\overline{\Delta x}_{случ.}$  и  $\Delta x_{приб.}$  отличаются более чем в три раза, то меньшей следует пренебречь.

Довольно часто в лабораторном практикуме проводятся однократные измерения величин. Очевидно, что в этом случае нет возможности рассчитать случайную погрешность измерений  $\overline{\Delta x}_{случ.}$ . Следовательно, суммарная абсолютная погрешность измерений  $\Delta x$  будет равна инструментальной погрешности измерений  $\Delta x_{приб.}$ .

Таким образом: **Суммарная погрешность однократных измерений равна половине деления измерительного инструмента.**

### Пример 1

С помощью «плотницкого» метра с сантиметровыми делениями (рис. 1 слева) была измерена длина  $l$  и ширина  $b$  комнаты и результаты занесены в таблицу 1:

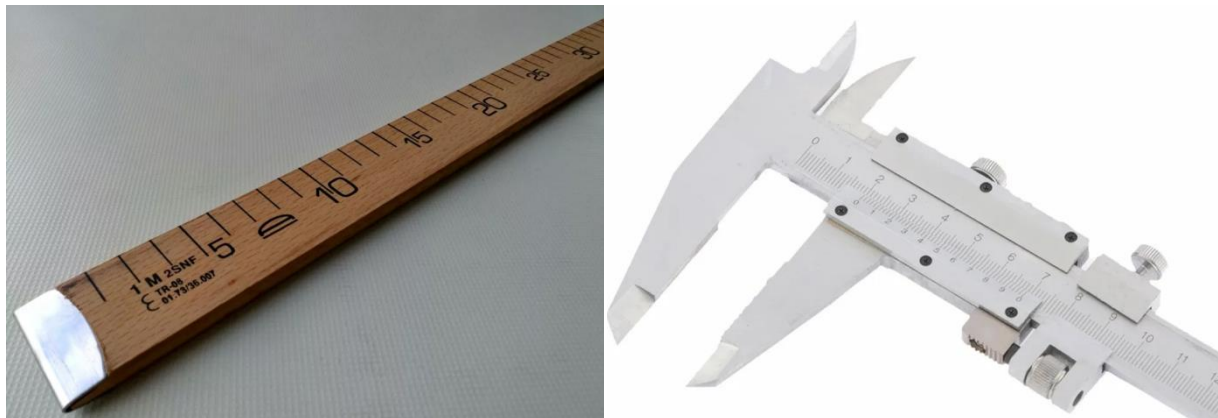


Рисунок 1 – Метр с сантиметровыми делениями и штангенциркуль

1. Средние значения измеряемых величин:

$$\bar{l} = \frac{10,00 + 10,02 + 9,99}{3} = 10,005(\text{м})$$

$$\bar{b} = \frac{5,01 + 5,00 + 4,98}{3} = 4,995(\text{м})$$

2. Абсолютные случайные погрешности каждого из измерений

$$\Delta l_{1,\text{случ.}} = 10,005 - 10,00 = 0,005(\text{м})$$

$$\Delta l_{2,\text{случ.}} = 10,02 - 10,005 = 0,015(\text{м})$$

$$\Delta l_{3,\text{случ.}} = 10,005 - 9,99 = 0,005(\text{м})$$

$$\Delta b_{1,\text{случ.}} = 5,01 - 4,995 = 0,015(\text{м})$$

$$\Delta b_{2,\text{случ.}} = 5,00 - 4,995 = 0,005(\text{м})$$

$$\Delta b_{3,\text{случ.}} = 5,00 - 4,995 = 0,005(\text{м})$$

$$\Delta b_{3,\text{случ.}} = 4,995 - 4,98 = 0,015(\text{м})$$

3. Средние абсолютные погрешности измерений:

$$\bar{\Delta l}_{случ.} = \frac{0,005 + 0,015 + 0,015}{3} = 0,012 (м)$$

$$\bar{\Delta b}_{случ.} = \frac{0,015 + 0,005 + 0,015}{3} = 0,012 (м)$$

4. Инструментальная погрешность измерений «плотницким» метром составляет половину цены деления, т.е.:

$$\Delta l_{приб.} = 0,005 (м)$$

$$\Delta b_{приб.} = 0,005 (м)$$

5. Случайная и инструментальная погрешности сравнимы, поэтому суммарная абсолютная погрешность:

$$\Delta l = 0,012 + 0,005 = 0,017(м)$$

$$\Delta b = 0,012 + 0,005 = 0,017(м)$$

6. Окончательный результат измерения:

$$l = (10,01 \pm 0,02)м;$$

$$b = (5,00 \pm 0,02)м$$

Таблица 1 Таблица измерений и вычислений

№	$l, м$	$\Delta l_{случ.}, м$	$b, м$	$\Delta b_{случ.}, м$
1	10,00	0,005	5,01	0,015
2	10,02	0,015	5,00	0,005
3	9,99	0,015	4,98	0,015
Среднее	$\bar{l} = 10,005$	$\bar{\Delta l}_{случ.} = 0,012$	$\bar{b} = 4,995$	$\bar{\Delta b}_{случ.} = 0,012$

**Примечание:** обращает на себя внимание, что в данном примере абсолютные погрешности длины и ширины одинаковы. Возникает вопрос: что измерено точнее, длина или ширина? Для ответа на этот вопрос воспользуемся понятием относительной погрешности. Рассчитаем её по формуле:

$$\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{\bar{l}} = \frac{0,02}{10,01} \approx 0,002$$

$$\varepsilon_b = \frac{\Delta b}{\bar{b}} = \frac{0,02}{5,00} \approx 0,004$$

**Выразим относительную погрешность в процентах, т.е. умножим полученные цифры на 100:**

$$\varepsilon_l \approx 0,2\%$$

$$\varepsilon_b \approx 0,4\%$$

Отсюда видно, что измерение длины проведено более точно, т.к. абсолютная погрешность длины от самой длины составляет только 0,2%, в то же время абсолютная погрешность ширины по отношению к самой ширине вдвое больше.

На этом примере проясняется физический смысл понятия относительной погрешности:

***Относительная погрешность показывает, какую долю от самой величины составляет её абсолютная погрешность.***

***Относительная погрешность является безразмерной величиной.*** Поэтому с её помощью можно сравнивать точность не только однородных измерений, как в данном примере (длина и ширина имеют одну единицу измерений – метр), но и неоднородных. Это широко используется при определении погрешностей косвенных измерений.

### **3.Определение погрешности косвенных измерений**

В большинстве случаев при проведении экспериментов не удаётся непосредственно измерить интересующую нас величину. Чаще всего измеряют другие величины, а затем вычисляют искомую величину, которая является функцией измеренных. Комната имеет правильную геометрическую форму, поэтому проще всего получить площадь как произведение длины на ширину. Однако и длина и ширина комнаты измерены с определённой погрешностью. Очевидно, что не может быть рассчитана и точная площадь. Причём величина погрешности площади зависит от точности измерения длины и ширины. Поэтому для определения погрешности расчётной величины необходимо установить взаимосвязь этой погрешности с погрешностями измеренных величин. В данном случае следует вывести формулу, связывающую погрешность площади с погрешностями длины и ширины.

*Формулы, связывающие погрешность вычисленной величины с погрешностями измеренных величин, называют **формулами погрешностей**.*

Формулы погрешностей выводятся исходя из рабочих формул, т.е. формул, связывающих вычисленные величины с измеренными.

Один из способов вывода формул погрешностей основан на следующем. Относительная погрешность величины  $Z$  :

$$\varepsilon_Z = \frac{\Delta Z}{Z} \quad (17)$$

с другой стороны:

$$d(\ln Z) = \frac{dZ}{Z} \quad (18)$$

Перейдя к небольшим конечным приращениям, (18) можно переписать:

$$d(\ln Z) \approx \frac{\Delta Z}{\bar{Z}} \quad (19)$$

Сравнивая (17) и (19) получаем:

$$\varepsilon_Z = \frac{\Delta Z}{\bar{Z}} \approx d(\ln Z) \quad (20)$$

Поэтому для вывода формулы погрешностей логарифмируют рабочую формулу и полученное выражение дифференцируют, чтобы погрешность была максимальной.

### **Пример 2**

Рабочая формула (закон Джоуля-Ленца для количества выделившегося в металлическом проводнике тепла):

$$Q = \frac{U^2}{R} t$$

Прологарифмируем её:

$$\ln Q = 2 \ln U - \ln R + \ln t$$

$$d(\ln Q) = \frac{dQ}{Q} = 2 \frac{dU}{U} - \frac{dR}{R} + \frac{dt}{t}$$

Формула погрешностей:

$$\varepsilon_Q = \frac{\Delta Q}{Q} = 2 \frac{\Delta U}{\bar{U}} + \frac{\Delta R}{\bar{R}} + \frac{\Delta t}{\bar{t}}$$

### **Пример 3**

Рабочая формула (для определения ускорения свободного падения при помощи математического маятника):

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

$$\ln g = \ln 4 + 2 \ln \pi + \ln l - 2 \ln T$$



$$d(\ln g) = \frac{dg}{g} = \frac{dl}{l} - 2 \frac{dT}{T} \quad (\text{т. к. } 4 \text{ и } \pi - \text{ постоянные})$$

Формула погрешностей:

$$\varepsilon_g = \frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta T}{T}$$

При выводе формулы погрешностей следует руководствоваться правилом:

*В окончательную формулу погрешностей входят погрешности только тех величин, которые измеряются в данном эксперименте.*

Погрешности постоянных и табличных величин, не измеряемых в данном случае, принимают за нуль. Это правило можно обосновать с двух точек зрения. Во-первых, дифференциалы постоянных величин равны нулю, во-вторых, очевидно, что погрешность расчётной величины в первую очередь зависит от погрешности измерений, т.к. погрешности табличных величин, как правило, много меньше погрешностей измерений в лабораторном практикуме.

Расчётную величину, как и результат прямых измерений, представляют с учётом абсолютной погрешности:

$$Z = \bar{Z} \pm \Delta Z \quad (21)$$

*Абсолютную погрешность расчётной величины можно легко вычислить, зная среднее значение величины и относительную погрешность, вычисленную по формуле погрешностей. Действительно из формулы (20):*

$$\Delta Z = \varepsilon_Z \cdot \bar{Z} \quad (22)$$

### **3.1 Последовательность расчёта погрешности косвенных измерений**

Примерная схема расчёта результатов косвенных измерений выглядит следующим образом:

1. Воспользовавшись правилами, изложенными в п.3 вывести формулу погрешностей.
2. Рассчитать средние значения измеренных величин и их абсолютные погрешности.
3. Рассчитать по формуле погрешностей относительную погрешность вычисляемой величины  $\varepsilon_Z$
4. Определить среднее значение вычисляемой величины  $\bar{Z}$ , подставляя в рабочую формулу средние значения измеренных величин.
5. Вычислить абсолютную погрешность вычисляемой величины  $\Delta Z$  по (22).
6. Записать окончательный результат в виде (21).

#### **Пример 4**

Рассчитаем площадь комнаты. Для этого воспользуемся результатами измерений длины  $l$  и ширины  $b$  комнаты (см. Пример 1):

$$l = (10,005 \pm 0,017)\text{м}; \quad b = (4,995 \pm 0,017)\text{м}$$

1. Рассчитаем относительную погрешность площади  $\varepsilon_S$ .

Рабочая формула:

$$S = l \cdot b$$

Для относительной погрешности получаем формулу:

$$\varepsilon_S = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta b}{b}$$

Подставим численные значения и получим:

$$\varepsilon_S = \frac{0,017}{10,005} + \frac{0,017}{4,995} = 0,0051$$

2. Определяем среднее значение площади:

$$\bar{S} = \bar{l} \cdot \bar{b}$$

Подставим численные значения и получим:

$$\bar{S} = 10,005 \cdot 4,995 = 49,975(\text{м}^2)$$

3. Найдём абсолютную погрешность  $\Delta S$ :

$$\Delta S = \varepsilon_S \cdot \bar{S}$$

Подставим численные значения и получим:

$$\Delta S = 0,0051 \cdot 49,975 = 0,255(\text{м}^2)$$

4. Окончательный результат:

$$S = (49,98 \pm 0,26)\text{м}^2$$

## **1.2 Лабораторная работа №2. Определение коэффициента трения качения при помощи наклонного маятника**

### ***Содержание лабораторной работы***

Необходимо экспериментально определить коэффициенты трения качения для различных материалов при различных условиях и сравнить с теоретическими и табличными значениями. Сделать выводы.

### ***Базовый материал***

Для успешного выполнения и сдачи работы необходимо знать виды сил трения, способы проявления различных видов сил трения, примеры проявления тех или иных сил трения в конкретных случаях, различие значений коэффициентов трения для различных материалов.

### ***Подготовка к занятию***

Повторить, а по необходимости, изучить вопросы базового материала. (Например, 1. Р.И. Грабовский Курс физики.- М.: Высшая школа, 1980, стр.37-39, 2. И.В. Савельев. Курс физики, т. 1.- М.: Наука, 1989, стр. 209-222, 228-241, 3. Лекционный материал).

### ***Входной контроль (самопроверка)***

Подготовка к лабораторной работе контролируется по подготовленному бланку лабораторной работы, согласно общим требованиям и ответам на вопросы:

1. Каким прибором измеряется радиус шарика?
2. Каким прибором и как определяется угол наклона маятника?
3. Каким прибором определяется угол отклонения шарика от положения равновесия?
4. Как исключить проявление силы трения скольжения?
5. Запишите закон для силы трения скольжения
6. Запишите закон для силы трения качения
7. Какое трение называют сухим? Вязким?
8. Какие размерности имеют коэффициенты силы трения скольжения и силы трения качения?

### ***Приборы, материалы, оборудование***

Наклонный маятник с передним и боковым транспортиром, штангенциркуль, металлические пластины

### ***Теоретическое введение и исходные данные***

Трение играет большую роль в природе и технике. Посредством трения осуществляется необходимый переход всех видов энергии в теплоту. Благодаря трению приходит в движение и останавливается транспорт. Замедление

движения автомобиля по горизонтальной дороге при выключении мотора, движение брёвен по течению реки при сплаве, сопротивление воздуха свободному падению тел и т.д. вызываются трением. Трение удерживает корни растений в почве, песок - в железнодорожной насыпи ит.п. Эта работа направлена на знакомство и понимание силы трения качения, определение коэффициента трения качения для различных материалов, выработку навыков работы с установкой для определения коэффициента трения качения, умения проводить анализ различия коэффициента трения качения, а также выяснение способов уменьшения трения. Эти знания, умения и навыки понадобятся в дальнейшем изучении теоретической механики, деталей машин.

На любое движущееся тело действуют силы трения. Природа этих сил может быть различной, но в результате их действия всегда происходит превращение механической энергии во внутреннюю энергию трущихся тел, то есть энергию теплового движения частиц.

В механике различают два вида трения: сухое (или внешнее) между твердыми телами и внутреннее (или вязкое) между слоями жидкости или газа.

*Внешним трением* называется явление возникновения в месте контакта двух соприкасающихся тел касательных сил, препятствующих перемещению этих тел.

Внешнее трение между движущимися относительно друг друга телами называется кинематическим. Внешнее трение между взаимно неподвижными телами называется трением покоя. Оно проявляется в том, что для возникновения относительного перемещения двух соприкасающихся тел к одному из них нужно приложить внешнюю силу  $F > F_0$ , где  $F_0$  - так называемая предельная сила покоя. В зависимости от характера относительного движения различают трение скольжения, возникающее при поступательном перемещении (скольжении) одного тела по поверхности другого, и трение качения, возникающее тогда, когда одно тело катится по поверхности другого.

Сила трения скольжения, возникающая при скольжении сухих поверхностей тел относительно друг друга, в основном вызывается механическим зацеплением между неровностями поверхностей и взаимодействием между составными частями молекул в областях их непосредственного соприкосновения.

В приближенных расчетах можно считать, что величина силы трения скольжения пропорциональна силе нормального давления, а следовательно, и силе реакции опоры, действующей на тело:

$$\vec{F}_{\text{тр}} = k \cdot \vec{N} \quad (1)$$

Где  $k$  - безразмерный коэффициент трения скольжения, зависящий от свойств материалов обоих тел.

Коэффициент трения зависит также от множества других факторов: качества обработки трущихся поверхностей, наличия на них загрязнения, скорости скольжения и так далее.

При качении тела вращения (шара, цилиндра, диска и т.д.) по плоской поверхности тело и поверхность в области соприкосновения деформируются. Деформация является неупругой, поэтому линия действия силы реакции поверхности  $\vec{R}$  не совпадает с линией действия силы нормального давления  $\vec{N}$  (рис. 1.)

Нормальная к плоскости составляющая  $\vec{N}$  силы  $\vec{R}$  численно равна силе нормального давления, а горизонтальная составляющая  $\vec{F}_{\text{тр.к.}}$  представляет собой силу трения качения. В первом приближении можно считать, что

$$\vec{F}_{\text{тр.к.}} = k_k \frac{\vec{N}}{r} \quad (2)$$

где  $r$  - радиус катящегося колеса,  $k_k$  - коэффициент трения качения.

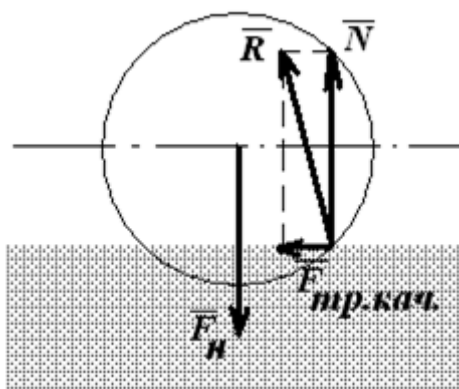


Рисунок 1 - Силы, действующие на катящееся по ровной поверхности тело

Коэффициент трения качения имеет размерность длины и зависит от материала тел, состояния их поверхностей и ряда других факторов. Трение качения значительно меньше трения скольжения, поэтому повсюду, где возможно, трение скольжения колеса заменяют трением качения (использование шариковых и роликовых подшипников и так далее).

Одним из экспериментальных методов определения коэффициента трения качения является метод наблюдений колебаний наклонного маятника. Наклонный маятник состоит из небольшого шарика, подвешенного к неподвижной опоре на длинной тонкой нити.

При колебаниях маятника шарик катится по исследуемому образцу, при этом возникает сила трения качения, вызывающая затухание колебаний маятника. Нить маятника и образец наклонены относительно вертикали на одинаковый угол.

Шарик движется под действием следующих сил: силы тяжести  $m\vec{g}$ , силы натяжения нити  $\vec{T}$ , силы реакции образца  $\vec{N}$  и силы трения качения  $\vec{F}_{\text{тр.к.}}$ . Результирующая всех сил - возвращающая сила  $\vec{F}_e$  - стремится вернуть маятник

в положение равновесия. На рис. 2 схематически изображен вид наклонного маятника сбоку,  $\beta$  угол наклона образца относительно вертикали.

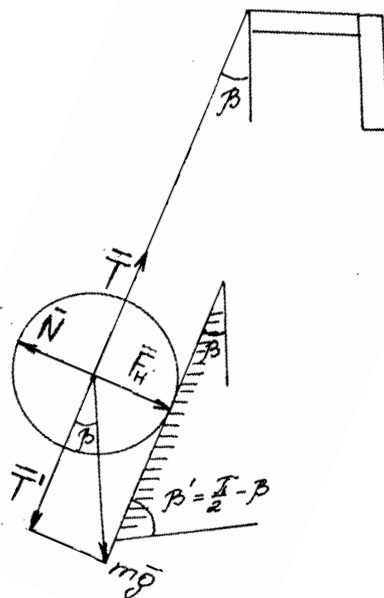


Рисунок 2 - Силы, действующие на шарик наклонного маятника

Силу тяжести  $m\vec{g}$  можно разложить на две составляющие:  $\vec{F}_H$  и  $\vec{T}'$ . Составляющая  $\vec{F}_H$  - сила нормального давления, уравнивается силой реакции образца  $\vec{N}$  и определяет силу трения качения. На рис. 2 видно, что

$$F_H = mg \sin \beta \quad (3)$$

Сила  $\vec{T}'$  является проекцией силы тяжести  $m\vec{g}$  на плоскость, в которой колеблется нить маятника (плоскость колебаний), откуда следует:

$$T' = mg \cos \beta \quad (4)$$

На рис. 3 изображена плоскость колебаний. При отклонении маятника на небольшой угол  $\alpha$  от положения равновесия возникает сила  $\vec{F}_e$  (возвращающая), направленная в сторону уменьшения  $\alpha$ . Она равна

$$F_B = T' \sin \alpha \quad (5)$$

Сила трения качения, возникающая при движении шарика, направлена противоположно  $\vec{F}_e$ .

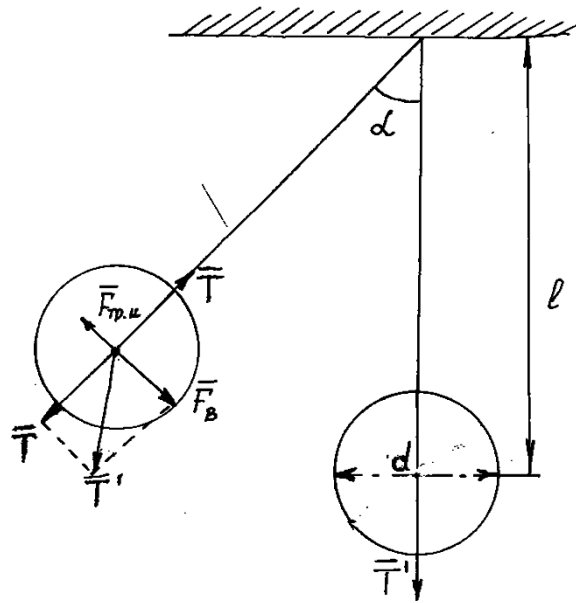


Рисунок 3 - Силы, действующие на шарик наклонного маятника в двух разных положениях

Пусть в некоторый момент времени шарик отклоняется на максимальный угол  $\alpha_i$ . Полная энергия  $i$ -го колебания  $E^{(i)}$  без учета трения равна работе по подъему шарика на малый угол  $\alpha_i$ . Элементарная работа, совершаемая при отклонении шарика на малый угол  $d\alpha$ , равна:

$$dA = F_B dS = F_B \cdot l \cdot d\alpha \quad (6)$$

где  $dS$  - дуга, которую описывает шарик при его отклонении на малый угол  $d\alpha$ ;

$l$  - расстояние от оси вращения до центра шарика.

Тогда полная энергия  $i$ -го колебания будет равна:

$$E^{(i)} = A^{(i)} = \int_0^{\alpha_i} F_B \cdot l \cdot d\alpha \quad (7)$$

Подставляя в (7) выражения (5) и (4), получим:

$$E^{(i)} = \int_0^{\alpha_i} mgl \cos \beta \sin \alpha d\alpha = mgl \cos \beta (1 - \cos \alpha_i) \quad (8)$$

Действие силы трения качения вызывает уменьшение энергии колебаний. Полагая, что за период амплитуда колебаний изменяется мало, из выражения (8) получим выражение для изменения энергии за период:

$$\Delta E^{(i)} = mgl \cos \beta \sin \alpha_i \Delta \alpha_i \quad (9)$$

Где  $\Delta \alpha_i$ - уменьшение отклонения маятника за  $i$ -е колебание.

Изменение энергии за период равно работе сил трения за время  $i$ -го колебания. Эта работа равна

$$A_{mp}^{(i)} = 4F_{mp.к.} l \alpha_i \quad (10)$$

Подставляя в (10) выражение (2) и учитывая, что  $N = F_H$ , получим

$$\left( A_{mp.}^{(i)} = 4k_k \frac{mg \sin \beta}{r} l \alpha_i \right) A_{mp.}^{(i)} = 4k_k \frac{F_H}{r} l \alpha_i \quad (11)$$

С учетом (3) выражение (11) переписется в виде

$$A_{mp.}^{(i)} = 4k_k \frac{mg \sin \beta}{r} l \alpha_i \quad (12)$$

Приравнявая (9) и (12) и учитывая, что при малых углах отклонения  $\alpha_i = 4 \dots 5^\circ$ ,  $\sin \alpha_i \approx \alpha_i$ , ( $\alpha_i$  – выражено в радианах) получим выражение для  $\Delta \alpha_i$ :

$$\Delta \alpha_i = 4 \frac{k_k}{r} tg \beta \quad (13)$$

Уменьшение максимального угла отклонения за  $n$  колебаний при не слишком большом числе колебаний (не более 10) найдем суммированием всех  $\Delta \alpha_i$  за  $n$  колебаний:

$$\sum_{i=1}^n \Delta \alpha_i = 4n \frac{k_k}{r} tg \beta \quad (14)$$

На основании (14) можно записать:

$$\alpha_0 - \alpha_n = 4n \frac{k_k}{r} tg \beta \quad (15)$$

где  $\alpha_0$  - угол начального отклонения маятника,

$\alpha_n$  - угол отклонения после  $n$  полных колебаний.

Из (15) получим выражение для расчета коэффициента трения качения следующую экспериментальную формулу:



$$k_k = r \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{4n} \operatorname{ctg} \beta \quad (16)$$

**Порядок выполнения работы**

1. Установить пластину из исследуемого материала
2. Вращая вороток на верхнем кронштейне, установить длину маятника так, чтобы шарик при качении не задевал за рамку, внутри которой вставлена пластина из исследуемого материала.
3. Плоскость маятника наклонить на угол  $\beta$ , который считывается по боковой шкале транспорта, и зафиксировать
4. Измерить диаметр шарика и вычислить его радиус
5. Шар отклонить из положения равновесия на угол  $\alpha_0$ .
6. Отпустить шарик и отсчитать  $n$  полных колебания
7. Замерить угол  $\alpha$  после совершения маятником  $n$  колебаний.
8. По формуле (16) рассчитать коэффициент трения качения  $k_k$ .
9. Результаты записывать в таблицу

Таблица 1. Результаты измерений и вычислений

№	$\beta$	$\alpha_0$	$n$	$\alpha$	$k_k$	$\overline{k_k}$	$\Delta k_k$	$\varepsilon, \%$
Материал 1, угол наклона 1								
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
Материал 1, угол наклона 2								
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								

10. Опыты повторить для различных углов  $\beta$  и для различных материалов пластин. Составить таблицы, аналогичные Таблице 1.

11. Рассчитать абсолютную и относительную погрешность измерений.
12. Сравнить полученные результаты с табличными значениями

### ***Указания по выполнению работы***

1. До проведения измерений необходимо выровнять основание прибора с помощью регулировочных винтов.
2. Стойка прибора должна располагаться строго вертикально.
3. Отсчёт угла производить при перпендикулярном угле зрения.
4. Угол наклона маятника должен быть более 20 градусов, чтобы избежать проскальзывания шарика при качении по пластине.

### ***Контрольные вопросы***

1. Приведите примеры, в которых отражается действие сил трения покоя
2. Приведите примеры, в которых отражается действие сил трения скольжения
3. Приведите примеры, в которых отражается действие сил трения качения
4. Назовите способы уменьшения трения.
5. Для чего у некоторых транспортных средств делают колёса большого радиуса?
6. Чем объяснить, что при буксовании колёс автомобиля сила тяги значительно падает?
7. На столике в вагоне поезда лежат книга и мяч. Почему, когда поезд тронулся с места, мяч покатился назад (относительно поезда), а книга осталась в покое?
8. Как называется сила, действующая со стороны стола на катящийся по нему цилиндр?
9. От чего зависит коэффициент трения для некоторой пары металлов?
10. В каких случаях и между чем возникают силы трения качения?

### **1.3 Лабораторная работа №3. Определение скорости пули с помощью крутильно-баллистического маятника**

#### ***Содержание лабораторной работы***

Эта работа направлена на знакомство и понимание процессов перехода одного вида механической энергии в другой, использование законов сохранения импульса и энергии. Необходимо экспериментально определить скорость пули при помощи крутильно-баллистического маятника, используя пули различной массы.

#### ***Базовый материал***

Для успешного выполнения и сдачи работы необходимо знать понятия импульса, кинетической и потенциальной энергии, законы сохранения импульса и энергии. Уметь применять их при выводе формулы скорости.

#### ***Подготовка к занятию***

Повторить, а по необходимости, изучить вопросы базового материала. (Например, И.В. Савельев. Курс физики, т. 1. «Наука» 1989г., стр. 57-88, И.В. Савельев. Курс общей физики, т. 1 «Астрель» стр.83-134, Ландсберг Г.С «Наука» 1т. стр.123-125, лекционный материал).

#### ***Входной контроль (самопроверка)***

Подготовка к лабораторной работе контролируется по подготовленному бланку лабораторной работы, согласно общим требованиям и ответам на вопросы:

1. Какой энергией обладает пуля в стволе пружинного пистолета?
2. Какие превращения происходят с энергией пули после выстрела?
3. Как можно определить момент инерции крутильного маятника?
4. Можно ли использовать результаты и проводить расчеты, если пуля отскочил от цели?
5. Как можно изменить момент инерции крутильного маятника?
6. Как определить координату места попадания пули?
7. Чему равны цены делений на шкалах углов и шкалах радиусов?
8. Как определить величину  $R_1$  и  $R_2$ ?
9. Как определить массу грузов и массу пули?

#### ***Приборы, материалы, оборудование***

Крутильно-баллистический маятник, пружинный пистолет, транспортер, секундомер, масштабная линейка, набор пуль

#### ***Теоретическое введение и исходные данные***

Знание законов сохранения импульса и энергии позволяет решать различные задачи, связанные с определением скоростей тел, их перемещений и масс. Такой задачей, например, является задача определения скорости пули с

помощью крутильно-баллистического маятника. Действие закона сохранения момента импульса хорошо знакомо спортсменам, артистам балета и цирка. Если фигуристке (или балерине) требуется увеличить скорость своего вращения, то она прижимает руки к корпусу и тем самым уменьшает момент инерции тела относительно вертикальной оси. При этом угловая скорость вращения увеличивается во столько раз, во сколько уменьшается момент инерции. Перед остановкой, чтобы уменьшить скорость вращения, фигуристка разводит руки в стороны, увеличивая тем самым момент инерции своего тела и уменьшая угловую скорость вращения. В технике по такому же принципу работают различного рода регуляторы частоты вращения, например регулятор Уатта. Кроме того, при лабораторной проверке и сертификации различных упругих материалов используются установки, принцип действия которых очень схож с описанной ниже.

Рассмотрим динамику процессов, происходящих в крутильно-баллистическом маятнике. После попадания монтажной пули в маятник, он начинает вращаться вокруг своей вертикальной оси. Если пренебречь при движении маятника моментом сил трения, то можно воспользоваться двумя законами сохранения: сохранения механической энергии импульса.

На основании закона сохранения момента импульса, считая удар полностью неупругим, запишем

$$mVr = (J_1 + mr^2)\omega \quad (1)$$

где  $m$  - масса пули,

$V$  - его скорость,

$r$  - расстояние от оси вращения маятника до точки удара пули,

$\omega$  - угловая скорость маятника,

$J_1$  - момент инерции маятника.

Из закона сохранения механической энергии после удара следует:

$$\frac{1}{2}(J_1 + mr^2)\omega^2 = \frac{1}{2}D\alpha^2 \quad (2)$$

где  $\alpha$  - угол (наибольший) поворота маятника,

$D$  - постоянная момента упругих сил.

Из этих уравнений получаем

$$V^2 = \frac{D\alpha^2}{m^2r^2}(J_1 + mr^2) \quad (3)$$

Так как момент инерции пули  $mr^2$  во много раз меньше, чем  $J_1$ , то уравнение (3) может быть написано в виде

$$V^2 = \frac{D\alpha^2 J_1}{m^2 r^2} \quad (4)$$

Уравнение движения баллистического маятника при следующих предположениях:

- 1)  $t \ll T$ , т.е. время воздействия пули на маятник во много раз меньше периода колебаний маятника;
- 2) угол отклонения маятника мал - не более  $5^\circ$ - $6^\circ$

может быть записано в виде

$$J_1 \alpha'' = -D\alpha$$

где  $\alpha''$  - угловое ускорение,  
 $\alpha$  - угол поворота маятника.

Решение этого уравнения приводят к выражению для периода колебаний  $T_1$ :

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{D}} \quad (5)$$

Для исключения величины  $D$  можно поступить следующим образом. Меняя расстояние между грузами, изменим момент инерции маятника и вычислим:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_2}{D}} \quad (6)$$

$$J_1 - J_2 = \Delta J \quad (7)$$

где  $T_2$  - период колебаний при новом значении момента инерции,  
 $\Delta J$  - разность моментов инерции.

Из уравнений (5) и (6) следует

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \quad (8)$$

а из уравнений (7) и (8):

$$J_1 = \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_2^2} \quad (9)$$

Подставляя (5) и (9) в (4), получим

$$V = \frac{2\pi\alpha T_1}{mr(T_1^2 - T_2^2)} \Delta J \quad (10)$$

Величину  $\Delta J$  можно определить, пользуясь теоремой Штейнера. Из нее следует, что

$$J_1 = J_0 + 2MR_1^2 \quad (11)$$

$$J_2 = J_0 + 2MR_2^2 \quad (12)$$

где  $J_0$  - момент инерции маятника, когда центры тяжести грузов совпадают с осью вращения маятника;

$J_1$  - момент инерции, тогда оба груза находятся на расстоянии  $R_1$ ;

$J_2$  - момент инерция, когда оба груза находятся на расстоянии  $R_2$ ;

$M$  - масса груза.

Пусть  $R_1 > R_2$  тогда из уравнений (11) и (12) получаем

$$J_1 - J_2 = \Delta J = 2M(R_1^2 - R_2^2) \quad (13)$$

Из уравнений (10) и (13) окончательно скорость полета монтажной пули (м/с) определяется по формуле

$$V = \frac{4\pi M\alpha T_1(R_1^2 - R_2^2)}{mr(T_1^2 - T_2^2)} \quad (14)$$

где  $\alpha$  - максимальный угол отклонения маятника (рад),

$M$  - масса груза (кг),

$m$  - масса пули (кг),

$r$  - расстояние от оси вращения маятника до центра пули в месте вклеивания его в пластилин (м),

$R_1$  - расстояние от оси вращения маятника до центра масс грузов в первом положении (м),

$T_1$  - период колебаний для  $R_1$  (с),

$T_2$  - период колебаний для  $R_2$  (с),

$R_2$  - расстояние от оси вращения маятника до центра масс грузов во втором положении, причем  $R_1 > R_2$   
 $1^0 = 0,017453$  рад.

### Порядок выполнения работы

Описание экспериментальной установки. Общий вид баллистического маятника показан на рис.1. Схематическое устройство баллистического маятника с указанием основных элементов конструкции представлено на рисунке 2.



Рисунок 1 - Общий вид крутильно-баллистического маятника

Основание прибора 1 оснащено регулируемыми ножками 2, позволяющими выровнять прибор строго горизонтально на поверхности парты. В основании закреплена колонка 3, на которой закреплены кронштейны: верхний 4, нижний 5 и средний 6. К среднему кронштейну прикреплено стреляющее устройство 7, куда закладывается исследуемая пуля, а также прозрачный экран с нанесенной на него угловой шкалой 8 и фотоэлектрический датчик 9. Кронштейны 4 и 5 имеют зажимы для крепления стальной проволоки

13, на которой подвешен маятник, состоящий из двух мишеней, наполненных пластилином 10, двух перемещаемых грузов 11, двух стержней 12, датчика колебаний 14.

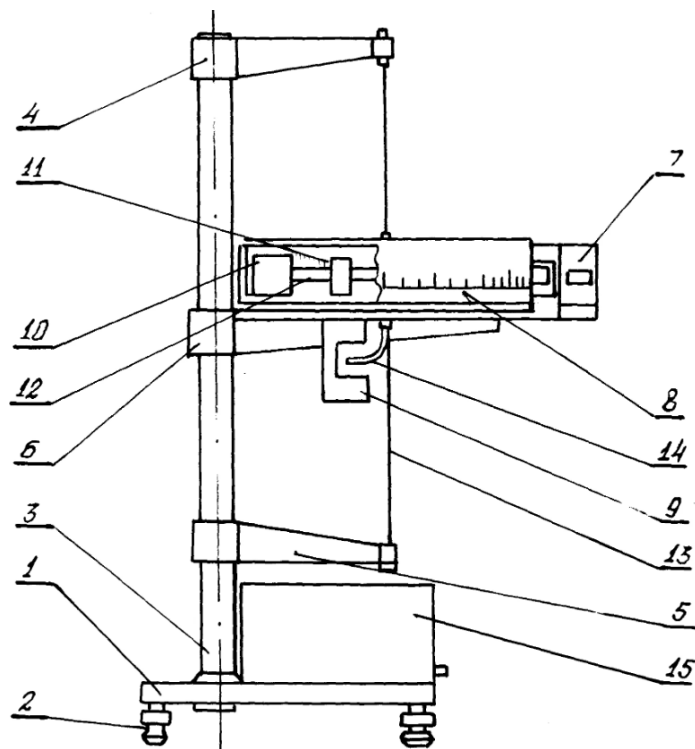


Рисунок 2. Схематическое устройство баллистического маятника

Электронная схема маятника состоит из двух основных частей: фотоэлектрического датчика и универсального миллисекундомера. Фотоэлектрический датчик соединен разъемом с универсальным миллисекундомером. Крутильный маятник установлен на черте 0 угловой шкалы. Передвижные грузы установлены на определенном расстоянии, для которого будем определять скорость пули. Выстреленная пуля застревает в пластине, находящейся в мишени крутильного маятника, и вызывает его отклонение на некоторый угол. Считываем этот угол и повторно рукой отклоняем маятник на этот же угол. Включаем измеритель и пускаем маятник, который будет совершать крутильные колебания, число и время которых будет считать универсальный миллисекундомер.

На лицевой панели миллисекундомера (см. рис.3) размещены следующие манипуляционные элементы:



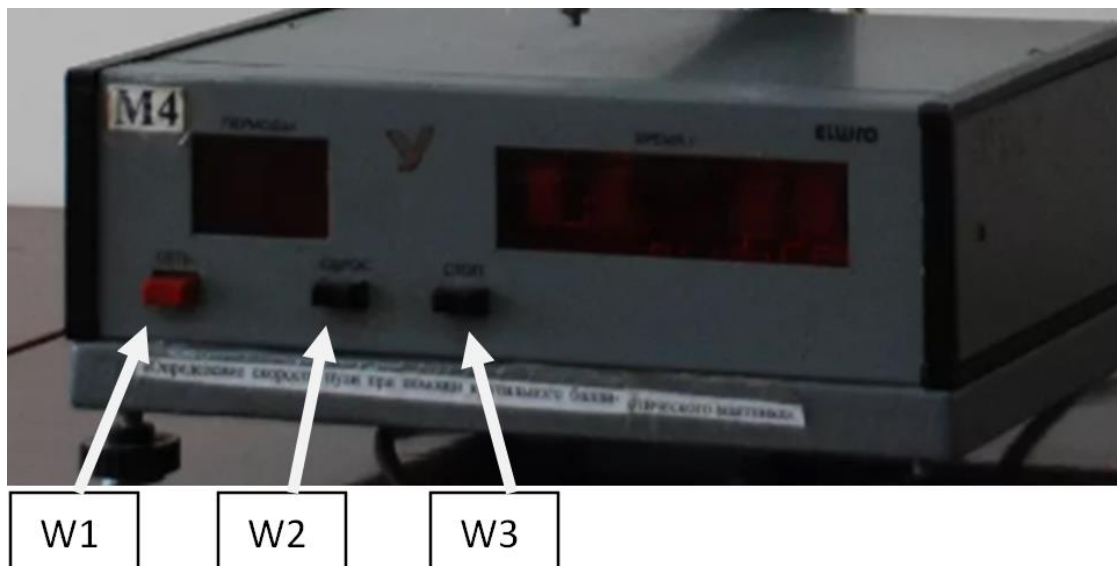


Рисунок 3 - Лицевая панель баллистического маятника

W1 (сеть) - выключатель сети - нажатие клавиши вызывает включение питающего напряжения. Представляется это свечением цифровых индикаторов (высвечивающих цифру нуль) и свечением лампочки фотоэлектрического датчика;

W2 (сброс) - сброс измерителя - нажатие клавиши вызывает сброс схем миллисекундомера и генерирование сигнала разрешения на измерение;

W3 (стоп) - окончание измерения - нажатие клавиши вызывает генерирование сигнала разрешения на окончание подсчета.

После изучения внешнего вида и основных узлов экспериментальной установки, можно приступать к выполнению лабораторной работы.

### ***I. Подготовка установки к измерениям***

1. Проверить заземление прибора.
2. Подключить фотоэлектрический датчик к входному гнезду миллисекундомера.
3. Прибор установить горизонтально.
4. Включить сетевой шнур измерителя в питающую сеть.
5. Нажать переключатель (сеть), проверяя, все ли индикаторы измерителя высвечивают цифру нуль, а также, светится ли лампочка фотоэлектрического датчика.

### ***II. Определение скорости полета пули.***

1. Максимально приблизить грузы 11 друг к другу ( $R_2 = \min$ ).
2. Установить его в таком положении, чтобы черта на мишени 10 совпадала с нулем.
3. Выбрать одну пулю и вложить её в пружинное устройство.
4. Спустить курок и выстрелить пулю из пружинного устройства.
5. Измерить максимальный угол отклонения маятника  $\alpha$ .

6. Включить и обнулить счетчик времени.
  7. Отклонить маятник на угол  $\alpha$ , включить измеритель времени и пустить маятник.
  8. Измерить время десяти колебаний и вычислить  $T_2$ .
  9. Максимально отдалить друг от друга грузы 11 ( $R_1 = \max$ ) и повторить действия согласно пп.2, 6, 7.
  10. Измерить время десяти колебаний и вычислить  $T_1$ .
  11. Вычислить скорость пули по формуле (14).
  12. Повторить измерение скорости одной и той же пули пять раз.
- Результаты измерений занести в Таблицу 1

Значения массы груза 11 -  $M$ , масса пули  $m$  и расстояние от оси вращения маятника до центра тяжести пули в месте застревания его в пластине  $r$  указаны на установке или определяются по её шкалам.

Таблица 1. Результаты измерений и вычислений

Число измерений	Масса груза $M$ , кг	Масса пули $m$ , кг	Расстояние от оси маятника до точки $r$ , м	Максимальный угол отклонения $\alpha$ , град	Измерения при помощи миллисекундомера				Скорость пули $V$ , м/с
					Максимально приближенные грузы $R_2 = \dots$ м		Максимально удаленные грузы $R_1 = \dots$ м		
					Длительность десяти колебаний при установке маятника на угол $\alpha, t_2$	Период $T_2$	Длительность десяти колебаний при установке маятника на угол $\alpha, t_1$	Период $T_1$	
<b>Пуля 1</b>									
1									
2									
3									
4									
5									
<b>Пуля 2</b>									
1									
2									
3									
4									
5									
<b>Пуля n</b>									
1									
2									
3									
4									
5									

### ***Указания по выполнению работы***

1. ВНИМАНИЕ! Подвижную систему руками не вращать
2. Номера пуль указаны на самих пулях в виде точек: одна точка - пуля №1 её масса - 1,3 г., две точки - пуля № 2 - её масса - 2,9 г., три точки - пуля №3 - её масса 4,1 г., четыре точки - пуля №4 - её масса 5,1г., пять точек – пуля №5 - её масса - 5,3 г.
3. Если используются другие пули, необходимо их взвесить самостоятельно на электронных весах

### ***Контрольные вопросы и задания***

1. Выведите закон сохранения момента импульса замкнутой системы вращающихся тел. Приведите примеры применения этого закона.
2. Студент останавливает рукой вращающийся волчок. Сохранится ли при этом момент импульса.
3. Сформулируйте второй закон динамики вращательного движения.
4. Какая величина называется моментом инерции, запишите формулу момента инерции пули?
5. Фигурист вращается, делая 2 об/с. Как изменится момент инерции фигуриста, если он прижмёт руки к груди, и при этом частота вращения станет 6 об/с.
6. В каком случае можно пренебречь моментом инерции пули относительно оси вращения маятника?
7. При каких взаимодействиях можно применить в механике совместно законы сохранения энергии и импульса?
8. Можно ли считать, что кинетическая энергия пули в случае неупругого удара полностью переходит в потенциальную энергию маятника?
9. Выведите формулу кинетической энергии вращающегося тела.
10. В каких системах выполняется закон сохранения момента импульса?
11. Как связаны между собой линейная и угловая скорости?
12. Запишите и объясните теорему Штейнера.

## **1.4 Лабораторная работа №4. Исследование закона сохранения импульса при соударении шаров**

### ***Содержание лабораторной работы***

Необходимо экспериментально исследовать закон сохранения импульса при абсолютно упругом и неупругом ударе, определить коэффициент восстановления.

### ***Базовый материал***

Для успешного выполнения и сдачи работы необходимо знать законы сохранения импульса и энергии, два вида взаимодействий : упругое и неупругое и законы, которые выполняются для них.

### ***Подготовка к занятию***

Повторить, а по необходимости, изучить вопросы базового материала. (Например, И.В. Савельев. Курс общей физики, т. 1. «Наука» 1989г., стр. 56-57,81-84, И.В.Савельев Курс общей физики,т.1 «Астрель» 2002, стр. 97-119, Р.И.Грабовский Курс физики «Высшая школа» 1980,стр., Г.С.Ландсберг Элементарный учебник физики, «Наука»,1975, стр.122-125, лекционный материал).

### ***Входной контроль (самопроверка)***

Подготовка к лабораторной работе контролируется по подготовленному бланку лабораторной работы, согласно общим требованиям и ответам на вопросы:

1. Какая величина называется импульсом тела?
2. Какая механическая система называется замкнутой?
3. Запишите законы сохранения импульса для абсолютно упругого и неупругого ударов
4. Какие силы называются внутренними? внешними?

### ***Приборы, материалы, оборудование***

установка для исследования столкновений шаров ГРМ-Об; стальные шары; микросекундомер ГРМ-16 (рабочая погрешность измерения времени - 1 мкс).

### ***Теоретическое введение и исходные данные***

Основные законы механики-второй и третий законы Ньютона – включают в себе возможность решения любой механической задачи. В механике часто встречаются задачи, когда необходимо одновременно рассматривать несколько тел, движущихся по-разному. Например, такими являются задачи о движении небесных тел, о соударении тел, об отдаче огнестрельного оружия, где и снаряд и пушка начинают двигаться после

выстрела, и т.д. Эта работа направлена на знакомство и понимание процессов перехода одного вида энергии в другой, выработку навыков и умений работы на лабораторных установках, умения производить расчеты и выводы формул с применением основных уравнений динамики вращательного и колебательного движений. Эти знания, умения и навыки понадобятся при решении различных задач инженерного содержания.

Рассмотрим механические процессы, происходящие при соударении шаров. Следствием второго и третьего закона Ньютона (динамики) является закон сохранения (или постоянства) импульса. Для начала рассмотрим взаимодействие двух шариков, лежащих на горизонтальной поверхности, причем между шариками находится сжатая пружина (связанная ниткой) – Рисунок 1. Силой трения и массой пружинки пренебрегаем. Если в некоторый момент пережечь нить, то пружина будет действовать на шарик  $m_1$  с силой  $\vec{F}_{12}$ , а на шарик  $m_2$  с равной и противоположной силой  $\vec{F}_{21}$ . Следовательно, можно записать

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{12} = 0 \quad (1)$$

Под действием этих сил шарики получают ускорения  $\vec{a}_1$  и  $\vec{a}_2$

$$m_1 \vec{a}_1 = \vec{F}_{12} \quad m_2 \vec{a}_2 = \vec{F}_{21} \quad (2)$$

Теперь, учитывая (1),имеем:

$$m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 = 0 \quad (3)$$

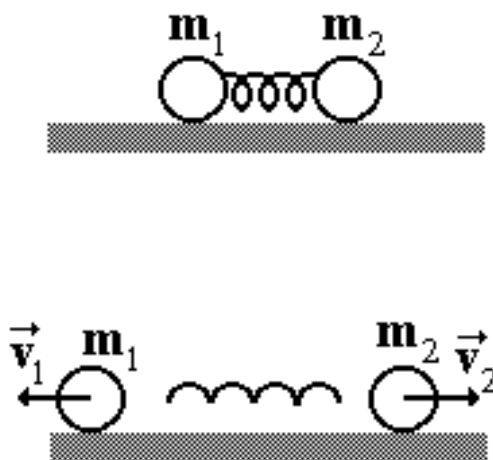


Рисунок 1 - Взаимодействие двух шаров

Но

$$\vec{a}_1 = \frac{d\vec{v}_1}{dt} \qquad \vec{a}_2 = \frac{d\vec{v}_2}{dt}$$

Тогда

$$m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} = 0$$

откуда можно записать

$$\frac{d(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2)}{dt} = 0 \qquad (4)$$

Здесь  $m_1\vec{v}_1$  - импульс первого шарика,  
 $m_2\vec{v}_2$  - импульс второго шарика.

Отметим, что вывод уравнения (4) не зависит от величины и характера сил взаимодействия между шариками; важно, что эти силы всегда удовлетворяют условию (1). Равенство (4) означает, что сумма импульсов шаров остается постоянной и во время действия расталкивающей пружины и после, до тех пор, пока на шары действуют внешние силы. Это заключение справедливо и для двух любых тел, а не только для шаров, которые выбраны для упрощения рассуждений.

***Импульс системы, состоящей из двух тел, под действием сил взаимодействия этих тел не может измениться.***

Пусть имеется некоторое количество тел, изолированных от всех остальных тел и образующих одну механическую систему, тогда силы взаимодействия этих тел есть силы внутренние по отношению к данной системе. Если изолированная система содержит большое количество тел, то закон сохранения импульса имеет место для системы в целом.

Действительно, пусть система состоит из трех тел с массами  $m_1, m_2, m_3$ . Для первого тела можно записать:

$$m_1\vec{a}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13}$$

Аналогично для остальных тел:

$$m_2\vec{a}_2 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23}$$

$$m_3\vec{a}_3 = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32}$$

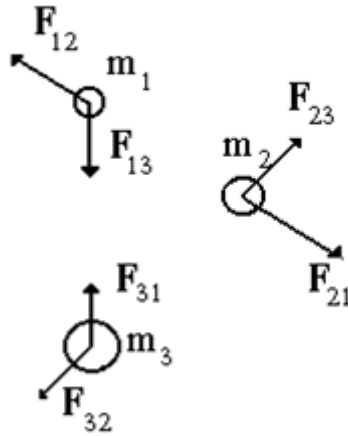


Рисунок 2 - Система из трёх тел

Теперь, с учетом третьего закона, и после сложения имеем:

$$m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + m_3 \vec{a}_3 = 0$$

Или

$$\frac{d(m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3)}{dt} = 0$$

где  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$  - скорости рассматриваемых тел.

Обозначив сумму импульсов всех тел через  $\vec{p}$ , можно последнее соотношение переписать:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

или:

$$\vec{p} = const$$

***Импульс системы тел под действием внутренних сил не может измениться.***

Итак, закон сохранения импульса имеет место в случае взаимодействия многих тел: импульс системы тел остается постоянным, если внешние силы, силы со стороны тел, не входящих в систему, отсутствуют. Импульс - векторная величина, а это означает, что постоянным остаются и абсолютная величина импульса, и его направление. Импульс каждого тела системы может как угодно меняться, но общий импульс системы остается постоянным.

Импульс только передается от одного тела к другому и никогда не уничтожается, или импульс любой системы изолированных тел - векторная величина - остается всегда неизменным.

### ***Порядок выполнения работы***

Описание экспериментальной установки. Общий вид экспериментальной установки представлен на рисунке 3. Устройство экспериментальной установки представлено на рисунке 4.



Рисунок 3 - Общий вид экспериментальной установки



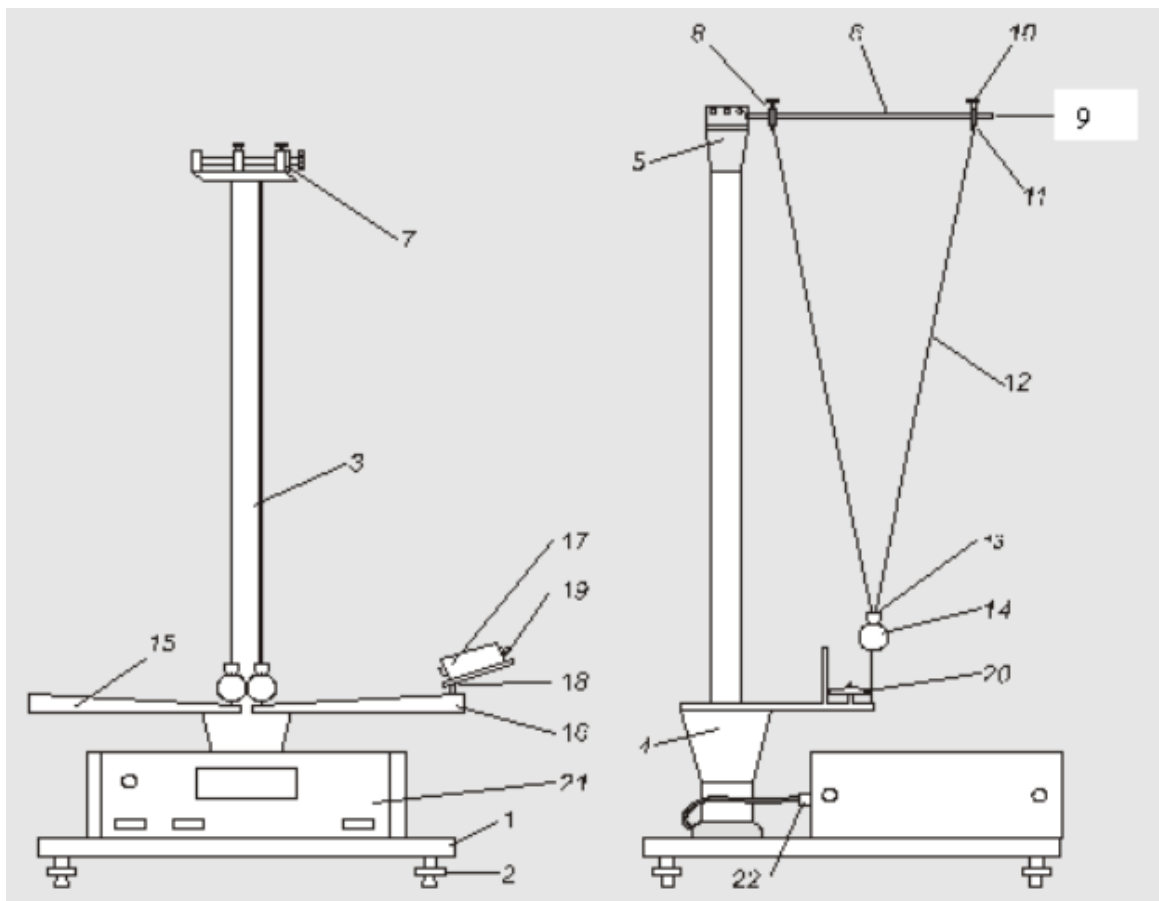


Рисунок 4 – Схематическое устройство экспериментальной установки

Основание (1) оснащено регулируемыми ножками (2), которые позволяют выровнять положение прибора на парте строго горизонтально. В основании закреплена колонка (3), к которой прикреплены два кронштейна: нижний (4) и верхний (5). На верхнем кронштейне прикреплены кронштейны со стержнями (6) и вороток (7), служащий для установки расстояния между шарами. На стержнях (6) помещены передвигаемые держатели (8) со втулками (9), фиксированные при помощи болта (10) и приспособленные к прикреплению подвесов (11). Через подвесы (11) проведены провода (12), подводящие напряжение к подвесам (11) и (13), а через них к шарам (14). После отвинчивания винтов в подвесах (11) можно установить длину подвески шаров.

На нижнем кронштейне закреплены угольники со шкалами (15), (16), а на специальных направляющих электромагнит (17). После отвинчивания болтов (18), (19) электромагнит можно передвигать вдоль правой шкалы и фиксировать высоту его установки. Силу электромагнита можно регулировать воротком (23). Угольники со шкалами также могут передвигаться вдоль нижнего кронштейна. Для изменения их положения надо отпустить гайки (22), подобрать положение угольников, а затем довинтить гайки.

Расчётные формулы. Эксперимент состоит в определении импульса шаров до и после столкновения и в сравнении полученных результатов.

Импульс шаров до столкновения определяется по формуле:

$$\vec{p} = m_1 \vec{v}_1 \quad (5)$$

где:  $m_1$  - масса ударяющего шара вместе с подвеской  
 $v_1$  - скорость ударяющего шара в м/с.

Скорость ударяющего шара  $\vec{v}_1$  определяется по формуле:

$$v_1 = 2\sqrt{gL} \sin(\alpha_1/2) \quad (6)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения, в м/с<sup>2</sup>,  
 $L$  - длина подвески шаров, в м,  
 $\alpha_1$  - угол, с которого шар был пущен.

Суммарный импульс шаров после упругого столкновения определяется по формуле:

$$p_1 = m_1 v_1^1 + m_2 v_2^1 \quad (7)$$

где  $m_2$  - масса ударяемого шара с подвеской,  
 $v_1^1$  - скорость ударяющего шара после столкновения в м/с  
 $v_2^1$  - скорость ударяемого шара после столкновения в м/с.

Скорость  $v_1^1$  и  $v_2^1$  определяются по формулам

$$v_1^1 = 2\sqrt{gL} \sin(\beta_1/2) \quad (8)$$

$$v_2^1 = 2\sqrt{gL} \sin(\beta_2/2) \quad (9)$$

где  $\beta_1$  - угол, на который после столкновения отскочил ударяющий шар,  
 $\beta_2$  - угол, на который после столкновения отскочил ударяемый шар.

Суммарный импульс шаров после идеально неупругого столкновения определяется по формуле :

$$p_2 = (m_1 + m_2)v_2'' \quad (10)$$

где  $v_2''$  - общая скорость шаров после идеально неупругого столкновения в м/с.

Общая скорость шаров  $v_2''$  определяется по формуле:

$$v_2'' = 2\sqrt{gL} \cdot \sin(\gamma/2) \quad (11)$$

где  $\gamma$  - угол, на который после столкновения отскочил ударяемый шар вместе с ударяющим шаром.

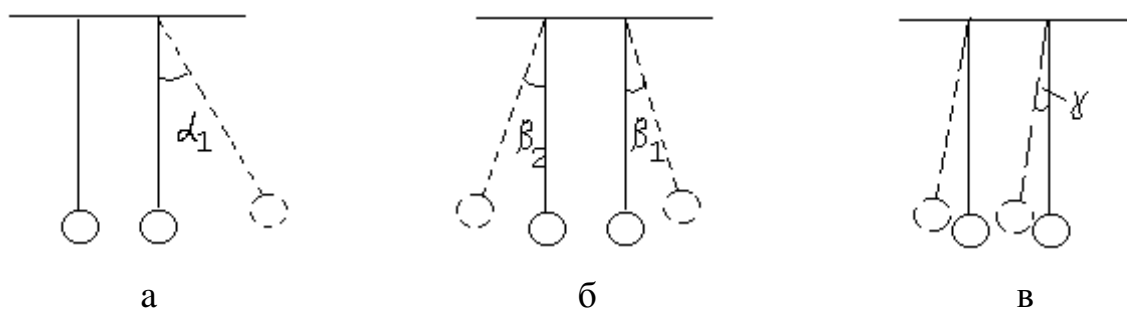


Рисунок 5 - Углы отклонения шаров

Упражнение 1. Проверка закона сохранения импульса.

1. Гайки подвесов 11 переместить максимально вверх, затем на подвесы навинтить два произвольно выбранных шара, вращая воротком 7, помещенным на верхнем кронштейне, установить такое расстояние между стержнями 6, чтобы шары соприкасались друг с другом. Отпустить болты (10) и переместить держатели (8) в положение, в котором лезвия подвесов (11) будут находиться в одной плоскости с угольниками со шкалами (15), (16). Затянуть болты (10). Отпустить винты подвесов (11) и установить такую длину проводов (12), чтобы на высоте угловых шкал находились только лезвия подвесов (11), а полосы на шарах находились на одном уровне. Затянуть винты подвесов (11). Произвести корректировку осевой установки шаров. Для этой цели шар, который занял высшее положение, легко выдернуть, доводя до равенства уровней полос на шарах и затянуть гайку подвесов (11). Диапазон возможной корректировки 0-4 мм. Отпустить гайки (20) и таким образом установить угольники (15), (16) чтобы лезвия подвесов (11), в момент, когда шары занимают положение покоя, показывали на шкалах нуль. Затянуть гайки (20). Отпустить болты (18), (19). Установить электромагнит на избранном расстоянии от начала шкалы и на такой высоте, чтобы его ось была удлинением полосы на шаре. Затянуть болты (18), (19). Включить микросекундомер в сеть. Нажать клавишу N1 \СЕТЬ\ микросекундомера. Отжать клавишу N3 \ПУСК\. Воротком (23) отрегулировать силу электромагнита, чтобы электромагнит удержал шар.

Правый шар отодвинуть в сторону электромагнита и заблокировать в этом положении, левый установить неподвижным в положении покоя.

2. Записать значение угла  $\alpha_1$ . Нажать клавишу N2 \СБРОС\. Нажать клавишу N3 \ПУСК\. После столкновения шаров наблюдать на какие углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$  при упругом ударе и  $\gamma$  при неупругом отскочат шары. Столкновение должно быть центральным столкновением, т.е. траектория движения после столкновения должна находиться в плоскости движения правого шара до столкновения.

3. При помощи мерной ленты (линейки) определить длину подвески шаров в виде кратчайшего расстояния между стержнем верхнего кронштейна и центром шара. Измерение выполнить с точностью  $\pm 2$  мм.

4. По расчетным формулам произвести расчеты импульсов шаров до и после столкновения для упругого и неупругого удара.

5. Сравнить значения импульсов шаров  $p$  до и  $p_1$  и  $p_2$  после столкновения.

Таблица 1. Результаты эксперимента

№	$m_1$	$m_2$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\beta_2$	$p$	$p_1$	$p_2$	$p_1 + p_2$
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									

**Указания по выполнению работы**

1. При установлении электромагнита на соответствующий угол следить за тем, чтобы его ось была удлинением полосы на шаре.
2. При измерении длины подвески шаров следить за тем, чтобы лезвия подвесов 11 не задевали шкалу.
3. Эксплуатация прибора допускается только при использовании заземления.

**Контрольные вопросы и задания**

1. Какая величина называется коэффициентом восстановления?
2. Какой удар называется абсолютно упругим, неупругим?
3. Выведите формулы для определения скоростей шаров после упругого и неупругого ударов.
4. Сформулируйте закон сохранения импульса.
5. В каких единицах выражается импульс?
6. Сталкиваются (центрально) два одинаковых абсолютно упругих шара, из которых второй неподвижен. Какова скорость первого после столкновения?
7. Каковы технические применения закона сохранения импульса.
8. Какой величиной является импульс: скалярной или векторной?
9. Два абсолютно неупругих шара двигались навстречу друг другу. Чему равна их скорость после центрального соударения, если масса первого шара втрое меньше, а скорость втрое больше, чем второго шара?
10. Какую систему называют изолированной?

## **1.5 Лабораторная работа №5. Определение модуля кручения стальной проволоки**

### ***Содержание лабораторной работы***

Необходимо экспериментально определить модуль кручения стальной проволоки и исследовать зависимость модуля кручения проволоки от формы и размеров тела.

### ***Базовый материал***

Для успешного выполнения и сдачи работы необходимо знать законы сохранения и превращения энергии, виды деформаций твёрдого тела, закон Гука для деформации кручения

### ***Подготовка к занятию***

Повторить, а по необходимости, изучить вопросы базового материала. (Например, И.В. Савельев. Курс общей физики, т. 1. «Наука» 1989г., стр.47-51, И.В.Савельев курс общей физики, т.1 «Астрель» 2002г.стр.69-73, Р.И.Грабовский Курс физики Москва «Высшая школа» 1980 г., стр.36,147, Г.С. Ландсберг Элементарный учебник физики, т.1 «Наука» стр. 137-144, лекционный материал.

### ***Входной контроль (самопроверка)***

Подготовка к лабораторной работе контролируется по подготовленному бланку лабораторной работы, согласно общим требованиям и ответам на вопросы:

1. Как определяются моменты инерции куба и параллелепипеда?
2. Как закрепляется параллелепипед относительно оси ОУ?
3. Для чего используется в работе штангенциркуль?
4. Почему в работе измеряется время не одного колебания, а нескольких?
5. Почему угол начального углового отклонения системы не должен быть большим?

### ***Приборы, материалы, оборудование***

Крутильный маятник, куб, параллелепипед, штангенциркуль, секундомер.

### ***Теоретическое введение и исходные данные:***

Все реально существующие твёрдые тела деформируемы, т.е. под действием внешних приложенных сил они меняют свою форму или объем. Такие изменения называются деформациями. В случае твердых тел различают два предельных случая: деформации упругие и деформации пластические. Изучение деформации кручения методом крутильных колебаний на специальной установке позволяет определить модуль кручения упругого материала, а также исследовать от чего зависит модуль кручения, какие

превращения энергии происходят при крутильных колебаниях. Эта работа вырабатывает определённые умения и навыки работы с такого рода установками, изучить процесс перехода одного вида механической энергии в другой. Умение оценить и проанализировать полученные результаты.

Упругими называются деформации, исчезающие после прекращения действия приложенных сил. Пластическими или остаточными деформациями называют такие деформации, которые сохраняются в теле, по крайней мере частично, и после прекращения действия внешних приложенных сил.

Механика описывает упругие свойства тел посредством некоторых эмпирически вводимых упругих постоянных, различных для различных тел и зависящих от их физического состояния.

Тела мы будем считать идеально упругими. Так называются идеализированные тела, которые могут претерпевать только упругие, но не пластические деформации. Такими идеализациями можно пользоваться, когда силы, приложенные к реальным телам, не превосходят предела упругости. Для идеально упругих тел существует однозначная зависимость между действующими силами и вызываемыми ими деформациями. Мы ограничимся изучением только малых деформаций. Малыми называются упругие деформации, подчиняющиеся закону Гука. Это приближенный закон, согласно которому деформации пропорциональны силам, их вызывающим. Если деформации малы, то упругие постоянные тел не изменяются при деформациях. Отсюда следует, что если на тело действует несколько сил, то для вычисления результирующей деформации можно вычислить сначала деформации, вызываемые каждой силой в отдельности, а затем полученные деформации сложить. Это положение называется принципом суперпозиции малых деформаций.

Деформации растяжения и сжатия, сдвига есть деформации однородные, т.е. такие, когда все бесконечно малые элементы тела деформированы одинаково. Деформации кручения и изгиба являются деформациями неоднородными. Это значит, что в этих случаях деформации внутри тела меняются от точки к точке.

Возьмем однородную проволоку, закрепим её верхний конец, а к нижнему концу приложим закручивающие силы, создающие вращающий момент  $M$  относительно продольной оси проволоки. Проволока закрутится - каждый радиус нижнего основания её повернется вокруг продольной оси на угол  $\varphi$ . Такая деформация называется кручением. Закон Гука для деформации кручения записывается в виде:

$$M = f\varphi \quad (1)$$

где  $f$  - постоянная для данной проволоки величина, называемая её модулем кручения.

Модуль кручения зависит не только от материала, но и от геометрических размеров проволоки. Для сплошной проволоки радиусом  $r$ :

$$f = \frac{\pi Gr^4}{2L} \quad (2)$$

где  $G$  -модуль сдвига материала проволоки,  
 $L$  - длина проволоки,  
 $r$  - радиус проволоки.

Экспериментально модуль кручения можно измерить, наблюдая крутильные колебания тяжелого тела, подвешенного к нижнему концу проволоки. При малом угле закручивания эти колебания будут гармоническими с периодом:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{f}} \quad (3)$$

где  $J$  – момент инерции тела.

Если момент инерции тела  $J$  известен, то, измерив, период колебаний  $T$ , можно вычислить модуль кручения по формуле:

$$f = \frac{4\pi^2 J}{T^2} \quad (4)$$

### ***Порядок выполнения работы***

Общий вид экспериментальной установки изображён на рисунке 1. Схематическое устройство установки изображено на рисунке 2. Лабораторная установка, состоит из электронного блока (2) для измерения времени движения и числа периодов, установленного на основании (1). На вертикальной колонне (3) закреплены три кронштейна: нижний (4), средний (5) и верхний (6). Между верхним и нижним кронштейнами натянута проволока, удерживающая рамку (10). На среднем кронштейне держится подковообразная стальная плита (11), которая служит основанием фотоэлектрическому датчику (9), электромагниту (8) и шкалой для измерения угла отклонения (12).

Положение электромагнита можно менять вдоль нанесённого на панели транспорта, градуированного в градусах. Верхнюю планку рамки можно перемещать и закреплять при помощи винтов и устанавливать в исследуемые грузы (7).



Рисунок 1 –Общий вид экспериментальной установки

Показания миллисекундомера обнуляются при нажатии клавиши «СБРОС», после нажатия клавиши «ПУСК» отключается электромагнит и рамка приходит в движение. После нажатия кнопки «СТОП» время движения маятника измеряется до завершения очередного полного периода колебаний, то есть, до первого нечетного прохождения рамкой через фотодатчик.

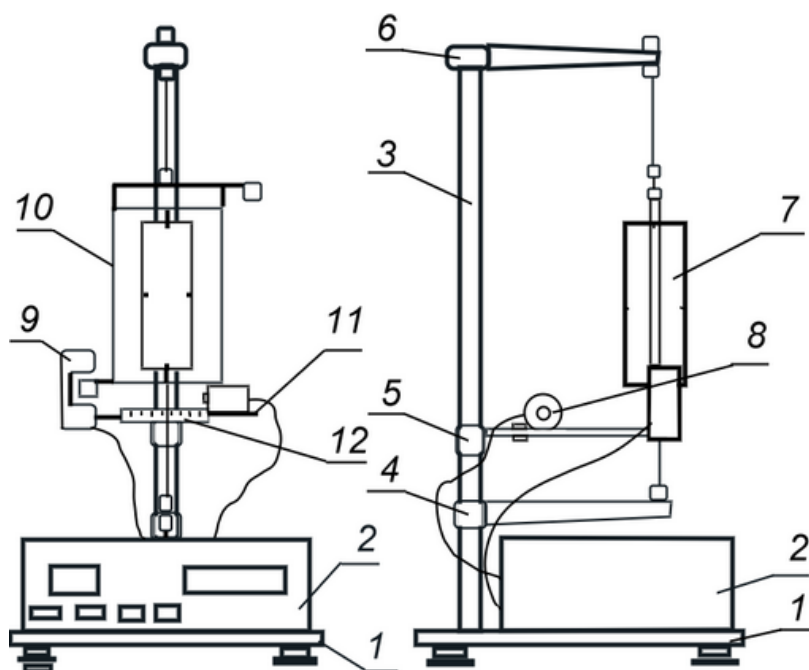


Рисунок 2 – Схематическое устройство крутильного маятника



Работа проводится следующим образом:

1. Помещаем исследуемый куб или параллелепипед в зажимы рамки установки относительно свободных осей OX, OY, OZ. Для удобства ведения записей, исследование проводится последовательно для каждой оси. Количество опытов для каждой оси 10

2. Измеряем время 10-15 колебаний и определяем период колебания по формуле

$$T = \frac{t}{n}$$

3. Рассчитываем момент инерции тела с учетом его расположения. Грани параллелепипеда или куба измеряются штангенциркулем, выражая в метрах. Для параллелепипеда, изображённого на рисунке 3, момент инерции относительно различных осей рассчитывается по формулам:

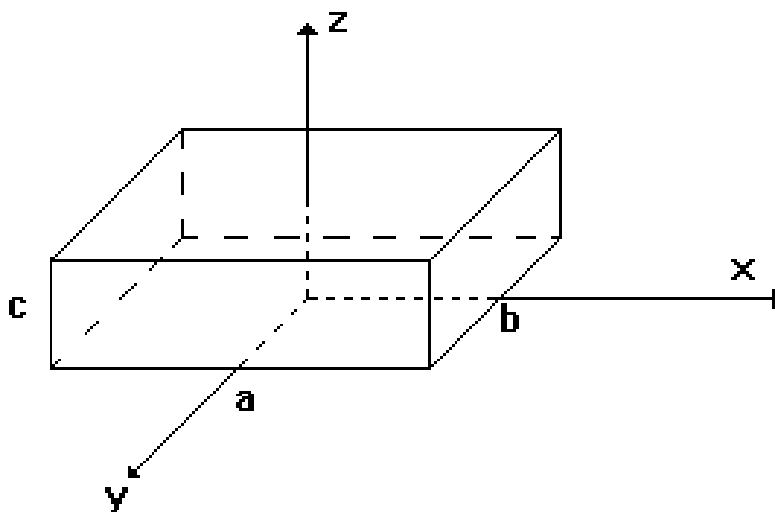


Рисунок 3 –Параллелепипед и его главные оси инерции

$$J_x = \frac{m(b^2 + c^2)}{12}$$

$$J_y = \frac{m(a^2 + c^2)}{12}$$

$$J_z = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$$

4. Массу груза посмотреть на самом грузе; взвесить на веса; либо уточнить у преподавателя

5. По формуле (4) рассчитываем модуль кручения.

6. Определяем абсолютную и относительную погрешности.

### ***Указания по выполнению работы***

1. При закреплении куба или параллелепипеда между креплениями маятника и снятии с креплений придерживать его рукой.
2. Быть аккуратным с кубом или параллелепипедом, избегая его падения, т.к. они имеют значительную массу и можно повредить прибор или получить физическую травму
3. На электронном секундомере при снятии показаний времени например 10 колебаний, необходимо на 9-ом нажать кнопку «Стоп».

### ***Контрольные вопросы и задания***

1. Что такое деформация? Какие виды деформации вы знаете?
2. Какие деформации называются упругими? Пластичными?
3. В чём состоит закон Гука?
4. Какой вид имеет закон Гука для деформации кручения?
5. Какой энергией обладает тело, совершающее колебательное движение?
6. От чего зависит модуль кручения
7. Какие стадии деформации тела разграничены пределом упругости?
8. Какое превращение энергии происходит при крутильных колебаниях?
9. Почему стальной шарик хорошо отскакивает от камня и плохо отскакивает от асфальта?
10. Какую величину называют моментом силы?

## **1.6 Лабораторная работа № 6. Определение момента инерции металлических колец при помощи маятника максвелла**

### ***Содержание лабораторной работы***

Необходимо экспериментально определить момент инерции металлических колец различной массы и сравнить результаты с теоретическим значением.

### ***Базовый материал***

Для успешного выполнения и сдачи работы необходимо знать основной закон динамики вращательного движения, связь линейных и угловых величин.

### ***Подготовка к занятию***

Повторить, а по необходимости, изучить вопросы базового материала. (Например, И.В. Савельев. Курс общей физики, т. 1. «Астрель. АСТ» 2002г., стр. 153-183, 264-293, И.В.Савельев Курс общей физики, т.1 «Наука» 1989г. стр.94-108, Р.И.Грабовский Курс физики, «Высшая школа» 1980г.стр.71-79,88-96, Г.С.Ландсберг «Элементарный учебник физики» т.1 «Наука» 1975г. стр.253-269, лекционный материал).

### ***Входной контроль (самопроверка)***

Подготовка к лабораторной работе контролируется по подготовленному бланку лабораторной работы, согласно общим требованиям и ответам на вопросы:

1. Как определяется высота подъема маятника?
2. Какой промежуток времени при движении маятника измеряется ?
3. Как определяется масса маятника?
4. По какой формуле определяется теоретическое значение момента инерции оси, ролика и кольца?

### ***Приборы, материалы, оборудование***

Маятник Максвелла FPM-03; комплект сменных колец, штангенциркуль

### ***Теоретическое введение и исходные данные***

Момент инерции характеризует инерционные свойства тела при вращательном движении подобно тому, как масса характеризует инерционные свойства тела при поступательном движении. Однако момент инерции данного тела может иметь множество значений в соответствии с множеством возможных осей вращения. На практике обычно приходится иметь дела с моментами инерции относительно осей симметрии тела. Знание значения момента инерции тела позволяет решать большой круг инженерных задач. Работа выполняется при помощи маятника Максвелла. Эта работа вырабатывает определённые умения и навыки работы с такого рода

установками, позволяет изучить процесс перехода одного вида механической энергии в другую. Умение оценить и проанализировать полученные результаты.

Действие прибора основано на одном из основных законов механики - законе сохранения механической энергии: полная механическая энергия системы, на которую действуют только консервативные силы, постоянна. Маятник Максвелла представляет собой твердое тело, насаженное на ось. Ось подвешена на двух накручивающихся на нее нитях (рис. 1). Под действием силы тяжести маятник совершает колебания в вертикальном направлении и вместе с тем крутильные колебания вокруг своей оси. Пренебрегая силами трения, систему можно считать консервативной. Закрутив нити, мы поднимаем маятник на высоту  $h$ , сообщив ему запас потенциальной энергии. При освобождении маятника он начинает движение под действием силы тяжести: поступательное

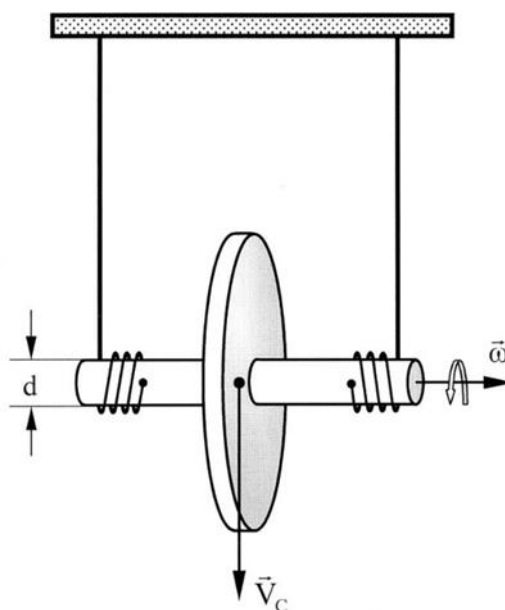


Рисунок 1 – Маятник Максвелла

вниз и вращательное вокруг своей оси. При этом потенциальная энергия переходит в кинетическую. Опустившись в крайнее нижнее положение, маятник будет по инерции вращаться в том же направлении, нити намотаются на ось и маятник поднимется. Так происходят колебания маятника.

Напишем уравнения движения маятника. При поступательном движении маятника по второму закону Ньютона с учетом действующих на маятник сил можно написать

$$m\vec{a} = m\vec{g} + 2\vec{T}$$

где  $m$  - масса маятника,  
 $\vec{g}$  – ускорение силы тяжести,

$\vec{a}$  – ускорение поступательного движения центра масс маятника,  
 $\vec{T}$  - сила натяжения одной нити,  
Проектируя это уравнение, получим:

$$ma = mg - 2T \quad (1)$$

Для вращательного движения маятника запишем основной закон динамики вращательного движения для абсолютно твердого тела:

$$\vec{M} = J\vec{\varepsilon}$$

где  $J$ - момент инерции маятника относительно его оси вращения,  
 $\vec{\varepsilon}$  - угловое ускорение маятника,  
 $\vec{M}$  - результирующий момент внешних сил относительно оси вращения.

Поскольку момент силы тяжести относительно оси вращения равен нулю,

$$J \cdot \varepsilon = 2 \cdot T \cdot r \quad (2)$$

где  $r$  - радиус оси.  
Так как

$$\vec{a} = \vec{\varepsilon} \cdot r$$

и из

$$2T = m(g - a)$$

можем написать:

$$J = \frac{m(g - a)r^2}{a}$$

а после преобразований

$$J = m \left( \frac{g}{a} - 1 \right) r^2$$

Ускорение  $a$  может быть получено по измеренному времени движения и пройденному маятником расстоянию  $h$  из уравнения равноускоренного движения без начальной скорости:

$$a = \frac{2h}{t^2}$$

Тогда

$$J = m \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right) r^2$$

и, если подставить диаметр оси  $D$ , получим основную расчетную формулу:

$$J = \frac{mD^2}{4} \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (3)$$

### ***Порядок выполнения работы***

Общий вид установке изображён на рисунке (2). На платформе установки (1) размещён электронный блок (2), и вертикальная стойка (5). На стойке установлены два кронштейна: верхний (6) и нижний (11). На верхнем кронштейне установлены следующие элементы: электромагнит (9), фотоэлектрический датчик (7) и вороток (8), а на нижнем закреплён второй фотоэлектрический датчик (3).



Рисунок 2 – Общий вид экспериментальной установки

Электромагнит служит для фиксации маятника Максвелла в стартовой позиции. Воротком можно регулировать длины нитей, т.е. высоту падения маятника. Уровень нижнего кронштейна можно изменять и винтом фиксировать на любой высоте. При этом расстояние от маятника надетым на него кольцом, момент которого исследуется, в нижнем положении должно быть

не менее 7-15 мм от кронштейна, чтобы избежать удара и вывести фотоэлемент из строя.

Маятник Максвелла состоит из тонкого металлического стержня (4) с симметрично укрепленным на нем диском (10). К концам стержня прикреплены крепкая капроновая нить, длину которой можно регулировать с помощью воротка (8). Нить пропущена через отверстия в верхнем штативе. На диск маятника надевают одно из сменных колец, затем тщательно, виток к витку, на стержень наматывают нити, от его концов к диску. При нажатии кнопки «СБРОС» показания таймера обнуляются и включается электромагнит. Он удерживает в верхнем, стартовом, положении маятник. При нажатии кнопки «ПУСК», размыкается цепь электромагнита и маятник начинает двигаться под действием силы тяжести поступательно вниз и, одновременно, вращательно вокруг оси симметрии стержня. Когда нити будут полностью размотаны, в нижней точке, угловая скорость вращения маятника будет максимальной, и тогда нити будут наматываться на стержень снова, а маятник станет подниматься вверх, равнозамедленно. Двигаясь вверх, маятник достигнет наивысшей точки, остановится, и начнет снова движение вниз и т. д.

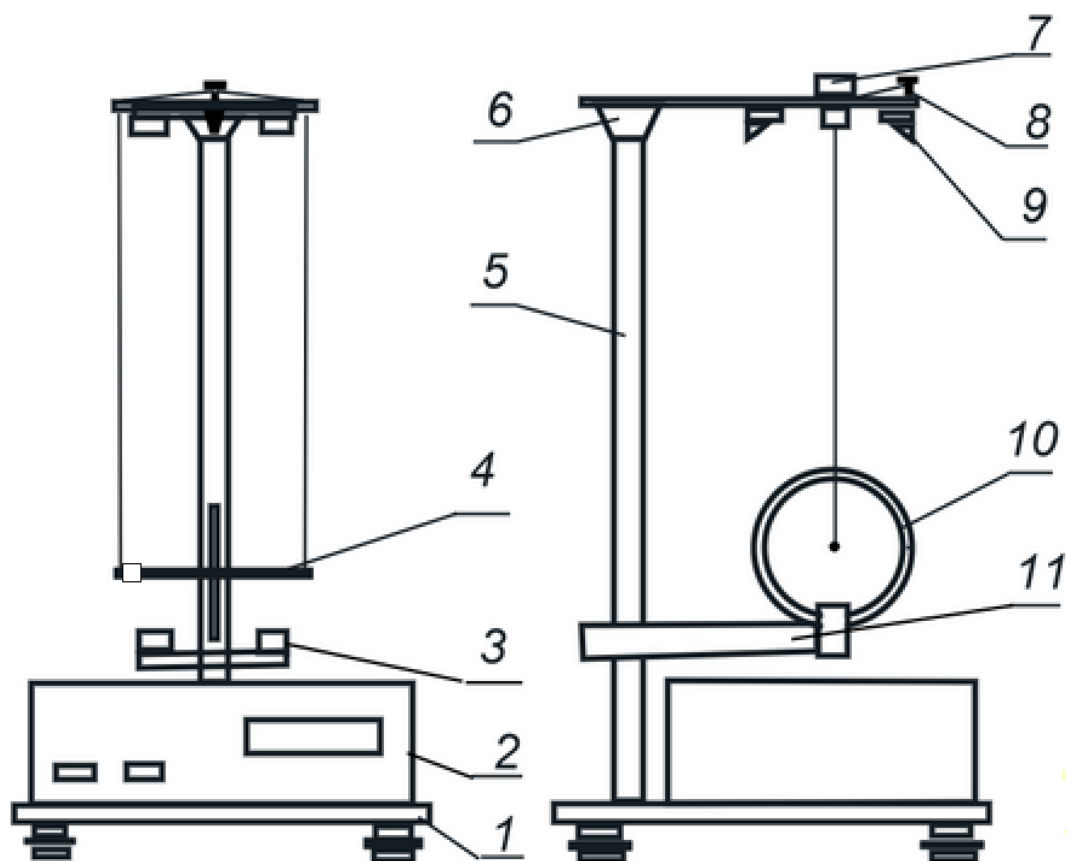


Рисунок 3 – Схематическое устройство маятника Максвелла

Подготовка прибора к измерениям.

1. Привести прибор к горизонтальному положению при помощи регулируемых ножек основания.
2. Заземлить прибор.

3. Подключить фотоэлектрические датчики к соответствующим гнездам.
4. Включить сетевой кабель в сеть.
5. Нажать клавишу W1(сеть). Проверить высвечивание нуль-индикаторов и сигнальных: лампочек фотоэлектрических датчиков.

Последовательность измерений при помощи маятника Максвелла.

1. Зафиксировать нижний кронштейн в крайнем нижнем положении.
2. Наложить кольцо на ролик, прижимая его до упора.
3. Намотать на ось нить подвески и фиксировать ее.
4. Проверить, совпадает ли нижняя грань кольца с нулем шкалы на колонке. Если нет, отвинтить верхний кронштейн и отрегулировать его высоту. Привинтить верхний кронштейн.
5. Нажать клавишу "пуск" миллисекундомера.
6. Деблокировать гайку воротка для регулирования длины подвески. Установить длину нити так, чтобы край стального кольца после опускания маятника находился примерно на 2 мм ниже оптической оси нижнего фотоэлектрического датчика. Одновременно произвести корректировку установки маятника так, чтобы его ось была параллельной основанию прибора. Блокировать вороток.
7. Отжать клавишу "пуск" миллисекундомера.
8. Намотать на ось маятника нить подвески, обращая внимание на то, чтобы она наматывалась равномерно, один виток за другим.
9. Фиксировать маятник при помощи электромагнита, обращая внимание на то, чтобы нить в этом положении не была слишком скручена.
10. Повернуть маятник в направлении его движения на угол около  $5^\circ$ .
11. Нажать клавишу "Сброс".
12. Нажать клавишу "пуск".
13. Измерить время падения маятника в секундах по миллисекундомеру.
14. Произвести определение времени пять раз.
15. Определить длину маятника в метрах по шкале на вертикальной колонке прибора.
16. Внести полученные данные в табл. 1.
17. Определить для каждого кольца значение среднего времени падения маятника.
18. Определить диаметр оси вместе с намотанной на ней нитью по формуле

$$D = D_0 + 2D_H$$

где  $D_H$  - диаметр нити,  $D_H = 0,5\text{мм}$ ;

$D_0$  - диаметр внешней оси маятника,  $D_0 = 10\text{мм}$ .

19. Определить массу маятника вместе с наложенным кольцом, по формуле:

$$m = m_0 + m_p + m_k$$



где  $m_0$  - масса оси,

$m_p$  - масса ролика,

$m_k$  - масса кольца.

Значения масс отдельных элементов нанесены на экспериментальной установке.

20. Определить момент инерции маятника по формуле (3).

Таблица 1. Результаты эксперимента

№	$h, м$	$t, с$	$J$	$J_T$	$\Delta J$	$\varepsilon, \%$
Кольцо 1						
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
Кольцо 2						
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
Кольцо 3						
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

21. Определить теоретическое значение момента инерции по формуле (4)

$$J_T = J_0 + J_K + J_p \quad (4)$$

где  $J_0$ - момент инерции оси:

$$J_0 = \frac{1}{8} m_0 D_0^2 \quad (5)$$

$J_K$  - момент инерции кольца:

$$J_K = \frac{1}{8} m_K (D_K^2 + D_p^2) \quad (6)$$

здесь  $D_K$ - внешний диаметр кольца;  $D_K = 105$ мм;

$D_p$  - внешний диаметр ролика,  $D_p = 86$  мм;

$J_p$  - момент инерции ролика:

$$J_p = \frac{1}{8} m_p (D_p^2 + D_0^2) \quad (7)$$

22.. Подсчитать относительную погрешность определения момента инерции по формуле:

$$\varepsilon = \frac{|J - J_T|}{J_T} \cdot 100\% \quad (8)$$

### **Указания по выполнению работы**

1. При определении длины нити маятника необходимо чтобы кольцо было установлено строго симметрично.
2. Следить за тем, чтобы нить наматывалась на ролик маятника строго равномерно.
3. Относительная погрешность не должна превышать 8%.

### **Контрольные вопросы и задания**

1. Что называется абсолютно твёрдым телом?
2. Дать определение момента инерции твердого тела.
3. Чему равен момент инерции материальной точки, шара, диска относительно оси проходящей через центр тяжести?
4. Сколько значений момента инерции может иметь данное тело?
5. Как определяется момент инерции неоднородных тел?
6. В каких единицах выражается момент инерции?
7. Как связаны между собой момент силы и момент инерции?
8. Вывести формулу основного закона динамики вращательного

движения.

9. Описать устройство и действие маятника Максвелла.
10. Сформулируйте и запишите теорему Штейнера.
11. Запишите формулу кинетической энергии вращательного движения.
12. Сформулировать закон сохранения механической энергии и условия его выполнения.

## 1.7 Лабораторная работа №7. Изучение гироскопа

### *Содержание лабораторной работы*

Необходимо экспериментально определить момент импульса и момент инерции гироскопа, наблюдать явление нутации и прецессии оси гироскопа.

### *Базовый материал*

1. Савельев И.В. Курс физики, т.1, М., Наука, 1989, §§ 27, 35.
2. Лекционный материал

### *Входной контроль (самопроверка)*

Подготовка к лабораторной работе контролируется по подготовленному бланку лабораторной работы, согласно общих требований и ответом на вопросы:

1. Как проверить вертикальность установки оси  $OO_3$ ?
2. Как установить горизонтально собственную ось гироскопа?
3. Ваши действия при наблюдении нутации.
4. Ваши действия при наблюдении прецессии.
5. Как определяется момент сил, вызывающий прецессию?
6. Как можно определить угол поворота оси гироскопа?
7. Как определяется угловая скорость прецессии?

### *Приборы, материалы и оборудование*

Гироскоп лабораторный.

### *Теоретическое введение и исходные данные*

*Гироскопом называется быстро вращающееся симметричное твердое тело, ось которого (ось симметрии) может поворачиваться в пространстве*

Многочисленны применения гироскопа нашли в технике: нарезное оружие, навигационные приборы (гироскоп, гироскоп), стабилизаторы положения тел в пространстве, гироскопические успокоители качки и т.п., поэтому важно знать принципы его работы.

Простейшим и всем знакомым гироскопом является детская юла, или волчок. Все, даже самые удивительные, на первый взгляд, свойства гироскопа находятся в соответствии с предсказаниями законов механики. Здесь мы рассмотрим приближенную теорию симметричного гироскопа.

В основе теории лежит уравнение моментов:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad (1)$$

Здесь:  $\vec{M}$  - суммарный момент сил, действующих на систему,  $\vec{L}$  - момент импульса системы. Важно, что  $\vec{M}$  и  $\vec{L}$  должны быть вычислены

относительно одной и той же (произвольной) точки пространства. Для симметричного тела, совершающего вращение вокруг собственной оси, его собственный момент импульса равен:

$$\vec{L} = J\vec{\omega} \quad (2)$$

где  $J$  - момент инерции относительно оси вращения,  
 $\vec{\omega}$  - угловая скорость вращения.

1. Быстро вращающийся гироскоп обладает большим собственным моментом импульса, который направлен вдоль оси вращения.

Если на гироскоп не действуют внешние силы или их суммарный момент равен нулю, то такой гироскоп называют свободным. В соответствии с уравнением моментов (1) при  $M = 0$ ,

$$\vec{L} = const$$

т.е. момент импульса такого гироскопа остается постоянным как по величине, так и по направлению. Другими словами, свободный гироскоп сохраняет в пространстве неизменным направление оси вращения. Это свойство аналогично закону инерции: вращающееся твердое тело сохраняет своё вращение в отсутствии внешних сил сколь угодно долго. Для изменения направления оси требуются внешние силы и тем большие, чем больше собственный момент импульса гироскопа. На устойчивости направления оси вращения гироскопа основаны его многочисленные применения в технике: нарезное оружие, навигационные приборы (гироскомпас, гиригоризонт), стабилизаторы положения тел в пространстве, гироскопические успокоители качки и т.п.

3. Под действием внешних сил момент импульса изменяется, причем изменение момента импульса определяется как моментом внешних сил, так и длительностью их действия:

$$\Delta\vec{L} = \vec{M} \cdot \Delta t$$

Здесь можно различить два случая.

а) Если внешние силы действуют в течение короткого промежутка времени (как, например, при ударе или толчке), и произведение  $\vec{M}\Delta t$  невелико, то изменение момента импульса также будет малым  $|\Delta\vec{L}| \ll |\vec{L}|$ . При ударе направление оси гироскопа не уходит далеко от своего исходного положения, а слегка дрожит, оставаясь почти неизменным. Дрожание оси гироскопа около первоначального направления после кратковременного действия силы называется **нутацией**;

б) При длительном действии силы ось гироскопа поворачивается в пространстве. Однако поворот оси гироскопа происходит не в сторону

действия силы, как это было бы при не вращающемся роторе, а в направлении, перпендикулярном к этой оси. Вращение оси гироскопа вокруг направления постоянно действующей силы называется **вынужденной прецессией**. Разберем явление прецессии несколько подробнее.

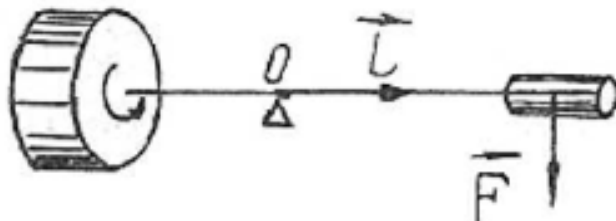


Рисунок 1 – Действующий момент силы

Рассмотрим гироскоп, закрепленный в центре масс, но так, чтобы он мог поворачиваться вокруг точки закрепления. Очевидно, сила тяжести уравновешена реакцией опоры, и в отсутствии других внешних сил гироскоп является свободным. Пусть на ось гироскопа действует еще постоянная сила  $\vec{F}$  (рис.1). Момент этой силы относительно точки закрепления  $O$  направлен перпендикулярно силе и оси гироскопа (рис.2).

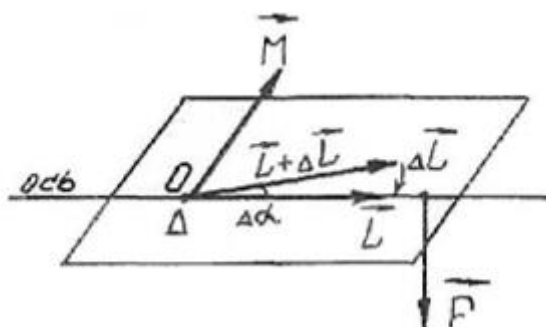


Рисунок 2 – Изменение направления момента импульса при малом воздействии

Согласно уравнению моментов за время  $\Delta t$  момент импульса изменится на величину  $\Delta L$ , причем  $\Delta\vec{L} = \vec{M} \cdot \Delta t$ .

Здесь важно обратить внимание на то, что направление вектора  $\Delta\vec{L}$  совпадает с направлением вектора момента силы  $\vec{M}$ , а не силы  $\vec{F}$ . Другими словами, изменение вектора момента импульса будет перпендикулярно вектору момента импульса. Если учесть, что момент импульса гироскопа направлен вдоль оси вращения, то ось гироскопа повернется вокруг направления вектора  $\vec{F}$ . Это вращение оси гироскопа и есть прецессия. При этом величина собственного момента импульса не изменяется.

Найдем угловую скорость прецессии. За время  $\Delta t$  ось гироскопа повернется на угол  $\Delta\alpha$ . Из рис. 2 видно, что

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta L}{L}$$

Угловая скорость прецессии

$$\omega_{\text{пр.}} = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{\Delta L}{L\Delta t}$$

Воспользовавшись уравнением моментов (1), можно записать

$$\omega_{\text{пр.}} = \frac{M}{L} \quad (3)$$

Эта формула показывает, что ось гироскопа поворачивается тем быстрее, чем больший момент внешней силы действует на гироскоп - этот результат очевиден с точки зрения общих законов динамики. С другой стороны, чем больше собственный момент импульса гироскопа  $\vec{L} = J\vec{\omega}$  тем медленнее будет происходить прецессия. Собственный момент импульса является как бы "мерой инертности" гироскопа и определяет его устойчивость по отношению к внешнему воздействию.

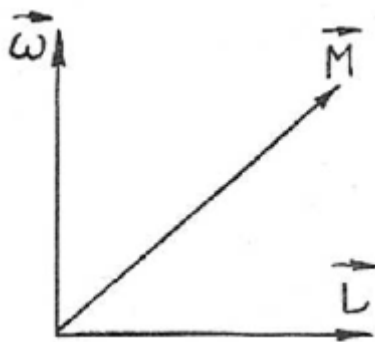


Рисунок 3 – Векторы момента импульса, момента силы и угловой скорости вращения оси гироскопа

Учитывая векторный характер величин  $\vec{\omega}_{\text{пр.}}$ ,  $\vec{M}$  и  $\vec{L}$ , а также направление этих векторов (рис. 3), формулу (3) обычно записывают в векторном виде:

$$\vec{M} = [\vec{\omega}_{\text{пр.}}, \vec{L}]$$

Здесь  $\vec{M}$  - момент внешних сил, под действием которых гироскоп прецессирует с угловой скоростью  $\vec{\omega}_{\text{пр.}}$ ;

$\vec{L}$  - собственный момент импульса гироскопа.

Разумеется, движение гироскопа подчиняется третьему закону Ньютона. Если какое-либо тело действует на ось гироскопа, вызывая прецессию, то со стороны оси на это тело действует такая же по величине, но противоположно направленная сила. Эта сила противодействия со стороны прецессирующей оси гироскопа называется гироскопической. Согласно третьему закону Ньютона

$$\vec{M}_{\text{гир.}} = -\vec{M}$$

Так что

$$\vec{M}_{\text{гир.}} = [\vec{L}, \vec{\omega}_{\text{пр}}]$$

Таким образом, при повороте оси гироскопа возникают силы, препятствующие повороту. Именно гироскопические силы ответственны за устойчивость оси гироскопа в пространстве: любая попытка повернуть ось встречает противодействие тем большее, чем больше собственный момент импульса гироскопа.

Здесь были рассмотрены элементы теории симметричного уравновешенного гироскопа. Общая теория гироскопа гораздо сложнее. Изложенное же позволяет понять наиболее важные свойства гироскопа.

### ***Порядок выполнения работы***

При подготовке к измерениям необходимо проверить вертикальность установки оси  $OO_3$ . Проверка осуществляется при помощи пузырькового указателя уровня, расположенного под электромотором гироскопа. В случае необходимости установка осуществляется с помощью регулировочных винтов-подставок 14 (рис. 4).

Нажать клавишу 7 (СЕТЬ) и убедиться в том, что индикаторы высвечивают цифру ноль.

При помощи перемещения противовеса 2 установить горизонтально собственную ось гироскопа. Заметить по шкале и записать положение противовеса. Суммарный момент сил относительно точки  $O$  при этом равен нулю.

Описание установки: Экспериментальная установка включает гироскоп с электромотором на оси и электрический блок управления и измерений. Блок позволяет изменять частоту вращения маховика и измерять ее, автоматически ввести отсчет угла поворота оси гироскопа при прецессии и измерять время.

Конструкция установки изображена на рис. 4.

Гироскоп представляет собой цилиндрический маховик 1, который быстро вращается вокруг собственной оси  $OO_1$ . Конструкция предусматривает возможность поворота собственной оси  $OO_1$  вокруг горизонтальной оси  $OO_2$  и вращения вокруг вертикальной оси  $OO_3$ . Такое устройство позволяет оси гироскопа менять направление в пространстве, поворачиваясь вокруг



неподвижной точки  $O$ , которая является пересечением всех трех осей:  $OO_1OO_2$ ,  $OO_3$ . Это обстоятельство позволяет применить теорию, изложенную ранее. Такая конструкция носит название гироскопа Фесселя.

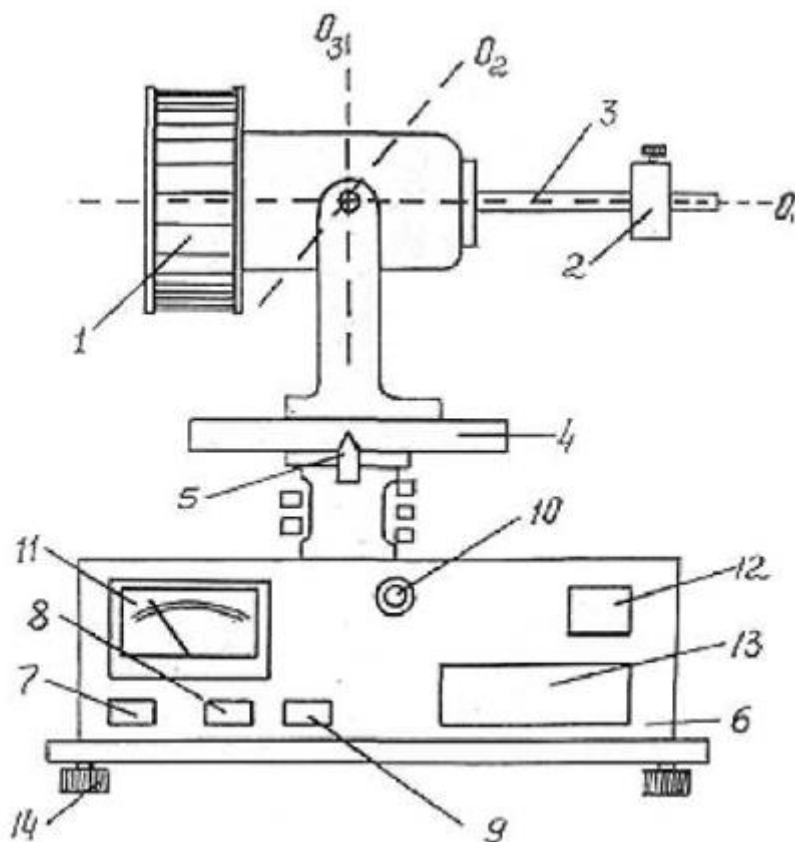


Рисунок 4. Устройство гироскопа

На ось гироскопа насажен противовес 2, который можно перемещать вдоль оси  $OO_1$  и тем самым регулировать суммарный момент внешних сил относительно точки  $O$ . На рейке 3, вдоль которой перемещается противовес, нанесена метрическая шкала.

Угол поворота гироскопа вокруг вертикальной оси  $OO_3$  можно считывать визуально с диска 4 с нанесенной шкалой - при помощи указателя 5. Кроме того, на боковой поверхности диска имеются отверстия через каждые  $5^\circ$ . При вращении диска отверстия регистрируются фотоэлектрическим датчиком. Таким образом, информация об угле поворота передается в блок управления и измерений. Аналогичным образом с помощью другого фотоэлемента в блоке появляется информация о частоте вращения маховика.

Блок управления и измерений имеет на лицевой панели следующие манипуляционные элементы: 7 - (СЕТЬ) - включатель сети; 8 - (СБРОС) - сброс измерителя. Нажатие этой кнопки вызывает сброс данных и посылает сигнал разрешения на измерение; 9 - (СТОП) - окончание измерений. Нажатие кнопки 9 вызывает генерирование сигнала, вызывающего окончание процесса автоматического счета; 10 - (РЕГ.СКОРОСТИ) - вращение этой ручки вызывает

включение напряжения питания двигателя гироскопа и управление скоростью вращения. На левой панели блока имеются три шкалы: 11 - шкала стрелочного гальванометра для измерения частоты вращения маховика; 12 - цифровой индикатор угла поворота вокруг вертикальной оси; 13 - цифровой индикатор времени измерения.

### ***Упражнение 1. Наблюдение нутации***

1. Двигатель гироскопа выключен. Убедиться в том, что при легком толчке пальцем по противовесу ось гироскопа поворачивается в направлении действия силы.
2. Включить ручкой 10 (РЕГ. СКОРОСТИ) питание двигателя. Плавно поворачивая ручку, отрегулировать частоту вращения двигателя около 6000 об/мин. Дать двигателю раскрутиться в течение 1-2 минут. Наблюдать нутацию при легком толчке пальцем по противовесу. Убедиться таким образом в устойчивости оси вращающегося гироскопа.

### ***Упражнение 2. Наблюдение прецессии***

Прикрепить к концу рейки 3 слабую пружину. Слегка потянув за конец пружинки, убедиться в том, что ось вращающегося гироскопа перемещается перпендикулярно направлению действия силы.

### ***Упражнение 3. Измерение собственного момента импульса гироскопа и определение момента инерции***

Момент импульса определяется из соотношения (3)

$$L = \frac{M}{\omega_{\text{пр.}}} \quad (5)$$

где  $\omega_{\text{пр.}}$  - угловая скорость прецессии;

$M$  - момент сил, вызывающий прецессию.

1. Переместить противовес 2 на несколько сантиметров вдоль оси  $OO_1$  измерив по шкале рейки величину смещения  $\Delta l$ . Момент силы, вызывающий прецессию, определяется по формуле:

$$M = mg\Delta l$$

Здесь  $m$  - масса противовеса, значение которой указано на противовесе.

2. Для измерения угловой скорости прецессии нажать кнопку 8 (СБРОС). После поворота оси гироскопа на угол  $\varphi$  (не менее  $30^\circ$ ) нажать кнопку 9 (СТОП). Записать показания индикаторов угла поворота  $\varphi$  и времени  $t$ .

Угловая скорость вычисляется по формуле:

$$\omega_{\text{пр.}} = \frac{\varphi}{t} \text{ (рад./с),}$$

где величина измеренного угла  $\varphi$  выражается в радианах.

Повторить измерения пять раз. Результаты измерения занести в таблицу

Частота вращения маховика  $n = \dots$  об/мин.

Таблица 1 Результаты измерений и вычислений

№ опыта	$t, c$	$\varphi^\circ$	$\omega_{пр.}, \text{рад/с}$
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

Найти среднее значение  $\omega_{пр.}$ , и оценить абсолютную и относительную погрешность.

Вычислить собственный момент импульса  $L_1$ , по формуле (5) в  $\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$ .

3. Повторить измерения, переместив противовес на несколько сантиметров в противоположную сторону от положения равновесия. Найти  $L_2$ .

4. Прodelать измерения 1-3 для частот вращения маховика

$n = 4000, 5000, 6000$  и  $7000$  об./мин. Результаты измерений занести в таблицу 2.

Таблица 2. Результаты измерений и вычислений.

$n, \text{об/мин}$	4000	5000	6000	7000
$L_1, \text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$				
$L_2, \text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$				

Построить график зависимости  $L(n)$ , нанося точки, соответствующие значениям  $L_1$  и  $L_2$ . Какой вывод можно сделать из графика?

6. Пользуясь результатами всех опытов, вычислить значения собственного момента инерции маховика гироскопа по формуле

$$J = \frac{L}{\omega} = \frac{L}{2\pi n}$$

Момент инерции выразить в  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ . Для этого частоту вращения маховика необходимо выразить в об/с.

Найти среднее значение момента инерции  $J$  и оценить погрешность.

#### ***Указания по выполнению работы***

1. Противовес 2 перемещать в ту или другую сторону от положения равновесия на 2см.
2. Так как скорость вращения очень большая, будьте осторожны во время опыта и соблюдайте правила техники безопасности..

#### ***Контрольные вопросы и задания***

1. Что такое момент инерции тела?
2. Какова роль момента инерции во вращательном движении?
3. Какова формула для кинетической энергии тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, и как ее вывести?
4. Что называется моментом силы относительно неподвижной точки? относительно неподвижной оси?
5. Как определяется направление момента силы?
6. Выведите и сформулируйте уравнение динамики вращательного движения твердого тела.
7. Что такое момент импульса материальной точки? твердого тела? Как определяется направление момента импульса?
8. В чем заключается физическая сущность закона сохранения момента импульса? В каких системах он выполняется? Приведите примеры.
9. Каким свойством симметрии пространства обуславливается справедливость закона сохранения момента импульса?
10. Сопоставьте основные уравнения динамики поступательного и вращательного движений, прокомментировав их аналогию.
11. Что такое свободные оси (главные оси инерции)? Какие из них являются устойчивыми?
12. Что такое гироскоп? Каковы его основные свойства?

## **1.8 Лабораторная работа №8. Определение момента инерции махового колеса и силы трения в опоре**

### ***Содержание лабораторной работы***

Необходимо экспериментально определить момент инерции махового колеса и силы трения в опоре.

### ***Базовый материал***

Для успешного выполнения и сдачи работы необходимо знать законы сохранения энергии, уравнения поступательного и вращательного движений, понимать физический смысл момента инерции и его роль при вращательном движении тела.

### ***Подготовка к занятию***

Повторить, а по необходимости, изучить вопросы базового материала. (Например, И.В. Савельев. Курс физики, т. 1. «Наука» 1989 г., стр. 103-110, И.В. Савельев. Курс общей физики, т. «Астрель» 2002г.стр.158,164,173,179,Р.И.Грабовский Курс физики 1980 г.стр72-75, Г.С Ландсберг1975г «Наука» стр.259, лекционный материал).

### ***Входной контроль (самопроверка)***

Подготовка к лабораторной работе контролируется по подготовленному бланку лабораторной работы, согласно общим требованиям и ответам на вопросы:

1. Как измерить высоту  $h_1$ ?
2. Где находится вал у махового колеса? Как измерить его диаметр с помощью штангенциркуля? Какова роль точности измерения диаметра вала на точность всего эксперимента?
3. Как определить погрешность измерительного прибора, которым измеряют высоту?
4. С какого и до какого момента движения груза засекают время движения груза?
5. Как будет изменяться высота подъема груза с уменьшением силы трения? С увеличением?
6. Как изменится момент инерции системы маховых колёс, если одно из них снять или добавить?
7. Как изменится время опускания груза, если приводной шнур будет наматываться на вал большего или меньшего диаметра ?
8. В какой момент нужно остановить маховое колесо?
9. Какую роль играет точность определения времени и можно ли измерять время обыкновенными часами с секундной стрелкой?
10. Как определяется высота  $h_1$ ?
11. Как определяется высота  $h_2$ ?

12. Каким инструментом измеряется радиус вала?

13. Как измеряется промежуток времени  $t$ ?

### ***Приборы, материалы, оборудование***

Маховое колесо, линейка, штангенциркуль, секундомер, груз известной массы или набор грузов известной массы.

### ***Теоретическое введение и исходные данные***

В технике для обеспечения равномерного хода машин (тракторов, кораблей, прокатных станков и т.п.) широко используется кинетическая энергия махового колеса. При внезапном увеличении нагрузки машина не останавливается, а совершает работу за счёт запаса кинетической энергии вращения маховика. Эта работа направлена на знакомство и понимание процессов перехода одного вида механической энергии в другой, выработку навыков работы с приборами для определения момента инерции и силы трения, умения производить расчеты с применением основных уравнений динамики поступательного и вращательного движений. Эти знания, умения и навыки понадобятся в дальнейшем изучении теоретической механики, теории механизмов, машины и оборудования, будут способствовать осмысленному пониманию использования основных законов динамики поступательного и вращательного движения, применение этих законов в технике.

Если тело одновременно участвует в поступательном и вращательном движениях, то его кинетическая энергия равна сумме кинетических энергий поступательного движения и вращения:

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$$

Момент инерции является физической величиной, характеризующей инертность тела к изменению им угловой скорости под действием вращающего момента. Момент инерции материальной точки относительно какой-либо оси равен произведению её массы на квадрат расстояния до этой оси:

$$J = mr^2 \quad (1)$$

Для тела, имеющего плотность  $\rho$ , момент инерции может быть вычислен путём интегрирования:

$$J = \int_0^V \rho r^2 dV \quad (2)$$

Как видно из формулы (1) и (2), момент инерции относительно данной оси не зависит от характера движения, а зависит от размеров, формы и плотности тела.

Маховое колесо приводится во вращательное движение грузом массы  $m$  (см.рис.1). Груз на высоте  $h_1$  обладает потенциальной энергией:

$$E = mgh_1$$

где  $m$  - масса груза.

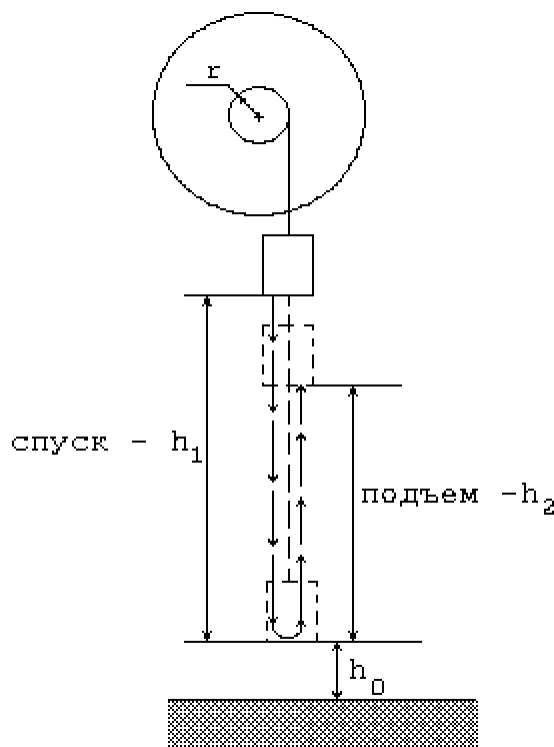


Рисунок 1 – Движение груза и вращение махового колеса

Если предоставить возможность грузу падать, то потенциальная энергия  $mgh_1$  перейдет в кинетическую энергию поступательного движения груза  $\frac{mv^2}{2}$ , кинетическую энергию вращательного движения прибора  $\frac{J\omega^2}{2}$  и на работу  $A = F \cdot h_1$  по преодолению силы трения в опоре.

По закону сохранения энергии

$$mgh_1 = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} + Fh_1 \quad (3)$$

где  $F$  - сила трения.

Движение груза равноускоренное без начальной скорости, поэтому модуль ускорения  $a$  и модуль скорости  $v$  соответственно равны:

$$a = \frac{2h_1}{t^2} \qquad v = \frac{2h_1}{t} \qquad (4)$$

где  $t$  - время опускания груза с высоты  $h_1$ .  
Угловая скорость равна

$$\omega = \frac{v}{r}$$

где  $r$  - радиус вала или

$$\omega = \frac{2h_1}{rt} \qquad (5)$$

Силу трения можно вычислить исходя из следующих соображений. Вращаясь по инерции, маховое колесо поднимают груз на высоту  $h_2$ . При этом система будет обладать энергией

$$E = mgh_2$$

Убыль потенциальной энергии равна работе по преодолению силы трения:

$$mgh_1 - mgh_2 = F(h_1 - h_2)$$

Отсюда

$$F = \frac{mg(h_1 - h_2)}{h_1 + h_2} \qquad (6)$$

Подставляя (4), (5), (6) в (3) после преобразования получим окончательное выражение для вычисления момента инерции махового колеса:

$$J = mr^2 \left( gt^2 \frac{h_2}{h_1(h_1 - h_2)} - 1 \right) \qquad (7)$$

### ***Порядок выполнения работы***

Устройство лабораторной установки представлено на рисунке 2. Прибор состоит из одного или двух маховых колес (3), насаженных на вал (4) и отсчётной линейки (в качестве которой может быть использована измерительная рулетка). Вал с надетым на него маховиком установлена в креплениях (2). На вал (4) наматывается шнурок или прочная капроновая



верёвка (6), к концу которого крепится груз (5) массой  $m$ , которая указана на грузе. Можно использовать грузы разной массы и их комбинации.

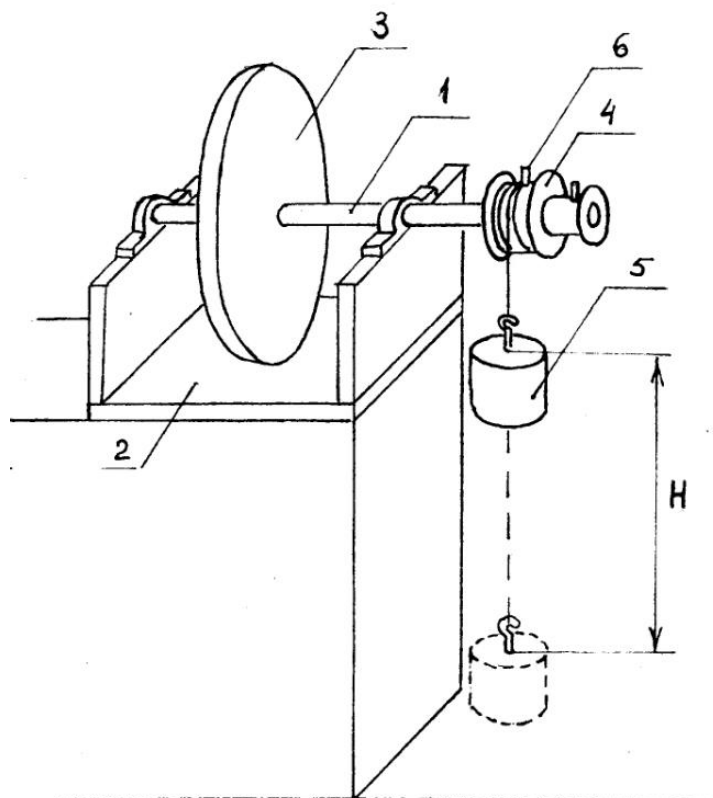


Рисунок 2 – Схематическое изображение установки для изучения момента инерции махового колеса и трения в опоре.

Работа выполняется следующим образом.

1. Измерить штангенциркулем радиус вала  $r$ , на который наматывается нить.
2. Прикрепить к шнуру груз и намотать его на вал, поднимая при этом его до высоты  $h_1$  (масса груза написана на нём).
3. Отпустить груз и замерить время падения  $t$  груза с высоты  $h_1$
4. Определить высоту  $h_2$ , на которую поднимается груз после опускания (при определении  $h_1$  и  $h_2$  необходимо учитывать расстояние  $h_0$  от пола до нижней точки опускания груза).
5. Определить момент инерции маховых колёс и силу трения в опоре по формулам (7) и (6).
6. Прodelать аналогичные опыты, используя груз другой массы
7. Свести все результаты в таблицу 1
8. Оценить абсолютную и относительную погрешности.

#### **Указания по выполнению работы**

1. Не останавливать раскручивающееся или останавливающееся маховое колесо резко.

2. Не останавливать вращающееся маховое колесо при помощи рук или шнура.

Таблица 1. Результаты измерений и вычислений

№	$r, \text{ м}$	$h_1, \text{ м}$	$h_2, \text{ м}$	$t, \text{ с}$	$F, \text{ Н}$	$J, \text{ кг} \cdot \text{ м}^2$	$\Delta J, \text{ кг} \cdot \text{ м}^2$	$\varepsilon, \%$
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								

### ***Контрольные вопросы и задания***

1. Что называется моментом инерции материальной точки и моментом инерции тела? Запишите формулы.
2. Что характеризует момент инерции тела? В каких единицах он измеряется?
3. От чего зависит величина момента инерции тела?
4. Что такое момент силы? В каких единицах он измеряется?
5. Какая величина называется угловой скоростью, угловым ускорением? Запишите формулы.
6. Запишите основное уравнение динамики твердого тела.
7. Запишите формулу кинетической энергии вращающегося тела.
8. Каков будет характер движения маховых колёс в отсутствие сил трения?
9. Что такое главные оси тела?
10. Какую роль играет маховое колесо, насаженное на вал двигателя трактора?
11. Запишите закон сохранения энергии для движения махового колеса?
12. Приведите примеры совершения работы телом за счёт изменения кинетической энергии?
13. Сформулируйте теорему Штейнера.

## **1.9 Лабораторная работа №9. Определение коэффициента вязкости жидкости методом Стокса**

### ***Содержание лабораторной работы***

Необходимо экспериментально определить коэффициент вязкости воды и определить табличными значениями.

### ***Базовый материал***

Для успешного выполнения и сдачи работы необходимо знать возникновения внутреннего трения, зависимость вязкости от рода жидкости, от температуры.

### ***Подготовка к занятию***

Повторить, а по необходимости, изучить вопросы базового материала. Например, И.В. Савельев. Курс физики, т. 1. «Наука» 1989г., стр. 69, 252-255.,(лекционный материал).

### ***Входной контроль (самопроверка)***

Подготовка к лабораторной работе контролируется по подготовленному бланку лабораторной работы, согласно общим требованиям и ответам на вопросы:

1. Как называется трение в жидкостях и в газах?
2. Что называется коэффициентом вязкости?
3. В каких единицах измеряется вязкость в СИ?
4. Какие ещё единицы вязкости существуют?
5. Как определяется коэффициент вязкости в этой работе?
6. Как определить расстояние, проходимое шариком в жидкости?
7. Запишите формулу для коэффициента вязкости в этой работе
8. Как в жидкостях изменяется вязкость с изменением температуры?
9. Как в газах изменяется вязкость с изменением температуры?
10. Запишите закон Ньютона для вязкого трения

### ***Приборы, материалы, оборудование***

Стеклянная трубка с жидкостью (или 2 мензурки), шарики, штангенциркуль, весы лабораторные, линейка, секундомер

### ***Теоретическое введение и исходные данные***

Всем реальным жидкостям и газам в большей или меньшей степени присуща вязкость или внутреннее трение. Вязкость проявляется в том, что возникшее в жидкости или газе движение после прекращения действия причин, его вызвавших, постепенно прекращается. В данной работе определение коэффициента вязкости выполняется методом Стокса.

Сила внутреннего трения (вязкости), действующая между двумя слоями, пропорциональна площади их соприкосновения и градиенту скорости:

$$F = \eta \frac{dv}{dz} \Delta S \quad (1)$$

Величина  $\eta$  называется коэффициентом внутреннего трения или коэффициентом динамической вязкости (так как вводится ещё и так называемая кинематическая вязкость). Если в формуле (1) положить численно площадь соприкасающихся слоёв жидкости  $\Delta S = 1$  и градиент скорости  $\frac{dv}{dz} = 1$ , то  $\eta = F_c$ , т.е. коэффициент вязкости численно равен силе внутреннего трения, возникающей на каждой единице поверхности соприкосновения двух слоёв, движущихся относительно друг друга с градиентом скорости, равным единице. В системе СИ размерность  $[\eta] = \text{Па} \cdot \text{с}$ .

Для определения коэффициента вязкости жидкости используем метод Стокса, который заключается в следующем. На движущийся в жидкости шарик действует сила внутреннего трения  $F_c$ , тормозящая его движение (рис.1), т.е. направленная вверх противоположно его движению вниз под действием силы тяжести.

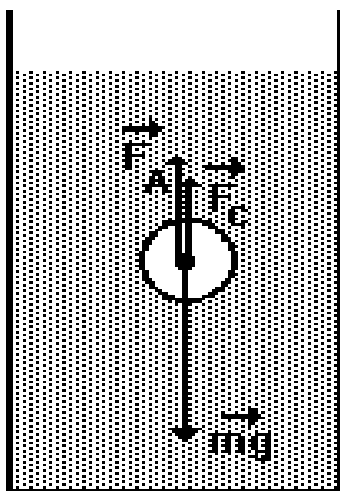


Рисунок 1 – Силы, действующие на движущееся в жидкости тело сферической формы

Эта сила по закону Стокса:

$$F_c = 6\pi\eta r v$$

где  $r$  - радиус шарика,  
 $v$  - его скорость.

Если шарик свободно падает в жидкости, то на него будут действовать сила тяжести

$$P = mg = \rho Vg$$

а также на любое тела, погружённное в жидкость или газ, всегда действует выталкивающая сила (сила Архимеда), направленная вверх

$$F_A = \rho_0 Vg$$

равная весу жидкости в объеме шарика

здесь  $V$  - объем шарика;

$\rho$  - плотность материала шарика,  $\rho = 1002 \text{ кг/м}^3$ ,

$\rho_0$  - плотность жидкости.

На основании второго закона Ньютона имеем, проектируя все силу на вертикальную ось, принимая её направленную вниз

$$m \left( \frac{dv}{dt} \right) = \rho Vg - \rho_0 Vg - 6\pi\eta r v$$

Считая, что устоявшееся движение происходит так, что все силы уравновешивают друг друга, т.е. движение имеет место быть равномерное, а потому правая часть уравнения обращается в ноль. Тогда решением полученного уравнения является выражение вида

$$v_0 = \frac{Vg(\rho - \rho_0)}{6\pi\eta r} \quad (2)$$

Тогда скорость шарика можно определить, зная расстояние  $L$  между метками на сосуде и время  $t$ , за которое шарик проходит это расстояние:

$$v_0 = \frac{L}{t}$$

Приравнивая последние два выражения, можно написать

$$\frac{L}{t} = \frac{Vg(\rho - \rho_0)}{6\pi\eta r}$$

Зная объём шара:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Можно выразить коэффициент динамической вязкости  $\eta$  из трёх последних формул:

$$\eta = \frac{2gr^2(\rho - \rho_1)}{9L} t \quad (3)$$

**Порядок выполнения работы**

1. В одну из двух мензурок (мерных цилиндров) налить воды и измерить высоту уровня жидкости в ней (пропустить этот шаг, если имеется большая вертикальная трубка с уже наполненной жидкостью)
2. Взять набор шариков, измерить массу и диаметр каждого из них. По этим данным рассчитать плотность шариков
3. Взять один из шариков, аккуратно поднести его к поверхности жидкости в мензурке и отпустить, включая в этот момент секундомер
4. При работе с большой вертикальной колбой подождать немного, пока движение шарика станет равномерным – прохождение участка  $l_0$  (см. рис.2) и затем при пересечении метки А включить в этот момент секундомер

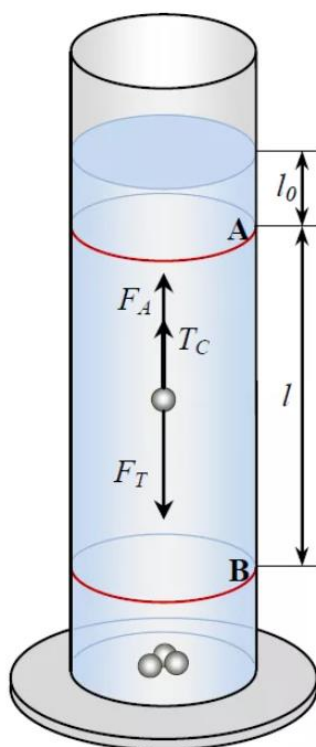


Рисунок 2 – Схема большой вертикальной колбы с жидкостью и нанесёнными на неё метками

5. В момент достижения шариком дна мерного цилиндра выключить секундомер и время записать в таблицу
6. Переливая воду в первой мензурки во вторую, извлечь шарик и повторить опыт.
7. Для каждого шарика сделать 7-10 измерений, каждый раз замеряя высоту уровня жидкости, т.к. при переливании часть воды обычно

- проливается. Либо наливать в мензурки строго определённое количество воды во всех экспериментах с одним и тем же шариком
8. При работе с большой колбой секундомер необходимо выключить в момент прохождения шариком метки В. Выливать воду не нужно, имеется специальное приспособление для поднятия.
  9. По имеющимся времени падения и высоте определить динамическую вязкость исследуемой жидкости и сравнить полученные результаты с табличным значением, рассчитав абсолютную и относительную погрешности (взять из справочника)

$$\langle \eta \rangle = \frac{\sum \eta_i}{n},$$

$$\Delta \eta_i = |\eta_i - \eta_{\text{табличное}}|,$$

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta \eta_i}{\eta_{\text{табличное}}} \cdot 100$$

10. Рассчитать среднюю абсолютную и среднюю относительную погрешность.
11. Записать ответ в виде:

$$\eta = \langle \eta \rangle \pm \langle \Delta \eta \rangle$$

12. Сделать вывод о проделанной работе

Таблица 1. Результаты измерений и вычислений

№ шарика	$r, \text{ м}$	$\rho, \text{ кг/м}^3$	$L, \text{ м}$	$t, \text{ с}$	$\eta, \text{ Па} \cdot \text{ с}$	$\langle \eta \rangle, \text{ Па/с}$	$\Delta \eta, \text{ Па/с}$	$\varepsilon, \%$
1								
2								
3								

### **Указания по выполнению работы**

1. Особое внимание обратить на время начало движения и на конец движения шарика в жидкости.
2. Не отпускать шарик даже с небольшой высоты, т.к. появляется начальная скорость
3. Стараться опускать шарик как можно ближе к центру колбы или мензурки, чтобы при движении он не испытывал соприкосновения со стеклянными стенками сосуда
4. Расстояние, проходимое шариком должно быть как можно большим.
5. Шарики для опыта брать большего диаметра.

### ***Контрольные вопросы и задания***

1. Какие вы знаете явления переноса?
2. Что такое градиент скорости? В чём он измеряется?
3. Запишите закон Стокса
4. Чему равна равнодействующая всех сил, действующих на шарик, равномерно движущийся в жидкости?
5. Как изменится скорость движения шарика с увеличением его диаметра?
6. Что представляет собой идеальная жидкость?
7. Как в реальной жидкости возникает внутреннее трение?
8. Как объясняется зависимость вязкости от рода жидкости.
9. Как объясняется зависимость вязкости от температуры.
10. Что такое кинематическая вязкость? В чём она измеряется?



## **1.10 Лабораторная работа №10. Определение ускорения свободного падения при помощи математического и физического маятников**

### ***Содержание лабораторной работы***

Необходимо экспериментально определить ускорение свободного падения математическим и физическим маятником сравнить с теоретическими и табличными значениями.

### ***Базовый материал***

Для успешного выполнения и сдачи работы необходимо знать определения и основные кинематические характеристики колебательного движения, физическую сущность протекания колебательных процессов примеры.

### ***Подготовка к занятию***

Повторить, а по необходимости, изучить вопросы базового материала. (Например, И.В. Савельев. Курс общей физики, т. 1. «Астрель. АСТ» 2002г., стр. 78-81, И.В.Савельев Курс общей физики, т.1 «Наука» 1989г. стр.44, Р.И.Грабовский Курс физики, «Высшая школа» 1980г.стр.46-48, Г.С.Ландсберг «Элементарный учебник физики» т.1 «Наука» 1975г. стр.131, лекционный материал).

### ***Входной контроль (самопроверка)***

1. Какая длина математического маятника является более предпочтительной с точки зрения точности в измерении величины ускорения земного притяжения?
2. Влияет ли масса математического маятника на период гармонических колебаний в поле тяжести Земли.?
3. Что является одним полным колебанием математического маятника?
4. Как измеряют период гармонических колебаний математического маятника в данной работе?
5. Может ли математический маятник в данной работе считаться идеальным?

### ***Приборы, материалы, оборудование***

Математический и физический маятники, линейка, секундомер.

### ***Теоретическое введение и исходные данные***

Как известно, все тела в данной точке под действием земного тяготения испытывают одинаковые ускорения. Различное ускорение некоторых тел при падении объясняется тем, что, помимо Земли, на эти тела при движении действует ещё и окружающая среда (воздух). Если же падение совершается в безвоздушном пространстве, то все тела падают с одинаковым ускорением. Кроме того, в различных точках земного шара ускорение свободного падения

оказывается несколько различным. Это обусловлено тем, что Земля по форме несколько отличается от шара: она имеет сплюснутую в направлении полюсов форму, так что расстояние от поверхности Земли до её центра меньше у полюсов, чем на экваторе.

Эта работа направлена на знакомство и понимание понятия ускорения свободного падения и его зависимость от географической широты, выработку навыков работы с приборами для определения приведённой длины физического маятника, периода колебаний, умения производить расчеты с применением основных уравнений динамики колебательного движения. Эти знания, умения и навыки понадобятся в дальнейшем изучении моделирования физических процессов, будут способствовать осмысленному пониманию колебательных процессов.

Ускорение свободного падения относительно Земли (а не относительно "неподвижной" системы отсчета) на различных широтах будет различно, т.к. точки на поверхности Земли, лежащие на различных широтах, вследствие суточного движения Земли описывают окружности разных радиусов, а значит имеют различное ускорение по отношению к "неподвижной" системе отсчета. Влияние этих факторов можно учесть, но отличие экспериментального значения ускорения свободного падения от теоретического может быть вызвано также различными местными неоднородностями в строении Земли. Измерить ускорение свободного падения возможно с помощью маятников (математического и физического).

*Математический маятник - это материальная точка, подвешенная на невесомой и нерастяжимой нити.*

Период колебания математического маятника при гармонических колебаниях определяется по формуле

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1)$$

где  $L$  – длина нити математического маятника

$g$  – ускорение свободного падения

и, кроме того, может быть определен экспериментально, т.к. по определению период – это количество колебаний в единицу времени

$$T = \frac{t}{n} \quad (2)$$

где  $t$  – время  $n$  полных колебаний

$n$  – число полных колебаний.

Из формулы (1) мы можем выразить ускорение свободного падения:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \quad (3)$$

При точных измерениях уже ни один реальный маятник нельзя рассматривать как математический.

Физическим маятником называют абсолютно твердое тело, имеющее неподвижную ось вращения, не проходящую через центр масс, и совершающее свободные колебания относительно этой оси (рис. 1).

При отклонении маятника на угол  $\varphi$  возникает вращательный момент, стремящийся вернуть маятник в положение равновесия,

$$M = -mgl \sin \varphi \quad (4)$$

где  $m$  - масса маятника,

$l$  - расстояние между осью вращения  $Z$ , проходящей через точку  $O$ , перпендикулярно плоскости рисунка и центром масс  $C$  маятника.

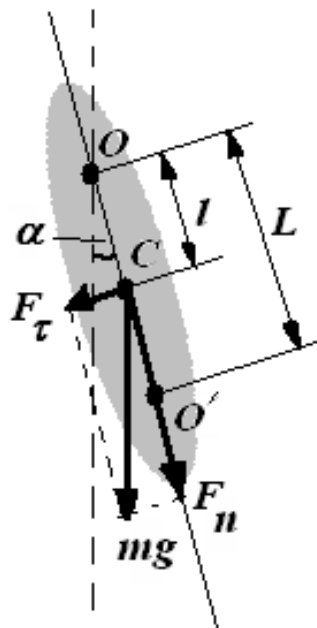


Рисунок 1 – Твёрдое тело, рассматриваемое как физический маятник

Запишем уравнение движения маятника, воспользовавшись для этого законом динамики вращательного движения твердого тела

$$M_Z = J_Z \varepsilon \quad (5)$$

где  $J_Z$  - момент инерции маятника относительно оси  $Z$ ;

$\varepsilon = \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$  - угловое ускорение.

С учетом (4) и (5) получим уравнение:

$$J_Z \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgl \sin \varphi \quad (6)$$

В случае малых углов ( $\varphi < 5^\circ$ ) можно синус угла заменить самим углом, т.е. положить  $\sin \varphi \approx \varphi$  ( $\varphi$  обязательно выражен в радианах). Тогда уравнение движения (6) примет вид:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2 = 0 \quad (7)$$

где  $\omega_0^2 = (mgl)/J$  - круговая (циклическая) частота колебаний физического маятника.

Общее решение данного дифференциального уравнения второго порядка уравнения (7) имеет вид

$$\varphi = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Следовательно, в случае малых отклонений от положения равновесия колебания физического маятника можно считать гармоническими.

Период колебаний физического маятника:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J_Z}{mgd}} \quad (8)$$

Отношение  $J_Z/md$  называется приведенной длиной  $L$  физического маятника, т.е. каждому физическому маятнику можно поставить в соответствие математический маятник с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

В нашем случае физический маятник состоит из однородного металлического стержня длиной  $b$  (см.рис. 2) и массой  $M$  и грузов массой  $m$ . Момент инерции стержня относительно точки подвеса  $O$  равен:

$$J_1 = \frac{Mb^2}{3}$$

момент инерции груза приблизительно равен

$$J_2 = mr^2$$

где  $r$  - расстояние от точки подвеса до центра масс груза.  
Суммарный момент инерции

$$J = J_1 + J_2 \quad (9)$$

Т.к. стержень однородный, его центр масс находится в точке  $b/2$ , центр масс груза - в точке с координатой  $r$ . Используя определение центра масс системы материальных точек получим:

$$d = \frac{Mb/2 + mr}{M + m} \quad (10)$$

Подставляя (9) и (10) в (8), получим

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{Mb^2/3 + mr^2}{g(Mb/2 + mr)}} \quad (11)$$

Тогда ускорение свободного падения

$$g = \frac{4\pi^2(Mb^2/3 + mr^2)}{T^2(Mb/2 + mr)} \quad (12)$$

Ускорение свободного падения не одинаково в разных точках Земного шара. Это связано и с высотой места измерения, и тем, что Земля не является идеальным сферическим телом с однородным распределением плотности. Местные аномалии ускорения свободного падения являются признаками присутствия горных пород высокой плотности (например, железных руд). Поэтому измерение ускорения свободного падения является одним из методов обнаружения полезных ископаемых, так называемая гравиметрическая разведка.

### ***Порядок выполнения работы***

Общий вид экспериментальной установки изображён на рисунке 2. Она включает в себя: математический маятник – небольшой груз, подвешенный на тонкой нити, который висит вдоль штанги прибора с нанесёнными на неё делениями. Длину нити можно регулировать поворотом рукоятки на верхнем кронштейне. Слева изображён физический маятника. В данном случае он представляет из себя металлический стержень с нанесёнными на него рисками через интервал 1 см. На стержень могут крепиться два металлических диска в различных положениях. При помощи специальной призмы можно устанавливать точку качания маятника на приборе. Центр масс маятника для

данных положения дисков необходимо отыскивать при помощи специальной трёхгранной опоре



Рисунок 2 – Экспериментальная установка

**Упражнение 1.** Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника.

1. Установить произвольно длину математического маятника с помощью воротка на верхнем кронштейне. Записать значение длины  $L$  в таблицу. В этом задании длину нити маятника не изменять.

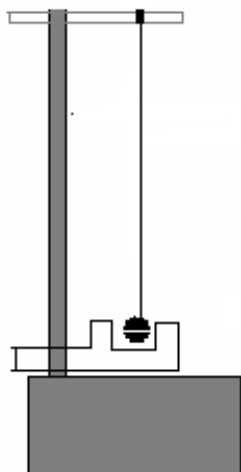


Рисунок 3 – Схематическое изображение прибора при работе с математическим маятником

2. Отклонить шарик от положения равновесия на угол  $4^\circ - 5^\circ$  и, взяв в первом опыте число колебаний  $N = 20$ , измерить секундомером время  $t$ . Записать это время в таблицу 1
3. В последующих опытах взять число колебаний  $N$  равным 22-25-27 и т.д. и замерять время этих колебаний.
4. По формуле (2) определить период колебаний математического маятника  $T$  в каждом опыте.

Таблица 1. Результаты измерений и вычислений.

№	$L, \text{ м}$	$N$	$t, \text{ с}$	$T, \text{ с}$	$g, \text{ м/с}^2$	$\langle g \rangle, \text{ м/с}^2$	$\Delta g, \text{ м/с}^2$	$\varepsilon, \%$
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								

5. По формуле (3) определите ускорение свободного падения в каждом опыте
6. Рассчитать среднее значение полученных значений ускорения свободного падения
7. Рассчитать абсолютную погрешность измерений, сравнив полученное экспериментально значения ускорения свободного падения с его

табличным значением

8. Рассчитать относительную погрешность измерений и записать результат в виде

$$g = \langle g \rangle \pm \langle \Delta g \rangle$$

### Упражнение 2

1. Установить длину математического маятника с помощью воротка на верхнем кронштейне 20 см
2. Отклонить шарик от положения равновесия на угол  $4^\circ - 5^\circ$  и измерить секундомером время  $t$  20 полных колебаний. Записать это время в таблицу 2
3. Увеличив длину маятника на 2-3 см, также измерить секундомером время  $t$  20 полных колебаний
4. Повторите пункты 4-8 из первого задания

Таблица 2. Результаты эксперимента

№	$L, \text{ м}$	$N$	$t, \text{ с}$	$T, \text{ с}$	$g, \text{ м/с}^2$	$\langle g \rangle, \text{ м/с}^2$	$\Delta g, \text{ м/с}^2$	$\varepsilon, \%$
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								

**Упражнение 3.** Определение ускорения свободного падения с помощью физического маятника.

1. Фиксировать груз на стержне вблизи конца стержня (см. рис.4). Точка подвеса должна находиться вблизи другого конца стержня.
2. Нижний кронштейн вместе с фотоэлектрическим датчиком переместить таким образом, чтобы стержень маятника пересекал оптическую ось фотоэлемента.
3. Замерить длину стержня  $b$  и расстояние от оси качания до места крепления груза  $r$ .



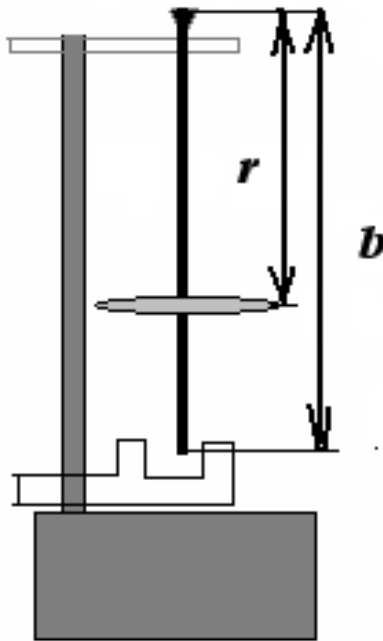


Рисунок 4 – Схематическое изображение прибора при работе с физическим маятником

4. Отклонить маятник от положения равновесия на угол  $4^\circ - 5^\circ$
5. Замерить 10 раз время  $t$  и число колебаний  $n$  на цифровом приборе и рассчитать период колебаний маятника по формуле (2)
6. По формуле (12) определяем ускорение свободного падения
7. Повторить измерения и расчеты для другого положения груза на стержне
8. Оценить погрешности измерений.
9. Все результаты записать в таблицу

#### ***Указания по выполнению работы***

1. При выполнении работы необходимо проследить за тем чтобы установка на которой смонтировано оборудование была установлена на ножках без качаний.
2. Крепление груза и крепление точки качания производить так, чтобы винты попадали в кольцевые нарезки на стержне.
3. **Не допускать падения груза на цифровой блок прибора!!!**

#### ***Контрольные вопросы и задания***

1. Какая величина называется ускорением?
2. Чем отличается физический маятник от математического?
3. Что такое вес тела?
4. От чего зависит ускорение свободного падения?
5. Условия состояния невесомости.
6. Какое падение называется свободным и каковы его законы?
7. Под действием каких сил совершаются свободные гармонические

колебания?

8. На что указывают местные аномалии значения ускорения свободного падения?
9. Изменится ли период колебаний качелей, если вместо одного человека на качели сядут двое?
10. По какой траектории будет двигаться шарик математического маятника, если нить маятника пережечь в тот момент, когда шарик проходит положение равновесия?

## **1.11 Лабораторная работа №11. Изучение собственных колебаний пружинного маятника**

### ***Содержание лабораторной работы***

Необходимо экспериментально определить коэффициент упругости, зависимость периода собственных колебаний пружинного маятника от коэффициента упругости, коэффициент затухания колебаний.

### ***Базовый материал***

Для успешного выполнения и сдачи работы необходимо знать основные кинематические и динамические характеристики колебательного движения, а также характеристики затухающих колебаний. Кроме того, необходимо уметь возводить числа в дробную степень, обладать навыками логарифмирования, дифференциальные уравнения второго порядка.

### ***Подготовка к занятию***

Повторить, а по необходимости, изучить вопросы базового материала. (Например, Р.И. Грабовский Курс физики, «Высш.шк.» 1980г., стр.88-100, Б.М.Яворский, А.А. Детлаф Справочник по физике. « Наука» 1980 г., стр.299-323, лекционный материал).

### ***Входной контроль (самопроверка)***

Подготовка к лабораторной работе контролируется по подготовленному бланку лабораторной работы, согласно общим требованиям и ответам на вопросы:

1. Какое движение называется колебательным?
2. Какое движение называется гармоническим?
3. Назовите величины, характеризующие гармоническое колебание
4. Что называется амплитудой колебания?
5. Что называется периодом колебания?
6. Какая величина называется частотой колебания?
7. Какие колебания называются свободными, вынужденными, автоколебаниями?
8. Какая сила называется возвращающей?
9. По какой формуле определяется период колебаний пружинного маятника?
10. Единица измерения периода колебаний?

### ***Приборы, материалы, оборудование***

Пружина, набор грузов различной массы, штатив с вертикальной шкалой (линейка или рулетка в случае отсутствия вертикальной шкалы), секундомер.

## *Теоретическое введение и исходные данные*

Колебательные движения исключительно широко распространены в природе и технике. Вибрация натянутой струны, движение поршня дизеля и ножей косилки, суточные и годовые изменения температуры воздуха, морские приливы и отливы, волнение водной поверхности, тепловое движение ионов кристаллической решётки твёрдого тела, переменный ток и его электромагнитное поле, движение электронов в атоме и т.д.- всё это в конечном счёте колебательные процессы. В данной работе изучаются собственные колебания пружинного маятника и определяются основные характеристики затухающих колебаний. Умения и навыки работы с простыми системами помогут понять физическую суть многих колебательных процессов разной природы.

Колебательные движения, или колебания, чрезвычайно широко распространены в природе и технике. Различают колебания механические, электромагнитные, электромеханические и другие, в зависимости от физической природы.

*Механическим колебательным движением* называется процесс, при котором тело или система тел, будучи выведена из положения равновесия, проходит это положение по инерции, каждый раз вновь отклоняясь от него.

Колебания называются *периодическими*, если система приходит в положение равновесия через равные промежутки времени.

*Гармоническими колебаниями* (или простыми) называются такие периодические колебания, в которых смещение тела или системы от положения равновесия совершаются по закону синуса (или косинуса).

Цель лабораторной работы является изучение законов колебательного движения на примере колебательной системы – пружинном маятнике.

При рассмотрении колебаний пружинного маятника вам необходимо:

а) пренебречь сопротивлением среды, считая груз маятника материальной точкой;

б) пренебречь массой пружины;

в) учесть, что на маятник, находящийся в положении равновесия, действует две силы: сила тяжести и сила упругости пружины, равные друг другу, но направленные противоположно;

г) при перемещениях маятника вниз от положения равновесия возникает дополнительная сила упругости, направленная к положению равновесия. То же самое будет и при отклонения маятника вверх, но природа силы будет иная. Это – равнодействующая силы тяжести и не полностью компенсирующей ее силы упругости пружины. Но по величине эта равнодействующая пропорциональна величине смещения  $x$  от положения равновесия маятника. Таким образом, возвращающая сила, действующая на отклоненный маятник, - это сила квазиупругая, равная по закону Гука:

$$F_y = -kx$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности, именуемый жесткостью пружины.

Тогда II закон Ньютона может быть записан в виде:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

где  $m$  – масса маятника.

Преобразовав это уравнение к виду

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} = 0$$

и представив  $\frac{k}{m} = \omega_0^2$ , получим динамическое уравнение свободных незатухающих гармоничных колебаний, которая является дифференциальным уравнением второго порядка относительно смещения от положения равновесия:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1)$$

Подстановкой легко убедиться в том, что решение дифференциального уравнения (1) будет функция

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (2)$$

Формула (2) выражает смещение  $x$  пружинного маятника от положения равновесия в любой момент времени.

Выражение (2) является кинематическим уравнением гармонического колебания в общем виде.

Здесь  $A$  - амплитуда, т.е. максимальное отклонение от положения равновесия;

$(\omega_0 t + \varphi_0)$  - фаза, т.е. аргумент функции, описывающий гармоническое колебание;

$\varphi_0$  - начальная фаза колебания.

Не трудно убедиться в том, что незатухающее колебательное движение подобно движению проекции на ось  $x$  вектора  $A$ , вращающегося относительно точки  $O$  равномерно, с угловой скоростью  $\omega_0$ . На этом основан способ изображения колебания с помощью векторной диаграммы – один из распространенных, особенно в электронике, способов. Если положить, что на рис. 1а указано начальное угловое положение вектора  $A$ , то рис. 1а является векторной диаграммой колебания, описанного уравнением (2).

Обычно за начало отсчёта ( $t = 0$ ) принимают момент времени, когда система находится в положении равновесия или в положении максимального отклонения. В первом случае колебание может быть задано векторной диаграммой, изображённой на рис. 1б, или уравнением

$$x = A \cos \omega_0 t \quad (3)$$

Во втором случае – векторной диаграммой, изображённой на рис.1в, или уравнением

$$x = A \sin \left( \omega_0 t + \frac{\pi}{2} \right) = A \cos \omega_0 t \quad (4)$$

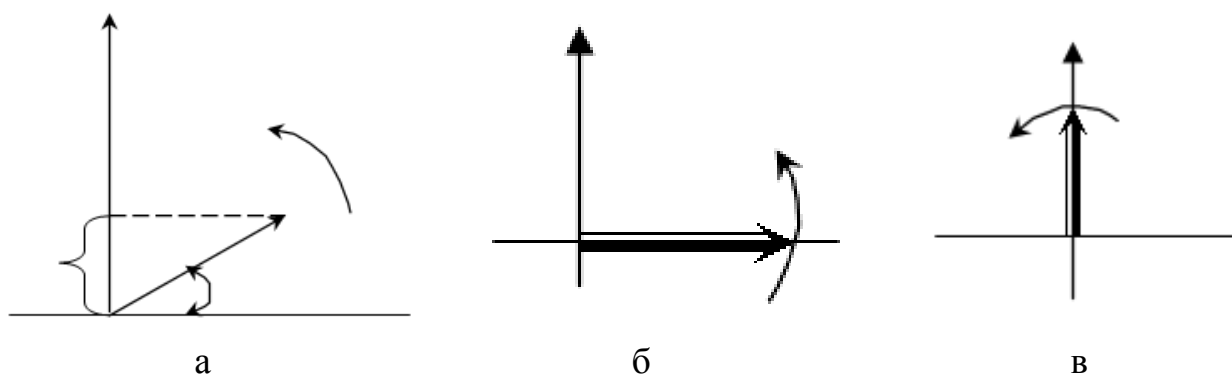


Рисунок 1 Метод векторных диаграмм

Очевидно, что один оборот вектора  $A$  на векторной диаграмме соответствует одному полному колебанию проекции конца этого вектора.

Из закономерностей вращательного движения известно, что

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu_0 \quad (5)$$

где применительно к колебательному движению

$T$ -период колебания, т.е. время одного полного колебания;

$\nu_0$ -частота колебаний, т.е. количество колебаний за единицу времени;

$\omega_0$ -круговая (или циклическая) частота незатухающих гармонических колебаний, т.е. количество колебаний за  $2\pi$ единиц времени.

Величина  $\omega_0$  в уравнениях (1-4) может быть при необходимости заменена её выражением (5)

Из (5) следует:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

Учитывая, что  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ , получим:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (6)$$

из (6) видно, что период колебаний пружинного маятника прямо пропорционален квадратному корню из его массы и обратно пропорционален квадратному корню из жесткости. В пределах деформаций пружины  $x$ , при которых выполняется закон Гука, период колебаний не зависит от амплитуды колебаний.

Выясним физический смысл коэффициента упругости (жесткости)  $k$ :

$$k = -\frac{F_y}{x} = \frac{F_D}{x} \quad (7)$$

где  $F_D$  – внешняя (деформирующая) сила;

В соответствии с III законом Ньютона  $F_D = -F_y$ . Следовательно, коэффициент упругости  $k$  численно равен внешней силе, вызывающий деформацию пружины, равную единице длины.

Например, если данная пружина от груза в 2Н удлинилась на 0,02 м, то ее жесткость

$$k = \frac{2}{0,02} = 100 \text{ (Н/м)}$$

Мы рассматривали свободные незатухающие колебания, пренебрегая сопротивлением среды, массой пружины и трением между её витками. Частоту таких колебаний и соответствующую ей круговую частоту  $\omega_0$  называют собственной. Реальные свободные колебания – колебания затухающие. Динамическое уравнение таких колебаний также имеет вид дифференциального уравнения второго порядка вида:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0 x = 0 \quad (8)$$

Решением этого дифференциального уравнения является кинематическое уравнение затухающих колебаний:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (9)$$

где  $x$  – смещение колеблющейся точки;  
 $A_0$  – начальная амплитуда;  
 $e$  – основание натуральных логарифмов;

$\beta$  - коэффициент затухания;

$\varphi_0$  - начальная фаза;

$t$  – время (положительность) колебаний;

$\omega$  - круговая (циклическая) частота свободных затухающих колебаний.

Величины круговых частот свободных затухающих и не затухающих колебаний в общем не создают. Известно соотношение между ними:

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2$$

При  $\beta \ll \omega$ , что справедливо для случая колебаний пружинного маятника в воздухе:

$$\omega \approx \omega_0$$

Амплитуда при затухающих свободных колебаниях уменьшается с течением времени по закону:

$$A_t = A_0 e^{-\beta t}$$

Скорость затухания колебательного движения принято характеризовать декрементом затухания  $e^{\beta t}$ . Декрементом затухания называют отношение двух амплитуд, разделенных интервалом времени, равным периоду колебания (рис. 2):

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T}$$

Натуральный логарифм такого отношения назвали логарифмическим декрементом затухания  $\lambda$ :

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln e^{\beta T} = \beta T \quad (9)$$

Отсюда видно, что  $\lambda = \beta/T$ , т.е. коэффициент затухания равен отношению логарифмического декремента к периоду колебания.

Измерив опытным путем логарифмический декремент затухания  $\lambda$  и период колебания  $T$ , можно вычислить коэффициент затухания  $\beta$ . Для этого измеряют две амплитуды, отстоящие во времени не на один период, а на  $n$  периодов.



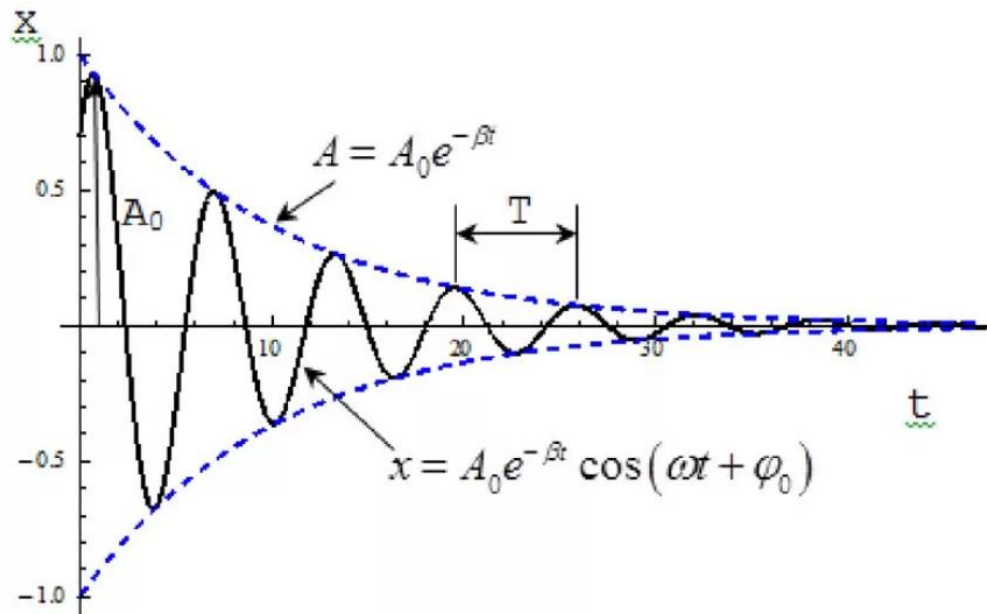


Рисунок 2 - Затухающие колебания

Равенство отношений

$$\frac{A_0}{A_1} = e^{\beta T} \quad \frac{A_1}{A_2} = e^{\beta T} \quad \frac{A_2}{A_3} = e^{\beta T} \quad \dots \quad \frac{A_{n-1}}{A_n} = e^{\beta T}$$

позволяет записать:

$$\frac{A_0}{A_1} \cdot \frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{A_2}{A_3} \dots \frac{A_{n-1}}{A_n} = e^{\beta T n}$$

Следовательно,

$$\ln \frac{A_0}{A_n} = n\beta T$$

откуда получим:

$$\beta = \frac{\ln \frac{A_0}{A_n}}{nT} \quad (10)$$

**Порядок выполнения работы.**

Описание установки. Колеблющаяся система состоит из пружины  $B$ , подвески  $П$  массой  $m_0$ , нескольких грузов  $m_i$  с массами от 0,05 до 0,1 кг и указателя  $Д$ , укрепленного на пружине перемещающегося вдоль шкалы  $H$  (рис. 3):

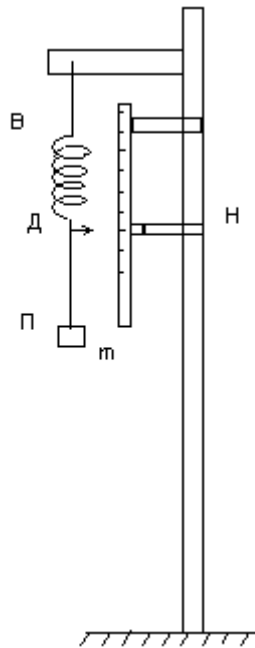


Рисунок 3 - Установка для исследования колебаний пружинного маятника

**Задание 1. Определение жесткости пружины**

1. Подготовить таблицы 1 и 3 для записи результатов.
2. Заметить начальное положение  $l_0$  указателя  $Д$  на миллиметровой вертикальной шкале.
3. Положить добавочный груз  $m_1^* = m_1$  на подвеску  $П$ . Зафиксировать новое положение  $l_1$  указателя  $Д$  на шкале.
4. Определить абсолютное удлинение пружины  $\Delta l = l_1 - l_0$ .
5. Повторить опыт с двумя, тремя и т.д. добавочными грузами:

$$m_2^* = m_1 + m_2$$

$$m_3^* = m_1 + m_2 + m_3$$

и т.д., при этом измеряя с помощью указателя  $Д$  абсолютное удлинение пружины. Количество измерений три и равно количеству имеющихся грузов  $m_i$ :

$$\Delta l_2 = l_2 - l_0$$

$$\Delta l = l_3 - l_0$$

...

и т.д.

6. Вычислить деформирующие силы

$$F_1 = m_1^* g$$

$$F_2 = m_2^* g$$

$$F_3 = m_3^* g$$

и т.д., где  $g$  - ускорение свободного падения.

7. Вычислить для каждой деформирующей силы коэффициент упругости (жесткость) пружины  $k_1, k_2, k_3$  и т.д. по формуле (7):

$$k_1 = \frac{F_1}{\Delta l_1} \quad k_2 = \frac{F_2}{\Delta l_2} \quad \dots$$

и т.д.

8. Определить среднее значение коэффициента упругости(жёсткости) пружины  $k_{\text{ср.}}$ :

$$k_{\text{ср.}} = \frac{k_1 + k_2 + \dots + k_N}{N}$$

где  $N$  - число измерений.

Результаты наблюдений и вычислений занести в таблицу 1.

Таблица 1. Результаты измерений и вычислений

№ груза	$m_i^*$ , кг	$F_i$ , Н	$l_i$ , м	$\Delta l_i$ , м	$k_i$ , Н/м	$k_{\text{ср.}}$ , Н/м	$\Delta k_i$	$\varepsilon$ , %
1								
2								
3								
4								
5								
6								

$$l_0 = \dots \text{ (м)}$$

**Упражнение 2. Определение периода свободных(затухающих) колебаний, циклической частоты и логарифмического декремента затухания.**

1. Подготовьте таблицу 2 для записи результатов.
2. Положите на подвеску грузы  $m_1, m_2$  и т.д., использованные в задании 1. Запишите в табл. 2 массу подвески  $m_0$ , и суммарную массу положенных на неё грузов ( $\sum m_i$ ).
3. Зафиксируйте и запишите величину  $l_0$  – положение равновесия нагруженного маятника.
4. Задайтесь величиной  $A_0$  - начальной амплитудой. Её целесообразно сделать, равной  $0,04 \div 0,06$  м. Это определит величину  $l_H$  - начальную отметку на шкале  $H$ , от которой оттянутый вниз от положения равновесия маятник начнёт свободные колебания. Очевидно, что  $l_H = l_0 + A_0$ .
5. Приготовьте секундомер к работе. Возьмите взведённый секундомер в одну руку, а другой оттяните маятник вниз до положения  $l_H$ . Отпустите маятник вместе с пуском секундомера и считайте число полных колебаний по моментам возвращения маятника в нижнее положение максимального отклонения. Отсчитайте 50 полных колебаний. Остановите секундомер при счёте «пятьдесят» и одновременно проведите отсчёт

положения  $l_k$  - деления шкалы  $H$ , до которого опустится указатель на пятидесятом колебании. Количество колебаний  $n$ , время колебаний  $t$ , величину  $l_k$  и конечную амплитуду  $A_n = l_k - l_0$  занесите в таблицу 2.

Таблица 2. Результаты измерений и вычислений

$m_0, \text{кг}$	$\sum m_i, \text{кг}$	$n$	$t, \text{с}$	$T, \text{с}$	$\omega, \text{с}^{-1}$	$A_n, \text{м}$	$\beta, \text{с}^{-1}$	$\lambda$	$\varphi_0, ^\circ$	$T_p, \text{с}$

$$l_0 = \dots \text{ м};$$

$$l_H = \dots \text{ м};$$

$$l_k = \dots \text{ м};$$

$$A_0 = \dots \text{ м}.$$

6. Вычислите период колебаний:

$$T = \frac{t}{n}$$

7. Вычислить циклическую (круговую) частоту по формуле:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

8. Вычислите:

а) коэффициент затухания  $\beta$  по формуле (10)

б) логарифмический декремент затухания  $\lambda$  (9)

9. Вычислите расчётную величину периода колебаний:

$$T_p = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{\text{ср.}}}}$$

где  $m = m_0 + \sum m_i$

10. Вычислите начальную фазу колебаний по величине начального перемещения  $x_0$ . Ваши действия соответствовали:

$$x_0 = -A_0$$

С другой стороны, в соответствии с уравнением гармонического колебания:

$$x_0 = A_0 \cdot \sin \varphi_0$$

Отсюда

$$\sin \varphi_0 = -1$$

$$\varphi_0 = \arcsin(-1)$$

#### ***Указания по выполнению работы***

1. Амплитуду колебаний целесообразно взять равной 0,04 – 0,06 м.
2. Начальную массу груза взять не менее 200 грамм.
3. Число колебаний брать не менее 50, чтобы было заметное уменьшение амплитуды колебаний.

#### ***Контрольные вопросы и задания***

1. Перечислите параметры и дайте определение величинам, характеризующим колебательное движение.
2. Что называют жёсткостью пружины? От чего она зависит?
3. Запишите уравнение, выражающее закон убывания амплитуды затухающих колебаний.
4. Что называют декрементом колебаний?
5. Что называют логарифмическим декрементом колебаний?
6. Запишите уравнение для коэффициента затухания.
7. Запишите уравнение свободных (затухающих) колебаний.
8. В чём физический смысл коэффициента упругости (жёсткости)?
9. На что указывает знак «минус» в законе Гука?
10. В каких единицах измеряется коэффициент затухания?

## Заключение

Данное учебно-методическое пособие состоит из введения, одного раздела, заключения, приложений и списка рекомендуемой литературы.

В учебно-методическое пособие включены методические рекомендации по выполнению 11 лабораторных работ по дисциплине «Механика» общего курса физики для физиков. Каждая лабораторная работа включает в себя входные и контрольные вопросы, теоретический материал по теме работы, описание лабораторной установки, порядок выполнения работы, таблицы для внесения результатов измерений и вычислений, рекомендации по базовому материалу, знание которого необходимо для выполнения каждой работы.

Наличие в каждой работе большого количества входных (самопроверка, необходимая для получения допуска к работе) и контрольных вопросов позволяет усилить самостоятельную работу студента по более глубокому изучению теоретического материала, в облегчении чего ему помогает достаточный список рекомендуемого базового материала, рекомендуемой литературы, а также достаточно подобно написанный теоретический материал в самих работах. Также требование выполнения большого числа экспериментов (для простого однотипного упражнения требуется проводить не менее 10 измерений), а некоторых работах это число может достигать 30, позволяет оттачивать мастерство работы с оборудованием, привитие навыков вычислений искомых величин и обработки экспериментальных данных путём расчёта относительной и экспериментальной погрешностей.

Каждая работа хорошо иллюстрирована фотографиями того оборудования, на котором будем выполняться данная работа, а также приведены их схематические рисунки с указанием основных узлов. Получение рабочих формул было также выполнено с максимальной для понимания подробностью.

Конечно, следует помнить, что ни один даже самый хороший учебник или книга не будет полезна, если не прикладывать усилий для работы с ней.

## Приложения

### П1. Образец титульного листа отчёта по лабораторной работе

КРУ имени А. Байтурсынова  
Инженерно-технический институт  
Кафедра математики и физики

Отчёт по лабораторной работе № : «указать тему  
лабораторной работы»

Допуск	
Измерения	
Вычисления и графики	
Выводы	
Ответы на контрольные вопросы	
Итоговая оценка	

Выполнил: (Фамилия, имя, отчество)

Группа: (указать номер группы)

2023

## П2. Фундаментальные физические константы

Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} = 1,6605655(86) \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Элементарный заряд	$e = 1,6021892(46) \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Удельный заряд электрона	$e/m = -1,7588047(49) \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda = 2,4263089(40) \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнетон Бора	$\mu_B = 9,274078(36) \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл}$
Ядерный магнетон	$\mu_{яд} = 5,050824(20) \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тл}$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,022045(31) \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,380662(44) \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,31441(26) \text{ Дж/ моль} \cdot \text{К}$
Гравитационная постоянная	$\gamma = 6,6720(41) \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Ускорение свободного падения	$g = 9,80665 \text{ м/с}^2$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12,5663706144 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/ м}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,854187(7) \cdot 10^{-12} \text{ Ф/ м}$
Постоянная излучения (первая)	$c_1 = 3,741832(20) \cdot 10^{-16} \text{ Вт} \cdot \text{м}^2$
Постоянная излучения (вторая)	$c_2 = 0,01438786(45) \text{ м} \cdot \text{К}$
Первый Боровский радиус	$a_0 = 0,52917706(44) \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Скорость света в вакууме	$c = 299792458 \text{ м/с}$
Энергия покоя нейтрона	$m_n c^2 = 939,5731(27) \text{ МэВ}$
Энергия покоя протона	$m_p c^2 = 938,2796(27) \text{ МэВ}$
Энергия покоя электрона	$m_e c^2 = 0,5110034(14) \text{ МэВ}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,6749543(86) \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,6726485(86) \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя электрона	$m_e = 0,9109534(47) \cdot 10^{-30} \text{ кг}$
Постоянная Планка	$h = 6,626176(36) \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ $\hbar = 1,0545887(57) \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$



**П3. Плотность газов при нормальных условиях ( $\text{кг/м}^3$ ), (при  $0^\circ\text{C}$  и  $101,3 \text{ нПа}$ )**

Азот	1,25	Двуокись углерода	1,47
Аммиак	0,77	Кислород	1,98
Аргон	1,78	Окись углерода	1,25
Водород	0,09	Пропан	2,2
Воздух	1,29	Светильный газ	0,55
Гелий	0,179	Хлор	3,22

**П4. Десятичные приставки к названиям единиц**

Т – тера – ( $10^{12}$ )	д – деци – ( $10^{-1}$ )	н – нано – ( $10^{-9}$ )
Г – гига – ( $10^9$ )	с – санти – ( $10^{-2}$ )	п – пико – ( $10^{-12}$ )
М – мега – ( $10^6$ )	м – милли – ( $10^{-3}$ )	ф – фемто – ( $10^{-14}$ )
к – кило – ( $10^3$ )	мк – микро – ( $10^{-6}$ )	а – атто – ( $10^{-18}$ )

**П5. Плотность твердых тел и жидкостей ( $10^3 \text{ кг/м}^3$ )**

<b>Твёрдые тела</b>			
Алюминий	2,70	Магний	1,74
Вольфрам.	19,3	Медь	8,9
Бетон	2,2	Медное литьё	8,7
Вольфрам	19,3	Никель	8,8
Гранит	2,8	Оконное стекло	2,5
Дуб	0,8	Песчаник	2,4
Дюралюминий	2,79	Платина	21,5
Железо (чугун, сталь)	7,87	Плексиглас	1,2
Золото	19,3	Пробковая кора	0,15
Инвар	7,8	Свинец	11,34
Иридий	22,4	Серебро	10,5
Каменный уголь	1,4	Сосна	0,5
Кокс	0,6	Титан	4,5
Латунь	8,6	Цинк	7,1
Лёд	0,9	Уран	18,7
<b>Жидкости (при <math>15^\circ\text{C}</math>)</b>			
Ацетон	0,8	Морская вода	1,02
Бензин	0,7	Ртуть	13,5
Бензол	0,88	Сероуглерод	1,26
Глицерин	1,26	Серная кислота (конц.)	1,8

## П7. Динамическая вязкость газов при нормальных условиях

№	Вещество	Динамическая вязкость $\eta$ , мкПа · с
1	Азот	16,6
2	Аргон	21,5
3	Водород	8,66
4	Воздух	17,2
5	Гелий	-
6	Кислород	19,8
7	Пары воды	8,32

## Список рекомендуемой литературы и использованные источники

- 1 Детлаф А.А. Яворский Б.М. Курс физики.-М: Высшая школа, 1915.
- 2 Трофимова Е.Ф. Курс физики. –М:Высшая школа, 2014
- 3 Калашников Н.П. Основы физики в 2-х томах.-М: Дрофа:, 2004
- 4 Калашников Н.П. Смондырев М.А. Основы физики. Том 1 – М: Дрофа, 2003
- 5 Поезжалов В.М. Мищенко А.В. Справочно-методическое пособие для подготовки к тестированию по общей физике: Костанай – КГУ им. А. Байтурсынова, 2007
- 6 Ремизов А.Н. Потапенко А.Я. Курс физики – М: Дрофа, 2004
- 7 Грабовский Р.И. Курс физики – СПб: Лань 2015
- 8 Савельев И.В. Курс физики Том 1 – М: Наука, 1989
- 9 Курс физики /под ред. Лозовского В.Н./ СПб –М-Краснодар:Лань, 2003
- 10 Чертов А.Г. Воробьев А.А. Задачник по физике – М:Наука, 1990
- 11 Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М:Наука, 1990
- 12 Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики. (для вузов) М: Мир и образование, ОНИКС 21 век, 2012.
- 13 Вестник МГУ. Серия 3. Физика и астрономия: <http://vmu.phys.msu.ru/>
- 14 Журнал экспериментальной и теоретической физики: <http://jetp.ac.ru/>
- 15 Журнал Американского института физики: <http://www.physicstoday.org/>
- 16 Каленков С.Г., Соломахо Г.И. Практикум по физике. Механика. М., "Высшая школа", 1990, 110 с.
- 17 Исатаев С. И., Корзун И. Н., Аскарова А. С, и др. Механика. Общий физический практикум. Второе издание. Учебное пособие. - Алматы: Казак университеті, 2014, - 210с.