

32.811

Е 72

Министерство образования и науки Республики Казахстан

Костанайский государственный университет имени А.Байтурсынова

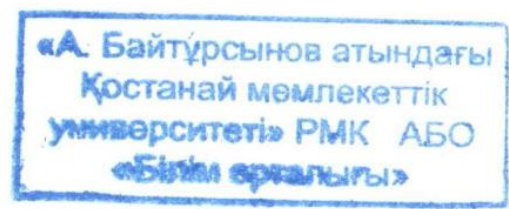
Кафедра информатики

Г.Н. Ермагамбетова

ТЕОРИЯ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

Учебно-методическое пособие

Костанай, 2017



УДК 002 (075.8)

ББК 32.811 я 73

Е 72

Автор:

Ермагамбетова Гульмира Нурлановна, старший преподаватель кафедры информатики КГУ имени А.Байтурсынова

Рецензенты:

Калаков Берген Абитович – кандидат физико-математических наук, зав. кафедрой физико-математических и общетехнических дисциплин КГПИ

Кудубаева Сауле Альжановна – кандидат технических наук, зав. кафедрой информатики КГУ имени А.Байтурсынова

Муслимова Агима Зайнагатдиновна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры информатики КГУ имени А.Байтурсынова

Ермагамбетова Г.Н.

Е 72 Теория передачи информации: Учебно-методическое пособие. – Костанай: КГУ имени А. Байтурсынова, 2017. – 154 с.

ISBN 978-601-7933-23-4

В учебно-методическом пособии излагаются основные понятия и факты теории передачи информации. Рассмотрены способы измерения, передачи и обработки информации. Значительное внимание уделено свойствам меры информации. Учебно-методическое пособие охватывает различные аспекты технологий передачи и анализа сигналов, методов аналоговой, импульсной и цифровой модуляции.

Предназначено для студентов специальности «5В060200 – Информатика»; оно может быть рекомендовано преподавателям высших учебных заведений при проведении учебных занятий по теории передачи информации.

УДК 002 (075.8)

ББК 32.811 я 73

Е 72

Утверждено и рекомендовано к изданию Учебно-методическим советом Костанайского государственного университета имени А. Байтурсынова, _____ 2017г., протокол № ____.

ISBN 978-601-7933-23-4

© Костанайский государственный
университет им. А. Байтурсынова
© Ермагамбетова Г.Н., 2017

Содержание

Введение	5
Тема 1 Системы передачи информации	7
1.1 История развития систем связи.....	7
1.2 Модель стандартной системы передачи информации	8
1.3 Аналоговые системы	13
1.4 Импульсные системы	15
1.5 Цифровые системы	16
1.6 Классификация сигналов.....	17
Тема 2 Кодирование сигналов.....	26
2.1 Основные принципы кодирования.....	26
2.2 Помехоустойчивое кодирование.....	28
2.3 Методы кодирования сигналов	32
2.3.1 Кодирование по методу Шеннона-Фано	32
2.3.2 Кодирование по методу Хаффмена	33
2.3.3. Кодирование с проверкой на четность	35
2.3.4 Кодирование с удвоением элементов	36
2.3.5 Инверсное кодирование	36
2.3.6 Код проверки по методу Хэмминга	36
2.3.7 Циклические коды	39
2.3.8 Современные методы кодирования	44
Тема 3 Анализ сигналов	53
3.1 Основные компоненты анализа сигналов.....	53
3.2 Спектральный анализ сигналов.....	53
3.2.1 Основные понятия частотного спектра	53
3.2.2 Частотный спектр периодического сигнала.....	55
3.2.3 Частотный спектр непериодического сигнала	59
3.2.4 Сопоставление периодического и непериодического сигналов	63
3.3 Энергия сигнала	64
Тема 4 Модуляция сигналов	83
4.1 Классификация видов модуляции.....	83
4.2 Аналоговая модуляция	85
4.3 Импульсная модуляция.....	91
Тема 5 Основные характеристики сигналов, каналов и линий связи.....	97
5.1 Сигналы	97
5.1.1 Основные характеристики	97
5.1.2 Ширина частотного спектра.....	97
5.1.3 Сигнал как случайный процесс.....	102
5.2 Каналы связи	106
5.2.1 Основные характеристики	106
5.2.2 Скорость передачи информации и пропускная способность дискретных каналов	109

5.2.3 Скорость передачи информации и пропускная способность непрерывных каналов	111
5.2.4 Зависимость пропускной способности канала от полосы частот и емкости.....	114
5.3 Линии связи	115
5.3.1 Классификация	115
5.3.2 Помехи в линиях связи.....	119
Тема 6 Сотовые системы передачи цифровой информации	127
6.1 История развития сотовой связи	127
6.2 Принципы работы сотовой связи	128
6.3 Многоканальные системы связи	134
6.3.1 Особенности.....	134
6.3.2 Частотное разделение каналов.....	136
6.3.3 Временное разделение каналов.....	139
6.4 Помехи в сотовых системах связи	142
6.5 Элемент сотовой телефонной системы.....	144
Список использованных источников	152
Приложение А.....	153

Введение

Теория передачи информации – это наука о получении, преобразовании, накоплении, отображении и передаче информации между двумя и более пользователями.

Под **информацией** понимается отображение некоторой ситуации, события или состояния какого-либо объекта с использованием электрических **сигналов**. Впервые понятие «информация» как некоторой экспериментально устанавливаемой величины привел американский математик инженер-электротехник К.Шеннон в своей работе «Математическая теория связи», опубликованной в 1948г. Шеннон дал определение понятий теории информации и заложил основы современной техники связи.

Исходная информация может быть в аналоговой форме (например, человеческая речь) или в цифровой форме – в виде двоично-кодированных чисел либо алфавитно-цифровых кодов.

Аналоговые сигналы - это зависящие от времени напряжения или токи, которые непрерывно изменяются по определенному закону (например, по закону синуса или косинуса). Аналоговый сигнал принимает бесконечное множество значений в пределах динамического диапазона. **Цифровые сигналы** – это коды, которые соответствуют дискретным отсчетам и уровням квантования аналоговых сигналов. Независимо от того, в какой форме находится исходная информация, перед передачей по каналам связи она должна быть преобразована в электромагнитную энергию[12].

Передача сообщений от отправителя (источника информации) к получателю выполняется с помощью системы связи. **Система связи** - это технические средства, обеспечивающие передачу и прием информации между удаленными друг от друга людьми или устройствами. Система связи может быть, как однонаправленной (пейджер, телевидение), так и двунаправленной (сотовый телефон, радиорелейная линия).

В качестве примера наиболее распространенной системы связи можно привести телевидение, где передается последовательность изображений-кадров. Скорость смены составляет 25 кадров в секунду. Информация, которая содержится в каждом кадре, представляет собой яркость и цвет точек (с заданными координатами внутри кадра или экрана), а также звук, т.е. информация передается в виде аналоговых сигналов трех типов. Другими примерами простейших систем связи могут быть персональный компьютер (ПК), соединенный с принтером, или два ПК, соединенные друг с другом через локальную сеть типа Ethernet либо глобальную сеть типа Internet. Перечень возможных применений сетей передачи информации практически бесконечен.

Различия между видами связи определяются различиями между видами информации, которая содержится в передаваемом сигнале. Современные средства коммуникации в подавляющем большинстве

используют электрические сигналы. Однако свет, звук, давление и многие другие физические величины изначально не являются электрическими величинами. Для преобразования подобных физических сигналов в электрические и обратно необходимы соответствующие преобразователи. В акустических системах такими преобразователями являются микрофон и громкоговоритель. В такой системе связи, как телевидение, где источником информации является изображение (как пространственное распределение яркости света) и звук, преобразователями в электрические сигналы служат телевизионные камеры на базе фотополупроводниковых матриц и микрофон. При этом для воспроизведения информации о яркости и цвете изображения в телевизионных приемниках используется электронно-лучевая трубка или жидкокристаллический (ЖК) дисплей. В каждом виде связи используется своя форма сигналов: в телеграфии - текст, в фототелеграфии - неподвижное изображение, в телефонии и радиосвязи - звук, в телевидении - движущееся изображение и звук, в линиях и радиолиниях - команды управления, в телеметрии и радиотелеметрии - результаты измерения физических величин [15].

1 Системы передачи информации

1.1 История развития систем связи

Системы связи между людьми начали формироваться в виде жестов и мимики, которые постепенно развивались в речь. Голосовая связь, основанная на звуковых волнах, была ограничена тем, насколько громко человек мог говорить. Для дальней связи человек использовал дымовые сигналы и усиленные примитивными орудиями звуки. Только в 1830г. Американский учёный Д. Энрай впервые передал на некоторое расстояние электрический сигнал. В 1837г. Американский художник и изобретатель С.Ф.Б. Морзе изобрел действующий телеграф: для передачи информации в форме точек, тире и пробелов (код Морзе) он использовал явление электромагнитной индукции. В 1843 г. Шотландец А. Бейн изобрел устройство факсимильной связи и впервые передал изображение с помощью электронных сигналов. В 1876г. Американские изобретатели А. Г. Белл и Т.А. Уотсон впервые успешно передали человеческую речь по проводам, используя устройство, которое они называли телефоном. [16].

В России в 1895 г. ученый-радиотехник, морской офицер А.С. Попов изобрел радио совокупность средств (искрового передатчика и когерентного приемника) для беспроводной передачи сообщений (в виде кода Морзе) на расстояние до нескольких километров. В 1898 г. итальянский радиотехник Г. Маркони впервые осуществил беспроводную передачу сигналов между Англией и Францией. С 1900 г. морские суда начинают оборудовать искровыми устройствами радиосвязи.

В 1907 г. российский физик Б.Л. Розинг изобрел и запатентовал электронно-лучевую трубку (ЭЛТ), которая в течение ста лет использовалась для визуализации изображений в осциллографах, в телевизорах и впоследствии в дисплеях. В настоящее время ЭЛТ уходит в прошлое, освобождая место жидкокристаллическим и плазменным панелям.

В 1923 г. американский физик русского происхождения В.К. Зворыкин построил и продемонстрировал первый макет телевизора, а в 1931 г. создал первую передающую телевизионную трубку.

В 1938 г. в Германии была проведена первая телепередача с помощью электромагнитных волн КВ-диапазона.

В 1946 г. американская телефонная и телеграфная компания AT&T ввела в эксплуатацию первую общедоступную телефонную систему мобильной связи, назвав ее службой передачи сообщений (MTS Message Transfer Service), а с 1963 г. началось использование цифровой системы связи со скоростью передачи 1,544 Мбит/с.

В 1957 г. в СССР запущен первый в мире искусственный спутник Земли (ИСЗ), и с этого времени началось освоение космоса человеком. В 1965 г. в СССР введена в эксплуатацию спутниковая телевизионная система «Орбита», в которой использовались ИСЗ с наклонной низкой орбитой. В настоящее время

спутниковые системы связи широко используются для телевизионного вещания. Спутниковые системы используются также в качестве цифровых систем передачи информации, для чего освоена геостационарная орбита, проходящая в плоскости экватора. Спутники связи запускаются на высоту около 40 тыс. км спутник как бы висит над поверхностью Земли, что дает возможность потребителям использовать стационарные приемные антенны.

В 1977 г. началось коммерческое применение волоконно-оптических кабельных сетей, которые постепенно вытесняют проводные линии связи, особенно там, где требуются высокие скорости передачи информации.

В 1983 г. в США созданы первые сети сотовой телефонной связи, которые в настоящее время бурно развиваются. Такая связь сегодня доступна практически каждому человеку.

С 1999 г. в США начались передачи цифрового телевидения, которое обладает лучшими характеристиками. В Казахстане переход на цифровое телевидение запланирован на 2015 г.

Из краткого исторического обзора следует, что системы передачи информации успешно развиваются, все более полно удовлетворяя одну из основных потребностей человека потребность в информационном обмене.

1.2 Модель стандартной системы передачи информации

Система передачи информации совокупность технических средств (передатчик, приемник, линия связи), обеспечивающих возможность передачи сообщений от источника к получателю.

Модель стандартной системы передачи информации представлена структурной схеме (рисунок 1) [1].

Источник сообщений в общем случае образует совокупность источника информации (исследуемого или наблюдаемого объекта) и преобразователя сообщений.

Источником информации (ИИ) могут быть люди, технические устройства (индикаторы, датчики), а также терминалы под управлением операторов и другие устройства.

Сообщением называется информация, выраженная в определенной форме и подлежащая передаче. **Информационный параметр сообщения** - это параметр, в изменении которого заложена информация. Для звуковых сообщений информационным параметром является мгновенное значение звукового давления, для неподвижных изображений - коэффициент отражения, для подвижных - яркость свечения. Сообщение для передачи предварительно необходимо преобразовать в сигнал.

Преобразователь сообщений (ПрС) может выполнять две функции. Одна из этих функций преобразование сообщения любой физической природы (изображение, звук и Т.П.) в первичный электрический сигнал $S(t)$. Сигнал представляет собой некоторый физический процесс, отображающий передаваемое сообщение. Отображение сообщения обеспечивается изменением

какой-либо физической величины, характеризующей процесс. Эта величина является информационным параметром сигнала.

Другая не менее важная функция ПрС - преобразование большого объема алфавита сообщений в малый объем алфавита первичного сигнала (кодирование). Например, 32 буквы русского алфавита передаются посредством двух символов алфавита первичного сигнала «О» и «1» или «-1» и «1». В этом случае первичный сигнал, однозначно соответствующий сообщению, представляет собой код (кодovou комбинацию) из символов первичного сигнала. Таким образом, ПрС наряду с преобразованием сообщения в электрический сигнал осуществляет и его кодирование, поэтому его иногда называют *кодером источника* (КИ).

В одних системах ПрС выполняет обе функции преобразование и кодирование (например, телеграфия), в других только преобразование сообщения в электрический сигнал (например, телефония).

Передающее устройство осуществляет преобразование сообщений в сигналы, удобные для прохождения по конкретной линии связи. В его состав может входить устройство, обеспечивающее помехоустойчивое кодирование, *кодирующее устройство* (КУ), или *кодер канала* (КК).

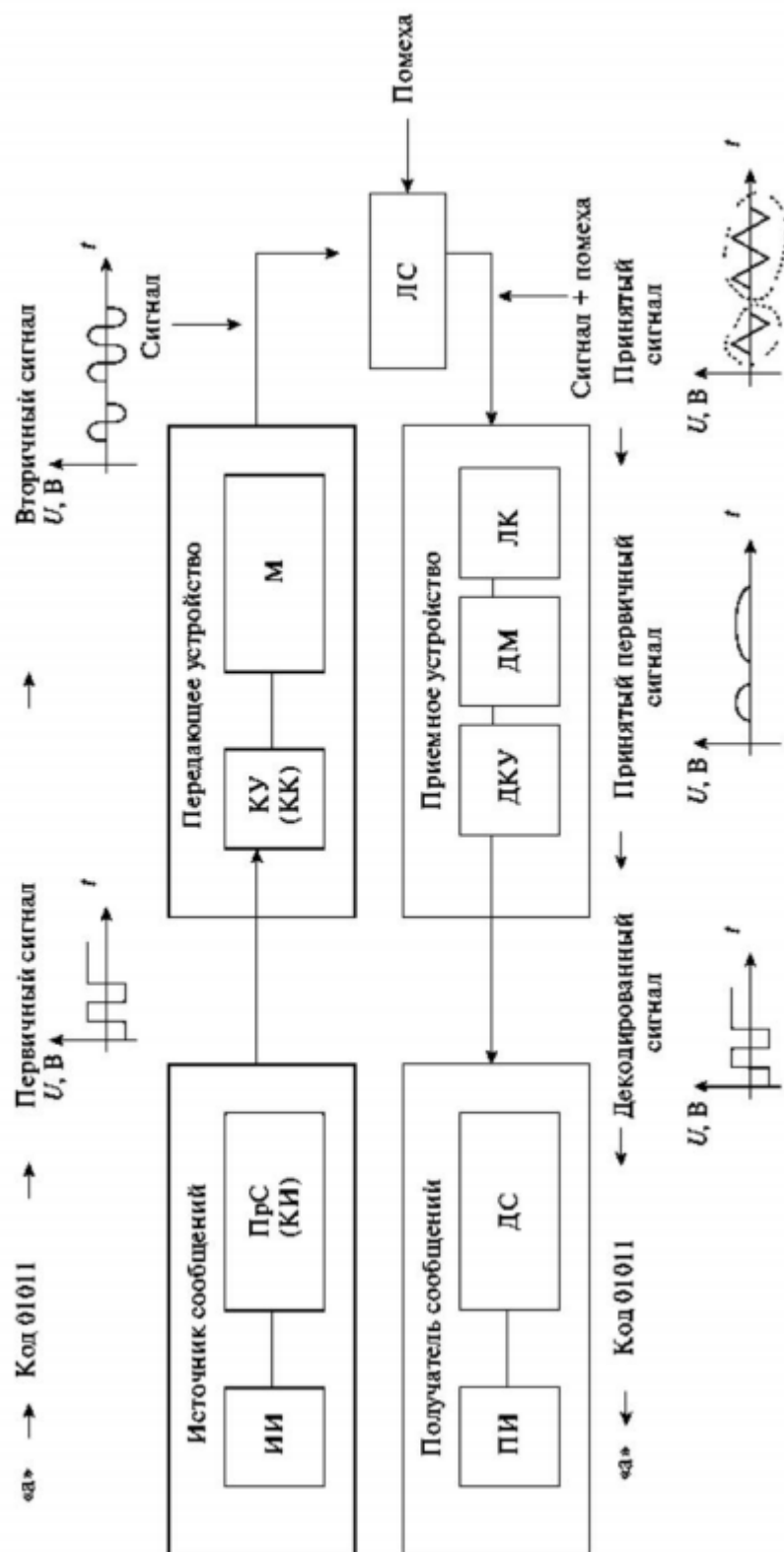


Рисунок 1 – Структурная схема стандартной модели системы передачи информации

Между кодированием источников и кодированием каналов существует четкое различие. Примерами кодирования источников могут служить передача текста кодом Морзе, оцифровка аудио сигнала при записи на компакт-диски.

При кодировании источников избыточность сообщений сокращается такое кодирование часто называют сжатием данных.

При кодировании каналов избыточность сообщений увеличивается. Внесение дополнительных контрольных разрядов позволяет обнаруживать и исправлять ошибки, возникающие при передаче информации по каналу. Кодирование канала в дальнейшем будем называть помехоустойчивым кодированием. Без помехоустойчивого кодирования было бы невозможным создание накопителей огромной емкости (CD-ROM, DVD) или жестких магнитных дисков.

Первичный электрический сигнал, как правило, непосредственно не передается по линии связи. В передатчике первичный сигнал $S(t)$ преобразуется во вторичный (высокочастотный) сигнал, пригодный для передачи по линии связи. Такое преобразование осуществляется посредством **модулятора** (М), который изменяет один из параметров высокочастотного колебания (создаваемого генератором высокой частоты) в соответствии с изменением первичного сигнала $S(t)$.

В процессе передачи по линии связи сигнал искажается помехой и на входе приемника отличается по форме от переданного. **Линия связи** (ЛС) - это физическая среда, которая связывает между собой передатчик и приемник. Различают следующие линии связи: проводные (воздушные), кабельные (коаксиальные и волоконно-оптические) и беспроводные каналы связи (радиоканалы наземной и спутниковой СВЯЗИ).

Приемное устройство обрабатывает зашумленный сигнал: отделяет полезный сигнал от помехи и восстанавливает по нему переданное сообщение. Принимаемый полезный высокочастотный сигнал фильтруется и усиливается **линейными каскадами** (ЛК) приемного устройства и поступает на **демодулятор** (ДМ), в котором высокочастотный сигнал преобразуется в низкочастотный первичный сигнал. В **декодирующем** устройстве (ДКУ) низкочастотный сигнал преобразуется в кодовую комбинацию символов первичного сигнала. Одновременно ДКУ обнаруживает и исправляет искаженные символы первичного сигнала. Эта операция осуществляется в случае использования на передающей стороне помехоустойчивого кодирования. Таким образом, на выходе ДКУ имеется кодовая комбинация символов первичного сигнала, соответствующая передаваемому сообщению.

Однако не следует думать, что демодуляция и декодирование - это операции, обратные модуляции и кодированию. В результате различных искажений и воздействия помех полученный сигнал может существенно отличаться от переданного. Поэтому всегда можно высказать ряд предположений (**гипотез**) о том, какое сообщение передавалось. Задачей приемного устройства является принятие решения о том, какое из возможных сообщений действительно передавалось источником. Для этого полученный сигнал подвергается анализу с учетом всех сведений об источнике (вероятность передачи того или иного сообщения), о применяемом помехоустойчивом коде и виде модуляции, о свойствах помех. В результате такого анализа принимается

решение о том, какое сообщение передано. Та часть приемного устройства, которая анализирует полученный сигнал и принимает решение, называется **решающей схемой**.

В аналоговых системах передачи непрерывных сообщений решающая схема по полученному искаженному вторичному сигналу определяет наиболее вероятный переданный первичный сигнал и восстанавливает его. В этих системах решающей схемой является ДМ; ДКУ в структурной схеме системы отсутствует.

В цифровых системах передачи информации решающая схема состоит из двух частей ДМ и ДКУ. В некоторых системах роль решающей схемы полностью или частично выполняет человек.

В общем случае на выходе ДКУ имеется кодовая комбинация символов первичного сигнала, соответствующая определенному сообщению.

Детектор сигнала (ДС) преобразует кодовую комбинацию символов первичного сигнала в соответствующее сообщение, которое поступает на вход **получателя информации** (ПИ), которому была адресована исходная информация.

Совокупность средств, предназначенных для передачи сообщений (передатчик, приемник, линия СВЯЗИ), называют **каналом связи**. Мера соответствия принятого сообщения переданному **верность передачи**, обеспечение которой является важнейшей целью системы передачи информации.

Для передачи информации от группы источников, сосредоточенных в одном пункте, к группе получателей, расположенных в другом пункте, используют только одну линию связи, организовав на ней требуемое число каналов. Такие системы называют **многоканальными**.

В каналах связи используется четыре режима передачи данных: симплексный, полудуплексный, дуплексный и расширенный дуплексный.

Если сигнал передается только в одном направлении (однонаправленная передача), то такой режим называется симплексным. Примером использования симплексного режима передачи данных служит радиовещание, когда информация распространяется только от радиовещательной станции к слушателю.

В **полудуплексном** режиме передача данных может осуществляться в обоих направлениях, но не одновременно. Такие линии связи называют также линиями поочередной двухсторонней связи. Примером использования полудуплексного режима передачи данных является радиотелефонная связь подвижных установок частного пользования с абонентами телефонной сети, когда для отправки сообщения нужно нажать специальную кнопку, которая включает передатчик и выключает приемник. Для приема сообщения кнопку отжимают, чтобы отключить передатчик и включить приемник.

Дуплексный режим характеризуется передачей данных в обоих направлениях, но только между двумя пунктами. Такие линии связи называют также линиями одновременной двухсторонней связи. Пример использования

дуплексного режима передачи местное телефонное сообщение, где два абонента могут говорить одновременно.

В **расширенном дуплексном** режиме передача данных возможна одновременно в двух направлениях, но между различными пунктами, т.е. один абонент передает информацию второму абоненту и одновременно получает информацию от третьего абонента. Такой режим возможен только в многоканальных системах связи. Примером использования расширенного дуплексного режима передачи данных является почтовая связь, когда можно отправить сообщение одному абоненту и в то же время получить сообщение от другого абонента.

1.3 Аналоговые системы

Передача информации с помощью радиоволн применялась уже в начале XX в.: во время Русско-японской войны работали искровые устройства для передачи (с использованием кода Морзе) информации между кораблями воюющих сторон.

На первом этапе развития системы передачи информации были аналогового типа. Это связано с тем, что большинство физических источников информации (например, микрофон, датчик давления) вырабатывают аналоговый сигнал, а задача системы передачи информации перенести этот сигнал на заданное расстояние.

Аналоговые системы передачи информации (АСПИ) менее помехоустойчивы по сравнению с цифровыми системами.

Структурная схема АСПИ представлена на рисунке 2. В этой схеме в качестве кодера используется модулятор параметров излучения передатчика (амплитуды, частоты и фазы). При этом получается амплитудная (АМ), частотная (ЧМ) и фазовая (ФМ) модуляция соответственно. В приемнике АСПИ используется соответствующий демодулятор.

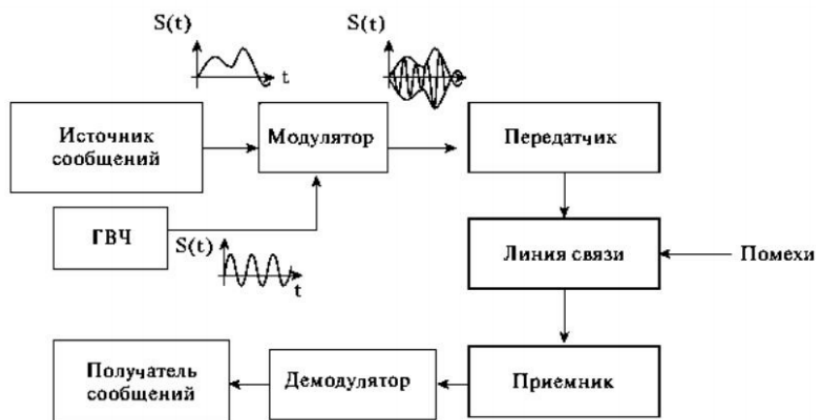


Рисунок 2 - Структурная схема аналоговой системы передачи информации

Генератор высокой частоты (ГВЧ) формирует гармоническое колебание, описываемое выражением

$$S(t) = S_m \sin(2\pi f_n t - \varphi_0), \quad (1)$$

где S_m – амплитуда;

f_n – частота;

φ_0 – начальная фаза.

Гармоническое колебание (1), формируемое ГВЧ, называется **несущим колебанием**, а f_n – несущей частотой, которая выбирается из условия распространения электромагнитных волн в линиях связи (таблице1). Длина волны и несущая частота связаны выражением $\lambda = c/f_n$, где c – скорость света: $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Передатчик – это усилитель мощности, обеспечивающий мощность излучения антенной, необходимую для получения заданной дальности связи. В сотовых телефонах используется частота $f_n = 900$ МГц и мощность передатчика до 2 Вт, что при использовании ненаправленных антенн обеспечивает дальность связи 2...25 км.

Таблица 1 – Диапазоны электромагнитного излучения в области радиочастот

Диапазон несущих частот	Диапазон длин волн	Метрическое подразделение	Условия распространения
30...300 кГц	$10^4 \dots 10^3$ м	Длинные волны (ДВ) (низкие частоты – НЧ)	Поверхностные волны в пределах земного шара
300...3000 кГц	$10^3 \dots 10^2$ м	Средние волны (СВ) (средние частоты – СЧ)	Поверхностные волны в пределах 100 км и волны, отраженные от ионосферы
3...30 МГц	$10^2 \dots 10$ м	Короткие волны (КВ) (высокие частоты – ВЧ)	Волны, отраженные от ионосферы
30...300 МГц	$10 \dots 1$ м	Ультракороткие волны (УКВ), метровые волны (очень высокие частоты – ОВЧ)	Тропосферные волны и распространение в пределах прямой видимости
300...3000 МГц	$1 \dots 0,1$ м	Ультракороткие волны (УКВ), дециметровые волны	Распространение в пределах прямой видимости

		(ультравысокие частоты – УВЧ)	
3...30 ГГц	10...1 см	Сантиметровые волны (сверхвысокие частоты – СВЧ)	То же
30...300 ГГц	1...0,1 см	Миллиметровые волны (крайне высокие частоты – КВЧ)	То же

1.4 Импульсные системы

Импульсные системы передачи информации (ИСПИ) исторически развивались одновременно с АСПИ. В первых ИСПИ использовался код Морзе с неравномерным кодированием, когда часто используемые буквы передаются более короткими импульсами (например, «Е» - «.», «А» - «.-»), а также код Бодо с равномерным кодированием, когда используются 5 символов для передачи каждой буквы алфавита. Структурная схема ИСПИ представлена на рисунке 3.

Сигнал $S_c(t)$ с выхода источника сообщений подается на импульсный М, в котором применяется модуляция параметров импульсной



Рисунок 3 - Структурная схема импульсной системы передачи информации

последовательности амплитуды, длительности импульсов и временного положения импульса на периоде. ГИП – генератор импульсной последовательности. При этом различают следующие виды импульсной модуляции: амплитудно-импульсную (АИМ) $S_{АИМ}(t)$; широтно-импульсную (ШИМ) $S_{ШИМ}(t)$; времяимпульсную (ВИМ) $S_{ВИМ}(t)$.

Амплитудно-импульсная модуляция наиболее проста в реализации, но менее помехоустойчива, так как помехи в линии связи в значительной степени воздействуют на амплитуду сигнала. После выполнения первого этапа

модуляции – модуляции параметров импульсной последовательности – в ИСПИ выполняется **вторичная модуляция** – модуляция несущего колебания, формируемого ГВЧ. При этом модулируются параметры несущего колебания: амплитуда, фаза или частота.

1.5 Цифровые системы

В настоящее время широкое распространение получили **цифровые системы передачи информации** (ЦСПИ), что связано с развитием устройств цифровой обработки сигналов – микроконтроллеров и сигнальных процессоров.

Структурная схема ЦСПИ представлена на рисунке 4. В нее включается аналого-цифровой преобразователь (АЦП) и КУ, в котором выполняется помехоустойчивое кодирование. Модулятор передатчика выполняет вторичную модуляцию колебаний с ГВЧ.

На входе приемника сигнала стоит ДМ, который извлекает информацию из параметра передаваемого по ЛС несущего колебания. С помощью ДКУ извлекается информация из импульсной последовательности, а цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП) формирует аналоговый сигнал.

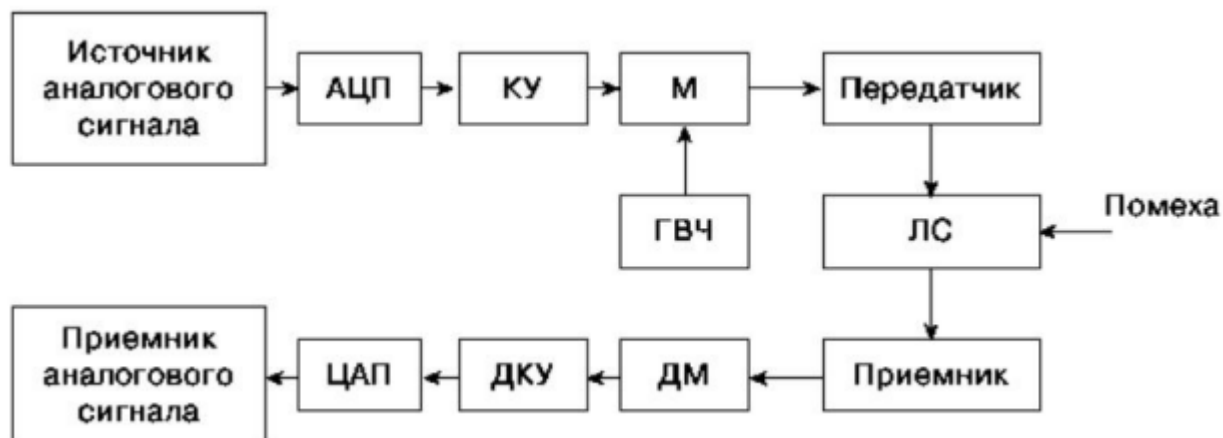


Рисунок 4 - Структурная схема цифровой системы передачи информации

ЦСПИ характеризуется высокой помехоустойчивостью и широкими функциональными возможностями. Цифровые сигналы менее аналоговых восприимчивы к помехам, обусловленным шумами, так как при цифровой передаче для опознавания логического состояния сигналов нет необходимости в точной оценке амплитуды, частоты или фазы. Цифровые сигналы более удобны для обработки и хранения, а скорость их передачи проще адаптировать к окружению и стыковать с различными типами оборудования. Кроме того, цифровые сигналы измеряются и оцениваются проще и точнее.

Примером ЦСПИ может служить сотовая система связи, где в единой цифровой форме передаются голосовое сообщение, изображение, текст и служебная информация.

1.6 Классификация сигналов

Существуют два критерия классификации видов сигналов: по возможности аналитического описания и по форме представления.

По возможности аналитического описания сигналы делятся на детерминированные и случайные.

Детерминированные сигналы – это сигналы, которые задаются в аналитической форме, т.е. могут быть описаны точными математическими выражениями. Классификация детерминированных сигналов приведена на рисунке 5.

Детерминированный сигнал представляется функцией времени $S(t)$ либо функцией частоты $S(\omega)$. Совокупность гармонических колебаний с разной частотой, на которые может быть разложен исходный сигнал, называется **частотным спектром** сигнала.

Периодическими называются сигналы, значения которых повторяются через некоторый интервал времени.



Рисунок 5 -Классификация детерминированных сигналов

Гармоническими сигналами (рисунок 6), называются периодические сигналы, которые описываются функцией времени:

$$S(t) = S_m \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (2)$$

где S_m – амплитуда;

ω – угловая частота сигнала, рад/с; $\omega = 2\pi f$ (где f – циклическая частота, Гц);

t – время, с;

φ_0 – произвольная начальная фаза сигнала, рад.

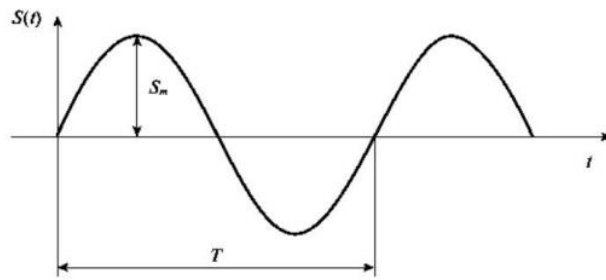


Рисунок 6 - Гармонический сигнал

Фаза гармонического колебания – это состояние гармонического процесса. В формуле (2) фаза выражена аргументом синуса.

Интервал времени, в течение которого наблюдается один цикл гармонического процесса, называется **периодом (T)**. Число циклов в единицу времени называется **циклической частотой (f)**. Частота и период связаны соотношением $T = 1/f$.

Полигармонические сигналы (рисунок 7) могут быть описаны функцией времени, повторяющей свои значения через одинаковый интервал основной период T_0 : $S(t) = S(t + nT_0)$, $n = 1, 2, 3, \dots$. При этом число основных периодов в единицу времени является основной частотой $f_0 = 1/T_0$.

Такие сигналы могут быть представлены в виде суммы гармонических сигналов (**рядом Фурье**) с частотами $\omega_k = k\omega_0 = 2\pi k f_0$, кратными основной частоте f_0 :

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos 2\pi k f_0 t + b_k \sin 2\pi k f_0 t), \quad (3)$$

где a_0 - значение постоянной составляющей;
 k - номер гармоники;
 a_k, b_k - амплитуды гармонических составляющих.

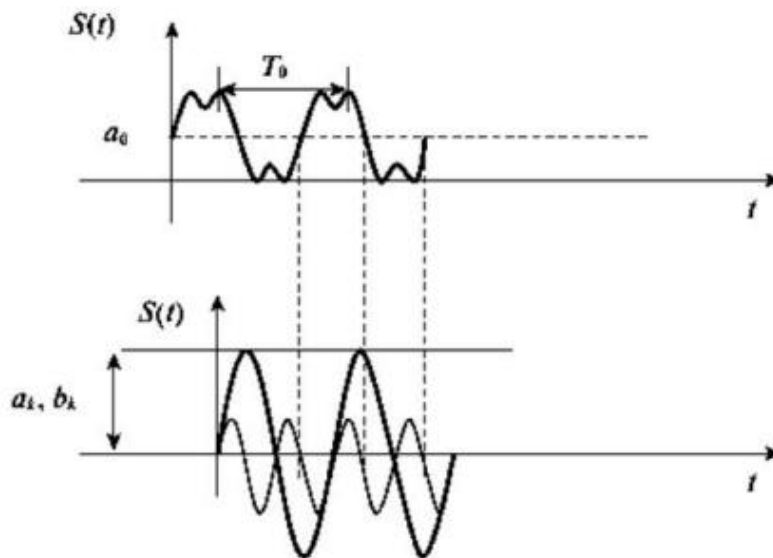


Рисунок 7 - Полигармонические сигналы

Полигармонические сигналы состоят из постоянной компоненты a_0 и бесконечного числа синусоидальных и косинусоидальных компонент. Частоты всех гармоник кратны основной частоте f_0 .

Почти периодические сигналы - это сумма двух или более синусоидальных сигналов, образующих периодический сигнал в том случае, если отношение всех возможных пар частот представляют рациональные числа, при этом будет существовать основной период T_0 .

Переходные сигналы это непериодические сигналы, представляющие собой отклик линейной цепи или системы на импульсное воздействие. Переходные сигналы описываются соответствующими функциями времени. Рассмотрим два примера.

1. Сигнал на выходе линейной RC-цепи при воздействии функции скачка (рисунок 8).

2. Сигнал на выходе линейной RC-цепи при воздействии отрезка косинусоидального сигнала (рисунок 9).

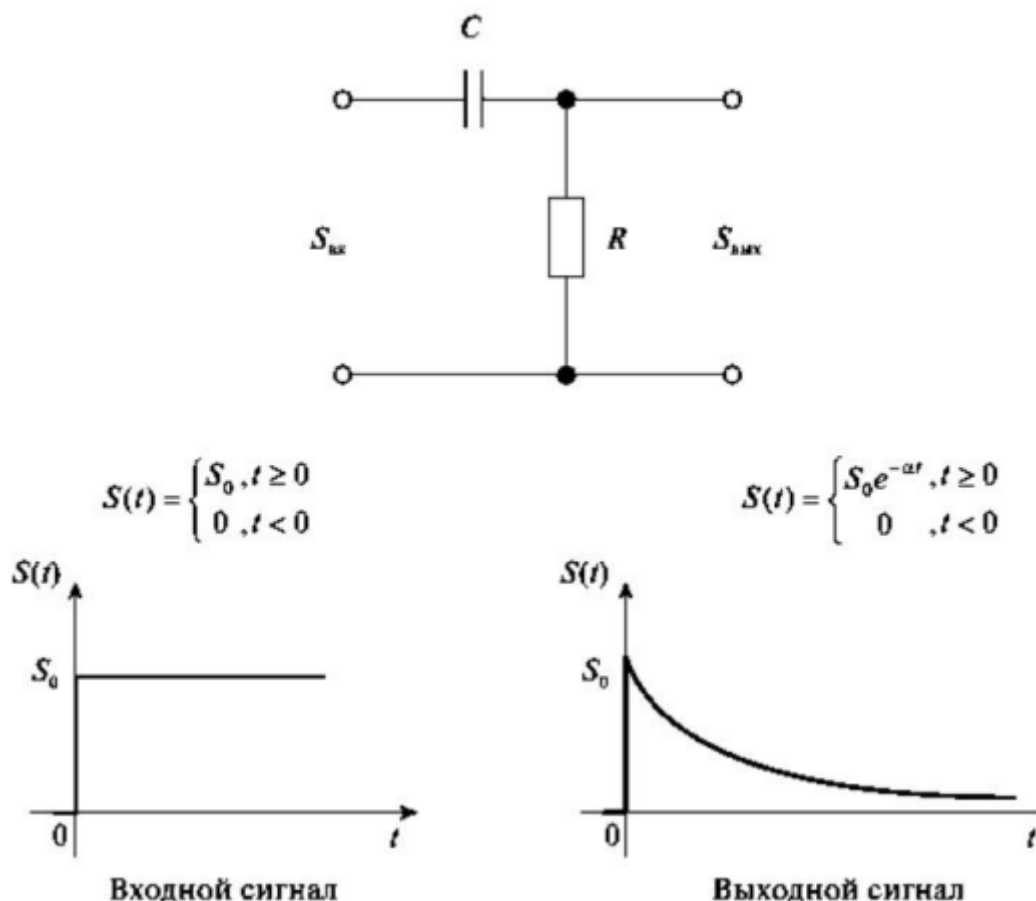


Рисунок 8 - Переходный сигнал на выходе линейной цепи при воздействии функции скачка

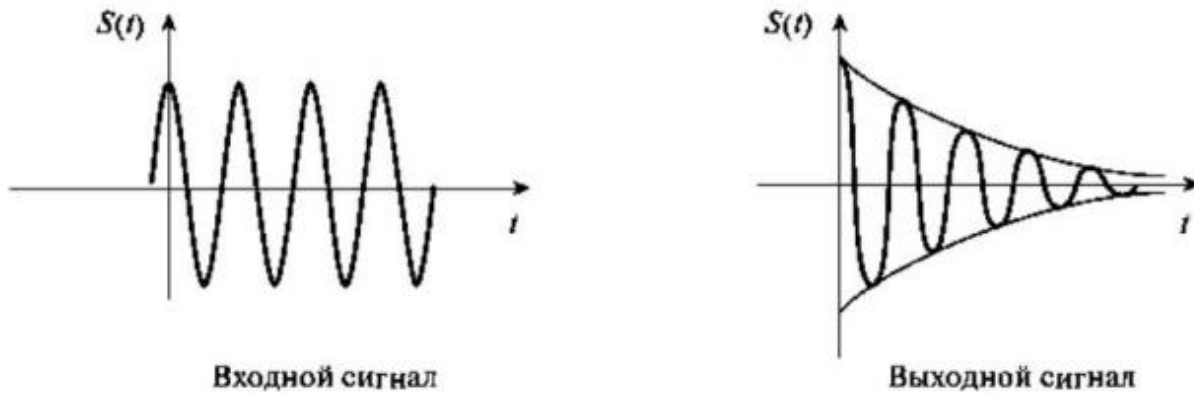


Рисунок 9 - Переходный сигнал на выходе линейной цепи при воздействии отрезка косинусоидального сигнала

Случайные сигналы - это сигналы, не описываемые формулой, но имеющие некоторые средние характеристики: среднее значение, дисперсию, функцию плотности вероятности и т.д.

$$S(t) = \begin{cases} S_0 e^{-\alpha t} \cos \omega_0 t, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$



Рисунок 10 - Классификация случайных сигналов

Стационарными называются случайные сигналы, средние характеристики которых не изменяются во времени.

Эргодическими называются случайные сигналы, средние характеристики которых, полученные усреднением по времени, равны средним характеристикам, полученным усреднением по ансамблю реализаций.

Случайный сигнал является конкретной реализацией в данном интервале времени некоторого случайного процесса. Поэтому функция времени, описывающая случайный сигнал, называется **выборочной функцией (функцией реализации) случайного процесса**.

С другой стороны, множество всех выборочных функций (функций реализации), которые могут быть получены при регистрации некоторого процесса, называется **случайным** (или **стохастическим**) **процессом**.

Графическое изображение случайного процесса представлено на рисунке 11, где $S_k(t)$ -выборочная функция случайного процесса.

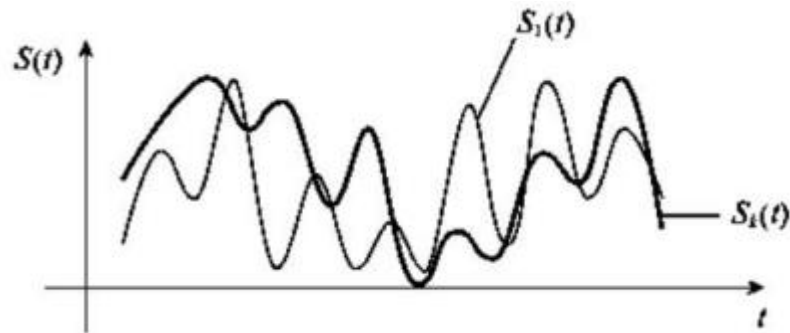


Рисунок 11 - Случайный процесс

По форме представления сигналы разделят на непрерывные, дискретные и цифровые.

Непрерывные сигналы - это сигналы, зависящие от непрерывного аргумента, т.е. значение сигнала изменяется непрерывно (например, во времени). Примером может служить речь, звуковой сигнал, видео-изображение. Непрерывный сигнал в заданном интервале времени имеет бесконечно большое число возможных значений.

Графическое изображение некоторых непрерывных сигналов представлено на рисунке 12.

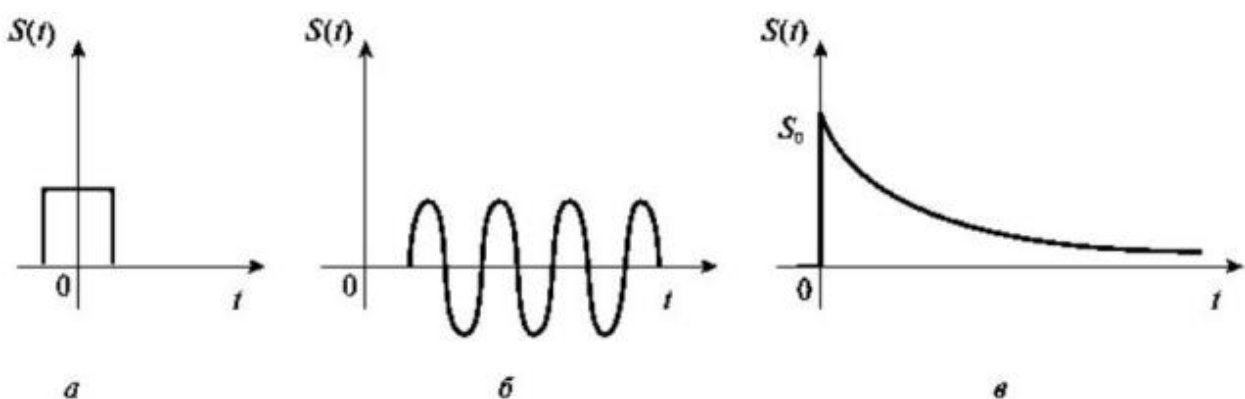


Рисунок 12 - Непрерывные сигналы: а -прямоугольный импульс; б - отрезок синусоиды; в - переходный сигнал

Дискретные сигналы - это сигналы, которые представлены **дискретными отсчетами**, т.е. значение сигнала может изменяться только в

определенные моменты времени. При дискретизации сигнала получается последовательность его выборок, взятых через одинаковые интервалы времени. Частным случаем дискретного сигнала является **двоичный сигнал**, который имеет только два возможных значения напряжения. Например, двоичный «0» можно представить напряжением 0 В, а двоичную «1» напряжением +5 В. Такой сигнал – **бит** -имеет два состояния. Примером двоичного сигнала может служить сигнал в аудиосистемах, записываемый на компакт-диски [1, 12].

Двоичные сигналы не имеют такого бесконечно большого числа возможных значений, как аналоговые. Поэтому для представления широкого диапазона значений аналогового сигнала с помощью двоичного сигнала используют комбинацию битов. Наиболее распространенной является группа из восьми битов – **байт**. При этом число состояний, которое можно представить с помощью комбинаций из восьми битов, можно представить как $N = 2^8 = 256$.

Цифровые сигналы характеризуются тем, что в каждый момент времени t_i , отсчету аналогового сигнала $S(t_i)$ соответствует цифровой код $K_i(t_i)$. Формирование цифрового сигнала из аналогового выполняется с помощью дискретизации по времени и квантования по уровню.

Дискретизация по времени – это представление непрерывного аналогового сигнала (рисунок 13, а) последовательностью его значений (отсчетов). Эти отсчеты берутся в моменты времени, отделенные друг от друга – интервалом дискретизации. Величина, обратная интервалу между отсчетами, называется **частотой дискретизации**.

Понятно, что чем меньше интервал дискретизации и выше частота дискретизации, тем меньше различия между исходным сигналом и его дискретизированной копией. Ступенчатая структура дискретизированного сигнала может быть сглажена с помощью фильтра нижних частот. Таким образом и восстанавливается аналоговый сигнал из дискретизированного. Но восстановление будет точным только в том случае, если частота дискретизации по крайней мере в два раза превышает ширину полосы частот исходного аналогового сигнала. Это условие определяется известной **теоремой Котельникова**. Функция $S(t)$, удовлетворяющая условиям Дирихле и не содержащая частот выше F_{max} , полностью определяется последовательностью своих значений в моменты времени, отстоящие друг от друга на интервал

$$\Delta t_i \leq \frac{1}{2F_{max}} \quad (4)$$

Условия Дирихле:

- функция не должна иметь разрывов 2-го рода (с уходящими в бесконечность значениями);
- число разрывов 1-го рода должно быть конечным;
- число экстремумов должно быть конечным.

Суть теоремы состоит в следующем: если требуется передать непрерывный сигнал $S(t)$, то нет необходимости передавать все значения функции, а достаточно передать отдельные мгновенные значения, отсчитанные через Δt_i .

Если условие теоремы Котельникова не выполняется, то дискретизация сопровождается необратимыми искажениями. В результате при дискретизации в частотном представлении сигнала появляются дополнительные компоненты, располагающиеся вокруг гармоник частоты дискретизации в диапазоне, равном удвоенной ширине спектра исходного аналогового сигнала. Если максимальная частота в частотном спектре аналогового сигнала превышает половину частоты дискретизации, то дополнительные компоненты попадают в полосу частот исходного аналогового сигнала. В этом случае уже нельзя восстановить исходный сигнал без искажений.

Таким образом, дискретизация по времени (рисунок 13, б) заключается в замене непрерывного во времени сигнала дискретным, значения которого для дискретных моментов времени совпадают с мгновенными значениями непрерывного сигнала.

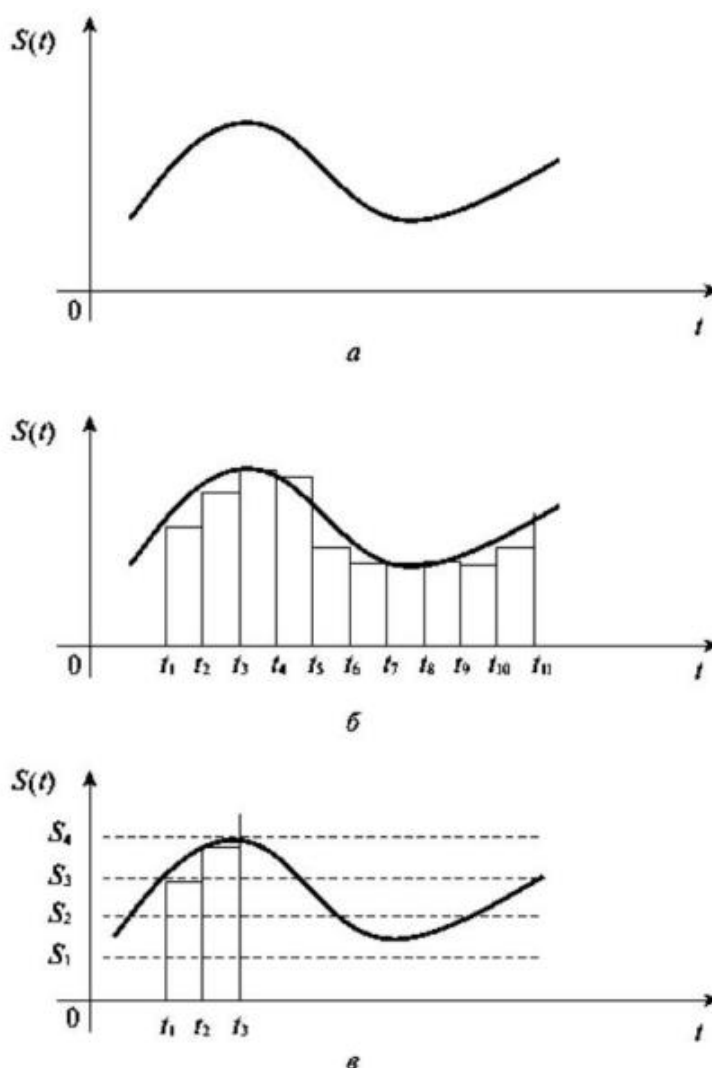


Рисунок 13 - Дискретизация по времени и квантование по уровню непрерывного сигнала: а-непрерывный аналоговый сигнал; б - дискретный по времени сигнал $t_2 - t_i$; в - дискретный по времени и квантованный по уровню сигнал

За рубежом существует аналог теоремы Котельникова - **критерий Найквиста**, согласно которому частота выборки f_s должна быть как минимум в два раза больше частоты составляющих дискретизируемого сигнала:

$$f_s \geq 2W \quad (5)$$

Квантование по уровню (рисунок 13) заключается в замене непрерывного множества значений сигнала $S_k(t_i)$ множеством дискретных значений K , т.е. представляет собой замену величины отсчета сигнала ближайшим значением из набора фиксированных величин уровней квантования.

Уровни квантования делят весь диапазон возможного изменения значений сигнала на конечное число интервалов. Интервал значений между соседними уровнями сигнала - **шаг квантования** - должен вдвое превосходить максимальное значение помехи. Число разрешенных уровней прямо пропорционально максимальному уровню передаваемого сигнала и обратно пропорционально шагу квантования. В результате квантования бесконечное число возможных значений сигнала заменяется конечным числом. При этом число уровней квантования

$$N_k = \frac{D_s}{\Delta S_k} = 2^n, \quad (6)$$

где $D_s = S_{\max} - S_{\min}$ - динамический диапазон изменения значений сигнала;

ΔS_k - шаг квантования;

n - число разрядов двоичного кода.

Расположение уровней квантования обусловлено шкалой квантования. Используются как равномерные, так и неравномерные шкалы. В процессе квантования возникают искажения сигнала шум квантования, при инструментальной оценке которого вычисляют разность между исходным сигналом и его квантованной копией. В качестве объективных показателей шума квантования принимают, например, среднеквадратичное значение этой разности.

Контрольные вопросы

1. Что изучает теория передачи информации?
2. Что такое система передачи данных? Охарактеризуйте назначение ее основных элементов.
3. Что такое сигнал?
4. Что такое сообщение?
5. Назовите существующие формы сигналов и соответствующие им виды связи.
6. Что называют каналом связи?
7. Перечислите режимы передачи информации.
8. Перечислите виды систем передачи информации.
9. Расскажите об особенностях аналоговых систем передачи информации.
10. Расскажите об особенностях импульсных систем передачи информации.

- 11.Расскажите об особенностях цифровых систем передачи информации.
- 12.Как классифицируются сигналы по возможности аналитического описания?
- 13.Перечислите разновидности сигналов по форме представления.
- 14.В чем заключается процесс дискретизации по времени?
- 15.В чем состоит суть теоремы Котельникова? Какие условия необходимы для ее выполнения?
- 16.В чем заключается процесс квантования по уровню?

2 Кодирование сигналов

2.1 Основные принципы кодирования

В широком смысле под **кодированием сигнала** понимают процесс преобразования сообщения в сигнал. Как правило, сообщение от источника информации выдается в аналоговой форме, т.е. в виде непрерывного сообщения. Однако, как при приеме-передаче информации, так и при ее обработке и хранении значительное преимущество дает дискретная форма представления сигнала. Поэтому в тех случаях, когда исходные сигналы в информационных системах являются непрерывными, необходимо предварительно преобразовать их в дискретные. В связи с этим термин «кодирование» относят обычно к дискретным сигналам и под кодированием в узком смысле понимают представление дискретных сообщений сигналами в виде определенных сочетаний символов. Совокупность правил, в соответствии с которым производится эти операции, называются **кодом** [7].

Процесс кодирования заключается в представлении сообщений условными комбинациями, составленными из небольшого количества элементарных сигналов (например, посылка и пауза в коде Бодо, «точка» и «тире» в коде Морзе)

В зависимости от целей кодирования различают следующие его виды:

- кодирование по образцу - используется всякий раз при вводе информации в компьютер для ее внутреннего представления;
- криптографическое кодирование (шифрование) – используется при необходимости защиты информации, т.е. для снижения ее объема (например, в архиваторах);
- помехозащитное (помехоустойчивое) кодирование – используется для обеспечения заданной достоверности в случае, когда на сигнал накладывается помеха (например, при передаче информации по каналам связи)

Процесс кодирования информации обеспечивает достижение нескольких целей. Во-первых, сообщения представляют в системе символов обеспечивающий простоту аппаратной реализации информационных устройств. Задача кодирования сообщений для этого случая представляется как преобразование исходного сообщения в используемых при (как правило, двоичную) систему счисления. Число используемых при этом различных элементарных сигналов называется **основанием кода**, а число элементов, образующих кодовую комбинацию, – **значностью кода**. Если все комбинации кода имеют одинаковую значность, то такой код называется **равномерным**, в противном случае – **неравномерным**. Операция кодирования применяется для цифровых сигналов. Для непрерывных сигналов требуется предварительное преобразование аналогового сигнала в цифровой.

Во-вторых, кодирование используется для наилучшего согласования свойств источника сообщений со свойствами канала связи – **оптимальное статистическое кодирование**. Под ним понимают коды, которые

обеспечивают минимизацию среднего количества кодовых символов на один элемент сообщения.

В-третьих, кодирование позволит уменьшить влияние помех на процесс приема-передачи (помехоустойчивое кодирование).

В-четвертых, кодирование обеспечивает защиту информации от несанкционированного доступа.

Коды как средство тайнописи появились еще в глубокой древности.

Например, древнегреческий историк Геродот в V в. До н.э. приводил примеры писем, понятных только адресату. Секретная азбука использовалась и Юлием Цезарем. Над созданием шифров работали такие известные ученые Средневековья, как Ф. Бэкон, Д. Кардано и др.

При кодировании в двоичной системе счисления используют два элементарных сигнала, которые технически легко сформировать. Например, одним элементарным сигналом может быть посылка напряжения или тока, вдвое превышающая помеху, а другим – отсутствие посылки. На рисунке 14 показаны преобразования исходного аналогового сигнала: сначала в цифровой, а затем в двоичный код с числом двоичных символов $n = 2$ (двоичное кодирование).

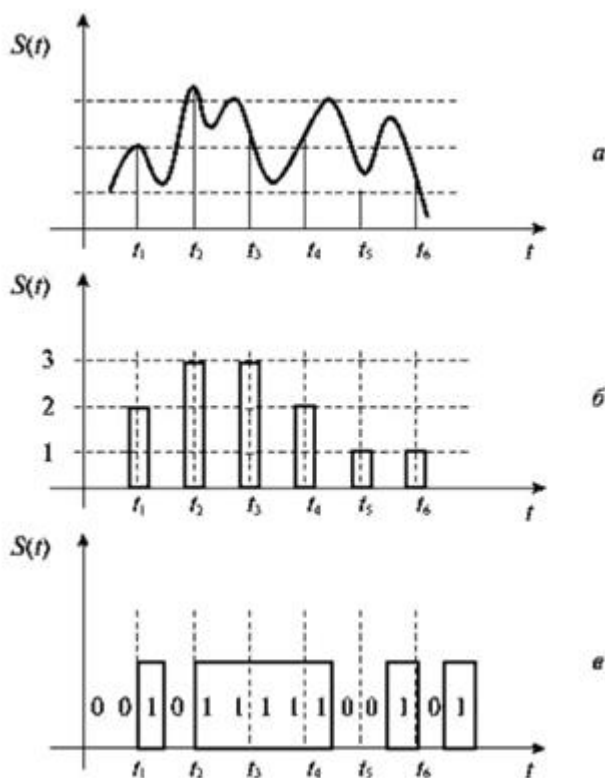


Рисунок 14 - Двоичное кодирование: а – исходный аналоговый сигнал; б – дискретный по времени и квантованный по уровню цифровой сигнал; в - двоичный код отсчетов с числом двоичных символов $n = 2$

2.2 Помехоустойчивое кодирование

Одной из важнейших задач, возникающих при проектировании современных систем связи, является обеспечение высокой достоверности передачи данных, что связано с понятием **оптимального кодирования**, которое не только имеет в среднем наиболее короткие кодовые группы, но и полностью исключает возможность ошибок, связанных с неоднозначностью кодирования [15]

Под **помехоустойчивостью системы связи** понимают ее способность передавать сообщения в условиях помех. При этом выделяют помехоустойчивость отдельных звеньев системы связи, осуществляющих то или иное преобразование сигнала (помехоустойчивость приемника, помехоустойчивость кода, помехоустойчивость видов модуляций и т.д).

Помехоустойчивое кодирование применяется для обнаружения и (или) исправления ошибок, которые могут возникнуть в дискретном сигнале при его передаче по каналам связи. В качестве базового кода, подвергающегося помехоустойчивому кодированию, используется двоичный код постоянной длины. Такой исходный (базовый) код называется **первичным**, поскольку подвергается модификации [7].

Количество разрядов n в кодовой комбинации называется **значностью кода** или длиной. Количество единиц в коде называется **весом кодовой комбинации**. Например, кодовая комбинация $11\{\}\{\}101$ характеризуется значностью $n=7$ и весом $V=4$.

Степень отличия кодовых комбинаций характеризуется **кодovým расстоянием (хэмминговым расстоянием) d** . Оно выражается числом позиций, по которым комбинации различаются, и определяется как вес суммы по модулю 2 кодовых комбинаций.

С ошибкой связано понятие ее кратности q – число искаженных разрядов. При этом « $1 \rightarrow 0$ » и « $0 \rightarrow 1$ ». Если произошла ошибка в одном разряде, то она называется **однократной**, иначе **двукратной, трехкратной** и т.д.

Для указания разрядов в кодовой комбинации, где произошли ошибки, используется понятие **вектор ошибки $\bar{e}$** . Вектор ошибки $\bar{e}$ n -разрядного кода – это n – разрядная комбинация, где единицы указывают положение разрядов искаженных символов. Например, если $\bar{e} = \{1\}\{1\}$, то искажены символы в первом и третьем разрядах. Вес вектора ошибки характеризует **кратность ошибки $m_{\bar{e}}$** .

Исходная неискаженная комбинация состоит из суммы по модулю 2 искаженной комбинации и вектора ошибки, т.е. $a = a' + \bar{e}$.

Помехоустойчивые коды характеризуются **корректирующей способностью**, которая определяется вероятностью обнаружения или исправления ошибки. Корректирующая способность кода основана на понятиях разрешенных и запрещенных кодовых комбинаций. Помехоустойчивость кодов обеспечивается за счет введения **избыточности**, т.е. из общего количества символов комбинации для передачи используется только часть – m символов

(причем $m < n$), остальные символы контрольные: $k = n - m$. Таким образом, из общего числа комбинаций $N' = 2^n$ для передачи используется $N = 2^m$ разрешенных комбинаций. Группа комбинаций $N' - N = 2^n - 2^m$ называется **запрещенной**. Для кодирования N' сообщений требуется $n = \log_2 N'$ двоичных символов. Код, содержащий, кроме информированных разрядов, еще и контрольные разряды, называется **систематическим**. В контрольные разряды записывается код, характеризующий состояние информационных разрядов. При этом **абсолютная избыточность** выражается количеством контрольных разрядов k , а **относительная избыточность** – отношением k/n , где $n = m + k$ – общее количество разрядов в кодовом сообщении.

Если для n -разрядного кода вероятность искажения одного символа составляет p , то вероятность того, что искажены k символов, а остальные $n - k$ символов не искажены, по теореме умножения вероятностей будет $\lambda = p^k (1 - p)^{n-k}$. Число кодовых комбинаций, каждая из которых содержит k искаженных элементов, равна числу сочетаний из n по k :

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (7)$$

Тогда полная вероятность ошибки кодовой комбинации будет

$$P_{om} = \sum_{i=1}^k \frac{n!}{i!(n-i)!} p^i (1 - p)^{n-i}. \quad (8)$$

Так как на практике $P = 10^{-3} \dots 10^{-4}$, то наибольший вес в сумме вероятностей имеет вероятность искажения одного символа. Следовательно, основное внимание нужно обратить на обнаружение и исправление одиночных ошибок.

Если после приема сигнала установлено, что комбинация относится к группе разрешенных, то считается, что сигнал пришел без искажений. В противном случае сигнал считается **искаженным**. Это справедливо в тех случаях, когда исключена возможность перехода одних разрешенных комбинаций в другие. Следовательно, имеется $N \cdot N'$ возможных случаев передачи, из которых N случаев безошибочной передачи; $N(N-1)$ случаев перехода в другие разрешенные комбинации; $N(N'-N)$ случаев перехода в запрещенные комбинации.

Доля обнаруживаемых ошибочных комбинаций составляет

$$\frac{N(N'-N)}{NN'} = \frac{1-N}{N'} \quad (9)$$

Доля исправляемых ошибочных комбинаций от общего числа обнаруживаемых ошибок составляет

$$\frac{N'-N}{N(N'-N)} = \frac{1}{N} \quad (10)$$

Избыточность кода можно ввести разными путями. Рассмотрим один из путей **эффективного кодирования**.

В ряде случаев сообщения в виде последовательности букв преобразуются в последовательность двоичных символов. Учитывая статистические свойства источника сообщения, можно минимизировать среднее число двоичных символов, необходимых для выражения одной буквы сообщения, что при отсутствии помех позволит сократить время передачи. Такое эффективное кодирование базируется на теореме Шеннона для каналов без помех, в которой доказывается, что сообщения, составленные из букв некоторого алфавита, можно закодировать так, что среднее число двоичных символов на букву будет сколь угодно близко к энтропии источника этих сообщений, но не меньше этой величины. Теорема не указывает конкретного способа кодирования, но из нее следует, что при выборе каждого символа кодовой комбинации необходимо стремиться к тому, чтобы он нес максимальную информацию. Следовательно, каждый символ должен принимать значения «0» или «1» по возможности с равными вероятностями, и каждый выбор не должен зависеть от значений предыдущих символов.

При передаче реальных текстовых сообщений существует статистическая связь между появлением конкретных букв в тексте, что существенно осложняет эффективное кодирование.

Для случая отсутствия статистической связи между буквами конструктивные методы построения эффективных кодов были представлены впервые К.Шенноном и Н.Фано. Их методики существенно не различались, поэтому соответствующий код получил название кода Шеннона - Фано.

Рассмотрим построение кода, обнаруживающего вес ошибки кратностью q и ниже. Из множества всех возможных комбинаций N' нужно выбрать разрешенные комбинации $N_{\text{так}}$, чтобы любая из них в сумме по модулю 2 с вектором ошибки $\bar{e}$ и с весом $m_q = q$ не выдавала бы другой разрешенной комбинации. Для этого необходимо, чтобы кодовое расстояние удовлетворяло условию $d_{\min} \geq q + 1$. В качестве примера возьмем код со значностью $n = 3$, все возможные комбинации a , которого приведем далее.

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
000	001	010	011	100	101	110	111

Матрица расстояний между всеми возможными комбинациями имеет вид

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
a_1	0	1	1	2	1	2	2	3
a_2		0	2	1	2	1	3	2
a_3			0	1	2	3	1	2
a_4				0	3	2	2	1
a_5					0	1	1	2
a_6						0	2	1
a_7							0	1
a_8								0

Выберем из всех возможных комбинаций такие разрешенные комбинации, в которых кодовое расстояние $d=2$. Такому условию соответствует подмножество $N=\{a_1, a_4, a_6, a_7\}$. Запрещенными комбинациями являются комбинации a_2, a_3, a_5, a_8 . Такой код позволяет обнаружить однократные ошибки.

Для обнаружения двукратных ошибок кодовое расстояние должно удовлетворять условию $d_{\min}=3$. Тогда в качестве разрешенных можно использовать комбинации $N=\{a_0, a_8\}$, т.е. $N=2$.

Рассмотрим построение кода, устраняющего однократные ошибки. Возьмем в качестве разрешенной комбинации $a_1=000$. При наличии однократных ошибок комбинация a_1 может перейти в одну из запрещенных комбинаций $a_2=001, a_3=010, a_5=100$. Это означает, что в случае приема одной из них выносится решение, передана исходная комбинация a_1 с ошибкой. Для разрешенной комбинации $a_4=011$ при условии, что $(a_1 \oplus a_4=2)$ и $d=2$, подмножество ее запрещенных комбинаций составляет $N'-N=\{a_3, a_2, a_8\}$ при $a_3=010, a_2=001, a_8=111$. Таким образом, подмножества запрещенных комбинаций для a_1 и a_4 пересеклись, имея два общих элемента a_2 и a_3 , т.е. $a_1 \cap a_4 = \{a_2, a_3\}$. В этом случае нельзя однозначно установить исходную кодовую комбинацию.

Если же в качестве второй кодовой комбинации выбрана комбинация $a_8=111$, то кодовое расстояние $d=3$, и в случае однократных ошибок ей будет соответствовать подмножество $N'-N=\{a_4, a_6, a_7\}$ при $a_4=011, a_6=101, a_7=110$. В этом случае подмножества не пересекаются, следовательно, обеспечивается устранение однократных ошибок.

В общем случае для устранения ошибок кратности δ кодовое расстояние должно удовлетворять условию $d_{\min} \geq 2\delta + 1$. Установлено, что для исправления всех ошибок кратности q ($q \geq \delta$) кодовое расстояние должно удовлетворять условию $d_{\min} \geq q + \delta + 1$.

В рассмотренном примере повышение корректирующей способности кода достигалось путем уменьшения разрешенных кодовых комбинаций за счет сокращения количества информационных символов k , т.е. $k < n$.

В общем случае этапы построения корректирующего кода сводятся к следующим:

- определение количества информационных символов (исходя из объема алфавита источника информации) по выражению $k \geq \log_2 N$, где $N \geq \frac{2^n}{1+E}$ (где N – разрядность комбинации; E – число векторов ошибок $\bar{e}$: $E = 1_n^q = n$ – количество сочетаний из n по t). В случае устранения однократных ошибок, т.е. $q = 1$, выражения для E и N имеют вид:

$$E = 1_n^1 = n; N = 2^k \leq \frac{2^n}{1+n}; \quad (11)$$

- добавление избыточных символов для обеспечения корректирующей способности кода.

От эффективности метода кодирования, в частности от алгоритма кодирования и его реализации, зависит качество цифровой передачи данных.

2.3 Методы кодирования сигналов

2.3.1 Кодирование по методу Шеннона-Фано

При кодировании по этому методу код строится следующим образом. Буквы алфавита сообщений выписываются в таблицу в порядке убывания вероятностей. Затем они разделяются на две группы так, чтобы суммы вероятностей в каждой из групп были по возможности одинаковыми. Всем буквам верхней половины в качестве первого символа приписывается «1», а всем нижним «0». Каждая из групп разбивается на две подгруппы с одинаковыми суммарными вероятностями и т.д. Процесс повторяется до тех пор, пока в каждой подгруппе не останется по одной букве [2].

В таблице 2 представлен алфавит из 8 букв ($z_1 z_8$) с вероятностями появления каждой. В последнем столбце показаны кодовые комбинации, которые характеризуются тем, что чем выше вероятность появления буквы, тем меньше двоичных символов используется.

При обычном кодировании (не учитывающем статистические характеристики букв) для представления каждой буквы потребуется три символа, поскольку $2^3 = 8$.

Среднее число разрядов на одну букву

$$L_{cp} = \sum_{i=1}^b P(z_i) n(z_i), \quad (12)$$

где $n(z_i)$ - число разрядов в кодовой комбинации, соответствующей букве z .

Таблица 2 - Вероятность появления букв и их кодовые комбинации

Буквы	Вероятности	Кодовые комбинации
Z ₁	0,22	11
Z ₂	0,20	101
Z ₃	0,16	100
Z ₄	0,16	01
Z ₅	0,10	001
Z ₆	0,10	0001
Z ₇	0,04	00001
Z ₈	0,02	00000

Нетрудно посчитать, что

$$L_{cp} = \sum_{i=1}^b P(z_i)n(z_i) = 0,22 \cdot 2 + 0,2 \cdot 3 + 0,16 \cdot 3 + 0,16 \cdot 2 + 0,1 \cdot 3 + 0,1 \cdot 4 + 0,04 \cdot 5 + 0,02 \cdot 5 = 2,84.$$

Рассмотренный метод не всегда приводит к однозначному построению кода. Ведь при разбиении на подгруппы можно сделать большей по вероятности как верхнюю, так и нижнюю подгруппы. Множество вероятностей в таблице можно было разбить иначе. При этом среднее число разрядов на одну букву кардинально не изменится. Построенный код может оказаться не самым лучшим. При построении эффективных кодов с основанием больше двух неопределенность возрастает.

2.3.2 Кодирование по методу Хаффмена

От недостатков описанного метода свободен метод Д. Хаффмена. Этот метод гарантирует построение кода с наименьшим для данного распределения вероятностей средним числом разрядов на букву. Для двоичного кода метод сводится к следующему. Буквы алфавита сообщений выписываются в основной столбец в порядке убывания вероятностей (таблице 3). Две последние буквы объединяются в одну вспомогательную букву, которой приписывается суммарная вероятность. Вероятности букв, не участвовавших в объединении, и полученная суммарная вероятность снова располагаются в порядке убывания вероятностей в дополнительном столбце, а две последние буквы объединяются. Процесс продолжается до тех пор, пока не получим единственную вспомогательную букву с вероятностью, равной 1.

Таблица 3 -Процесс формирования кодовых комбинаций

Буквы	Вероятности	Шаги формирования вероятности появления букв 1-7						
		1	2	3	4	5	6	7
Z ₁	0,22	0,22	0,22	0,26	0,32	0,42	0,58	1
Z ₂	0,20	0,20	0,20	0,22	0,26	0,32	0,42	
Z ₃	0,16	0,16	0,16	0,20	0,22	0,26		
Z ₄	0,16	0,16	0,16	0,16	0,20			
Z ₅	0,10	0,10	0,16	0,16				
Z ₆	0,10	0,10	0,10					
Z ₇	0,04	0,06						
Z ₈	0,02							

Для составления кодовой комбинации, соответствующей конкретному сообщению, необходимо проследить путь перехода сообщений по строкам и столбцам таблицы. Для наглядности строится **кодвое дерево** (рисунок 15, а). Из точки, соответствующей вероятности 1, направляются две ветви, причем ветви с большей вероятностью присваивается символ «1», а ветви с меньшей вероятностью - «0». Такое последовательное ветвление продолжается до тех пор, пока не дойдет очередь до каждой буквы.

Двигаясь по кодовому дереву сверху вниз, можно записать для каждой буквы соответствующую ей кодовую комбинацию (рисунок 15).

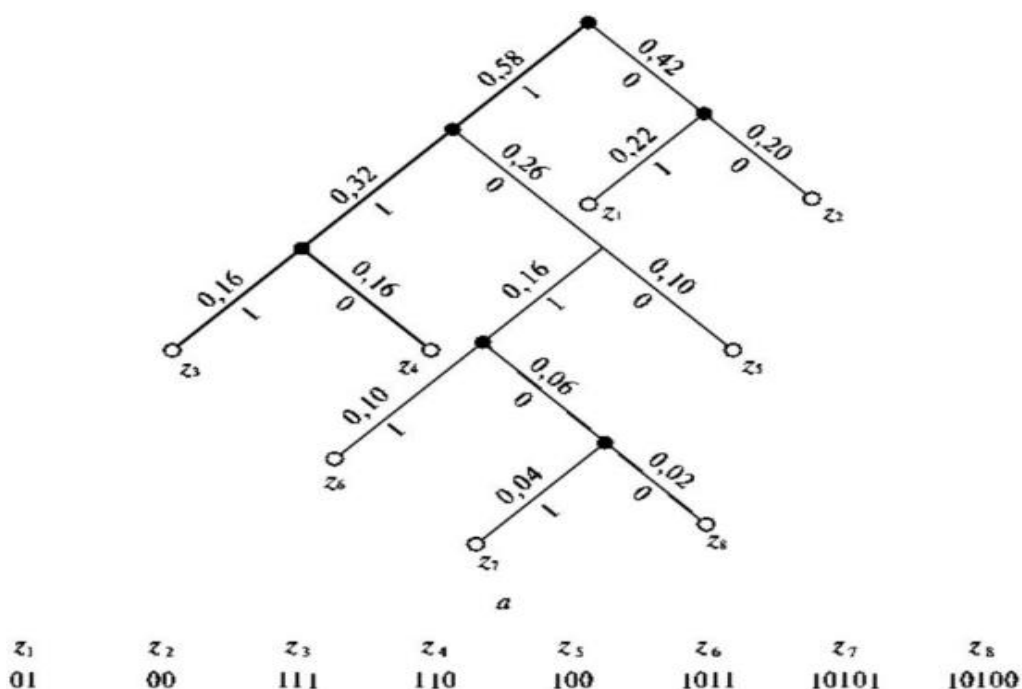


Рисунок 15 - Составление новых комбинаций по методу Хаффмена: а - кодовое дерево; б – кодовые комбинации для каждой буквы

2.3.3. Кодирование с проверкой на четность

Широкое распространение в вычислительной технике получил метод кодирования с проверкой на четность. Для этого метода выполняют суммирование цифр по модулю 2, входящих в контролируемый код. Вместе с передаваемым кодом передается один контрольный разряд. Его значение («1» или «0») выбирается с условием, чтобы сумма цифр в передаваемом коде была по модулю 2 равна 0 - для случая четности или 1 - для случая нечетности. При таком кодировании допускается, что может возникнуть только одна ошибка. Пример реализации метода кодирования с проверкой на четность представлен в таблице 4.

Таблица 4 - Пример реализации метода кодирования с проверкой на четность

Исходная комбинация	Контрольный разряд	Результат проверки
10101011	1	0
11001010	0	0
11001011	0	1-ошибка

Можно представить несколько измененный метод кодирования с проверкой на четность. Длинное число разбивается на группы, каждая из которых содержит 1 разрядов. Контрольные разряды выделяются всем группам по строкам и по столбцам согласно схеме (рисунок 16).

a_1	a_2	a_3	a_4	k_1
a_5	a_6	a_7	a_8	k_2
k_3	k_4	k_5	k_6	

Рисунок 16 - Схема исходной комбинации

Увеличение избыточности передаваемых кодов приводит к тому, что появляется возможность не только обнаружить, но и **исправить ошибку**. Если произошла ошибка в одном из разрядов, то при проверке на четность сумма по соответствующим строкам и столбцам изменится. Зафиксируется нарушение четности в строке и столбце, что будет означать обнаружение не только ошибки, но и ее места. При изменении содержимого отмеченного разряда на противоположное ошибка исправляется.

Описанный метод широко используется для контроля записи, считывания информации в запоминающих устройствах на магнитных носителях, а также при выполнении арифметических операций.

Признаком отсутствия искажений в процессе приема-передачи является равенство контрольного числа нулю.

2.3.4 Кодирование с удвоением элементов

Метод кодирования с удвоением элементов характеризуется наличием **дополнительного символа** для каждого информационного символа передаваемого кода. Информационная «1» представляется как 10, а «0» - как 01. Например, исходная комбинация 1011 преобразуется в 10011010. Показателем искажения являются сочетания типа 00 и 11 в парных элементах. Код не исправляет ошибки, приводящие к двукратным противоположным изменениям разрядов в парных элементах. Помехоустойчивость данного кода выше, чем кода с проверкой на четность, но существенно возрастает избыточность кода.

2.3.5 Инверсное кодирование

В основе метода лежит повторение кодовой комбинации. Если исходная комбинация содержит четное число единиц, то повторная комбинация в точности повторяет исходную. Иначе повторение происходит в инверсном виде. Например, комбинация 01010 в инверсном коде представляется как 0101001010, а комбинация 11010 как 1101000101. Проверка производится суммированием единиц основной комбинации. Если их число четно, то элементы второй части принимаются в том же виде, после чего обе части комбинации сравниваются поэлементно первый элемент первой части с первым элементом второй части. При несовпадении хотя бы одного элемента принятая комбинация считается неверной.

Инверсный код позволяет обнаружить практически все ошибки приема-передачи. Не обнаруживается лишь одновременное искажение парных элементов в обеих частях кодовой комбинации.

2.3.6 Код проверки по методу Хэмминга

Код Хэмминга исправляет одиночные ошибки. И, как любой код, содержит комбинацию информационных и $k = n - m$ избыточных символов. Избыточная часть кода строится так, чтобы при декодировании можно было установить не только наличие ошибки, но и ее положение. Это достигается путем многократной проверки принятой комбинации на четность. Количество проверок равно значению избыточных символов K . При каждой проверке охватывается часть информационных символов и один избыточный, при этом получают один контрольный символ. Если результат проверки дает четное число, то контрольному символу присваивается значение «0», если нечетное - «1». В результате всех проверок получается k -разрядное двоичное число, указывающее номер искаженного символа. Для исправления ошибки значение этого символа (бита) изменяется на обратное.

Необходимое количество проверочных символов k или значность кода определяется из соотношения

$$2^m \leq 2^n / (1 + n) \quad (13)$$

Значения проверочных символов и номера их позиций по методу Хэмминга устанавливаются одновременно с выбором контролируемых групп кодовых комбинаций. При этом исходят из того, что если в результате первой проверки получают контрольное число, равное 1, то один из символов первой проверенной группы искажен. Какой из символов может быть искажен, можно определить по таблице 5, в которой представлен натуральный ряд четырехразрядных контрольных чисел в двоичной системе счисления. Из таблицы видно, что если младший разряд контрольного числа содержит «1», то искажение должно быть в одной из нечетных позиций кодовой комбинации. Следовательно, первой проверкой должны быть охвачены символы с нечетными номерами. Если результат второй проверки даст «1», то получим «1» во втором разряде контрольного числа. Следовательно, второй проверкой должны быть охвачены символы с номерами, содержащими «1» во втором разряде двоичной записи этого номера: 2, 3, 6, 7, 10 и т.д. Третьей проверкой охватываются символы, номера которых в двоичной записи содержат «1» в третьем разряде: 4, 5, 6, 7, 12 и т.д.

На основании изложенного составлена таблица 6, отражающая порядок проведения проверок.

Таблица 5 - Представление номеров разрядов в двоичной системе счисления

№ разрядов кодовых комбинаций	Символы разрядов контрольных чисел 4-1			
	4 (ст.)	3	2	1 (мл.)
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0

Таблица 6 - Порядок проведения проверок

№ проверок	Проверяемые позиции кода	Позиции контрольных символов
1	1;3;5;7;9;11;13...	1
2	2;3;6;7;10...	2
3	4;5;6;7;12...	4
4	8;9;10;11;12...	8

Если символы проверяемой кодовой комбинации обозначить через a_i , то проверочные суммы S_i можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}
 S_1 &= a_1 \oplus a_3 \oplus a_5 \oplus a_7 \oplus a_9 \oplus \dots \\
 S_2 &= a_2 \oplus a_3 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus a_{10} \oplus \dots \\
 S_3 &= a_4 \oplus a_5 \oplus a_3 \oplus a_7 \oplus a_{12} \oplus \dots \\
 S_4 &= a_8 \oplus a_9 \oplus a_{10} \oplus a_{11} \oplus a_{12} \oplus \dots
 \end{aligned} \tag{14}$$

Номер позиции символа, в котором в процессе приема-передачи комбинации произошла ошибка, определяется двоичным числом

$$N_{(2)} = \dots S_i \dots S_4 S_3 S_2 S_1.$$

С целью упрощения операций кодирования и декодирования целесообразно выбирать такое размещение проверочных символов в кодовой комбинации, при котором каждый из них включается в минимальное число проверяемых групп (лучше в одну). Символы $1, 2, 4, 8 \dots 2^n$ встречаются в каждой группе только один раз (см. таблице 5). Это связано с тем, что они являются степенью числа 2 и их двоичный код в таблице содержит только одну единицу. Эти символы стоят на первом месте в правой части выражений для S_i . Таким образом, в коде Хэмминга символы $a_1, a_2, a_4, a_8 \dots$ должны быть проверочными, а символы $a_3, a_5, a_7, a_9 \dots$ - информационными.

При передаче значения проверочных символов устанавливаются в кодовой комбинации такими, чтобы суммы S_i равнялись нулю (были бы четными числами), т.е. значения проверочных символов $a_1, a_2, a_4 \dots$ выбираются из условия равенства S_i нулю.

В качестве примера представим в коде Хэмминга двоичную комбинацию 10010. Для нее число информационных символов $m=5$, при этом максимальное число передаваемых кодов равно 32. Разрядность кода Хэмминга для $m=5$ должна быть $n=9$. Для девятиразрядного кода символы a_1, a_2, a_4 и a_8 являются проверочными, а символы a_3, a_5, a_6, a_7 и a_9 - информационными. Для заданного кода $a_3 = 0, a_5 = 1, a_6 = 0, a_7 = 0$ и $a_9 = 1$. Тогда

$$S_1 = a_1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = a_1 \oplus 0 = 0, \text{ откуда следует, что } a_2 = 0;$$

$$S_2 = a_2 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = a_2 \oplus 0 = 0, \text{ т.е. } a_2 = 0;$$

$$S_3 = a_4 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = a_4 \oplus 1 = 0, \text{ т.е. } a_4 = 1.$$

Следовательно, $a_8 = 1$.

Код Хэмминга для кода 10010 будет равен 110011000.

Если при приеме-передаче произошла однократная ошибка в пятом символе (код при приеме принял значение 110001000), то в результате первой проверки будет получено число «1», в результате второй – «0», третьей – «1» и четвертой – «0». Таким образом, в результате проверок будет получено контрольное число 0101, указывающее на искажение пятого символа принятой кодовой комбинации.

Если произойдет однократная ошибка приема-передачи первого символа кодовой комбинации, то сумма S_1 будет равна «1», а остальные суммы будут равны «0». Полученное контрольное число N будет равно 0001, что указывает на искажение первого символа принятого кода. Аналогичные контрольные числа будут получены при искажениях второго, третьего и других символов кода. Отметим, что для исправления ошибки принятой кодовой комбинации необходимо лишь изменить значение искаженного символа на противоположное.

2.3.7 Циклические коды

Широкое распространение на практике получил класс линейных кодов, которые называются *циклическими кодами* [1]. Название происходит от основного свойства этих кодов: если некоторая кодовая комбинация принадлежит циклическому коду, то комбинация, полученная циклической перестановкой исходной комбинации (циклическим СДВИГОМ), также принадлежит данному коду:

$$(a_1, a_2, \dots, a_n) \rightarrow (a_n, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}) \quad (15)$$

Вторым свойством всех разрешенных комбинаций циклических кодов является их делимость без остатка на некоторый выбранный полином, называемый производящим.

Эти свойства используются при построении кодов кодирующих и декодирующих устройств, а также при обнаружении и исправлении ошибок.

Циклические коды - это целое семейство помехоустойчивых кодов (одной из разновидностей которых являются коды Хэмминга), обеспечивающее большую гибкость с точки зрения возможности реализации кодов с необходимой способностью обнаружения и исправления ошибок, возникающих при передаче кодовых комбинаций по каналу связи. Циклический код относится к систематическим блочным (n, k) - кодам, в которых k первых разрядов представляют собой комбинацию первичного кода, а последующие $(n-k)$ разрядов являются проверочными.

В основе построения циклических кодов лежит операция деления передаваемой кодовой комбинации на порождающий неприводимый полином степени r . Остаток от деления используется при формировании проверочных разрядов. При этом операции деления предшествует операция умножения,

осуществляющая сдвиг влево k -разрядной информационной кодовой комбинации на r разрядов.

При декодировании принятой n -разрядной кодовой комбинации опять производится деление на порождающий (производящий, образующий) полином.

Синдромом ошибки в этих кодах является наличие остатка от деления принятой кодовой комбинации на порождающий полином. Если синдром равен нулю, то считается, что ошибок нет. В противном случае с помощью полученного синдрома можно определить номер разряда принятой кодовой комбинации, в котором произошла ошибка, и исправить ее.

Однако не исключается возможность возникновения в кодовых комбинациях многократных ошибок, что может привести к ложным исправлениям и (ИЛИ) не обнаружению ошибок при трансформации одной разрешенной комбинации в другую.

Пусть общее число битов в блоке равно n , из них полезную информацию несут в себе m битов, тогда в случае ошибки имеется возможность исправить s битов. Зависимость s от n и m для кодов можно определить по таблице 7.

Таблица 7 - Зависимость общего числа разрядов комбинаций от количества информационных и исправляемых разрядов

Общее число битов, n	Число полезных битов, m	Число исправляемых битов, s
31	26	1
	21	2
	16	3
63	57	1
	51	2
	45	3
127	120	1
	113	2
	106	3

Увеличивая разность $(n - m)$, можно не только нарастить число исправляемых бит s , но и обнаружить множественные ошибки. Проценты обнаруживаемых множественных ошибок приведены в таблице 8.

Таблица 8 - Проценты обнаруживаемых множественных ошибок

Число полезных битов, m	% обнаруживаемых ошибок при числе избыточных битов $(n-m)$		
	6	7	8
32	48	74	89
40	36	68	84
48	23	62	81

Описание циклических кодов и их построение удобно проводить с помощью многочленов (или полиномов). Запись комбинации в виде полинома используется для того, чтобы отобразить формализованным способом операцию циклического сдвига исходной кодовой комбинации. Так, n -элементную кодовую комбинацию можно описать полиномом $(n-1)$ степени:

$$A_{n-1}(x) = a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_1x + a_0, \quad (16)$$

где $a_{n-i} \in \{0, 1\}$, причем $a_{n-i} = 0$ соответствуют нулевым элементам комбинации, $a_{n-i} = 1$ – ненулевым; i – номер разряда кодовой комбинации.

Представим полиномы для конкретных 4-элементных комбинаций:

$$1001 \leftrightarrow A_1(x) = x^3 + x^2 + 1; \quad 1010 \leftrightarrow A_2(x) = x^3 + x.$$

Операции сложения и вычитания являются эквивалентными и ассоциативными и выполняются по модулю 2:

$$G_1(x) + G_2(x) \rightarrow G_3(x); \quad G_1(x) - G_2(x) \rightarrow G_3(x); \quad G_2(x) + G_1(x) \rightarrow G_3(x).$$

Примеры выполнения операций:

$$G_1(x) = x^5 + x^3 + x; \quad G_2(x) = x^4 + x^3 + 1;$$

$$G_3(x) = G_1(x) \oplus G_2(x) = x^5 + x^4 + x^3 + 1.$$

Операция деления является обычным делением многочленов, только вместо вычитания используется сложение по модулю 2:

$$G_1(x) = x^6 + x^4 + x^3; \quad G_2(x) = x^3 + x^2 + 1; \quad G_3(x) = G_1(x)/G_2(x) = x^3 + x^2;$$

$$\begin{array}{r} \oplus \begin{array}{l} x^6 + x^4 + x^3 \\ x^6 + x^5 + x^3 \end{array} \bigg| x^3 + x^2 + 1 \\ \hline x^5 + x^4 \\ \oplus \begin{array}{l} x^5 + x^4 \\ x^5 + x^4 + x^2 \end{array} \\ \hline x^2 \end{array}$$

Циклический сдвиг кодовой комбинации перемещение ее элементов справа налево без нарушения порядка их следования, так что крайний левый элемент занимает место крайнего правого.

Основные свойства и название циклических кодов связаны с тем, что все разрешенные комбинации битов в передаваемом сообщении (кодовые слова) могут быть получены путем операции циклического сдвига некоторого исходного кодового слова.

Допустим, задана исходная кодовая комбинация и соответствующий ей полином:

$$a(x) = a_n x^{n-1} + a_{n-1} x^{n-2} + \dots + a_2 x + a_1.$$

Умножим $a(x)$ на x :

$$a(x) \cdot x = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x.$$

Так как максимальная степень x в кодовой комбинации длиной n не превышает $(n-1)$, то из правой части полученного выражения для получения исходного полинома необходимо вычесть $a_n(x^n - 1)$. Вычитание $a_n(x^n - 1)$ называется взятием остатка по модулю $(x^n - 1)$.

Сдвиг исходной комбинации на i тактов можно представить следующим образом: $a(x) \cdot x^i - a_n(x^n - 1)$, т.е. умножением $a(x)$ на x^i и взятием остатка по модулю $(x^n - 1)$. Взятие остатка необходимо при получении многочлена степени, большей или равной n .

Идея построения циклических кодов базируется на использовании **неприводимых многочленов**. Неприводимым называется многочлен, который не может быть представлен в виде произведения многочленов низших степеней, т.е. делиться только на самого себя или на единицу и не делиться ни на какой другой многочлен. На такой многочлен делится без остатка двучлен $(x^n + 1)$. Неприводимые многочлены в теории циклических кодов играют роль порождающих полиномов. Возвращаясь к определению циклического кода и учитывая запись операций циклического сдвига кодовых комбинаций, можно записать порождающую матрицу циклического кода в следующем виде:

$$V = \begin{bmatrix} P(x) \\ P(x) \cdot x - C_2(x^n - 1) \\ P(x) \cdot x^2 - C_3(x^n - 1) \\ \dots \\ P(x) \cdot x^{m-1} - C_m(x^n - 1) \end{bmatrix},$$

где $P(x)$ - исходная кодовая комбинация, на базе которой получены все остальные $(m-1)$ базовые комбинации;

$C_i = 0$ или $C_i = 1$ («0», если результирующая степень полинома $P(x) \cdot x^i$ не превосходит $(n-1)$, или «1» - если превосходит).

Комбинация $P(x)$ называется порождающей (генераторной) комбинацией. Для построения циклического кода достаточно верно выбрать $P(x)$. Затем все остальные кодовые комбинации получаются такими же, как и в групповом коде.

Порождающий полином должен удовлетворять следующим требованиям:

- $P(x)$ должен быть ненулевым;
- вес $P(x)$ не должен быть меньше минимального кодового расстояния: $V(P(x)) \geq d_{\min}$;

- $P(x)$ должен иметь максимальную степень k (k - число избыточных элементов в коде);
- $P(x)$ должен быть делителем полинома $(x^n - 1)$.

Выполнение последнего условия приводит к тому, что все рабочие кодовые комбинации циклического кода приобретают свойство делимости на $P(x)$ без остатка. Учитывая это, можно дать другое определение циклического кода: циклический код - это код, все рабочие комбинации которого делятся на порождающий полином без остатка.

Для определения степени порождающего полинома можно воспользоваться выражением $r \geq \log_2(n+1)$, где n - размер передаваемого пакета за один раз, т.е. длина строящегося циклического кода.

Примеры порождающих полиномов приведены в таблице 9.

Таблица 9 - Примеры порождающих полиномов

Степень полинома r	Порождающий полином $P(x)$
2	111
3	1011
4	10011
5	100101, 111101, 110111
6	1000011, 1100111
7	10001001, 10001111, 10011101
8	111100111, 100011101, 101100011

Алгоритм получения разрешенной кодовой комбинации циклического кода из комбинации простого кода следующий.

Пусть заданы полином $P(x) = a_{r-1}x^r + a_{r-2}x^{r-1} + \dots + 1$, определяющий корректирующую способность кода, и число проверочных разрядов k , а также исходная комбинация простого m -элементного кода и информационные разряды в виде многочлена $A_m(x)$.

Требуется определить разрешенную кодовую комбинацию циклического кода (n, k) .

1. Представляем исходную кодовую комбинацию в виде многочлена $A_m(x)$. Умножаем многочлен исходной кодовой комбинации на x^r : $A_m(x) \cdot x^r$. Степень порождающего полинома r равна значению старшего разряда исходной кодовой комбинации.

2. Определяем проверочные разряды, дополняющие исходную информационную комбинацию до разрешенной, как остаток от деления полученного в предыдущем пункте произведения на порождающий полином:

$$A_{k-1}(x) \frac{x^r}{P(x)}.$$

Остаток деления обозначим как $R(x)$.

3. Окончательно разрешенная кодовая комбинация циклического кода определится как $A_{n-1}(x) = A_m(x) \cdot x^r + R(x)$.

Для определения ошибок в принятой кодовой комбинации достаточно разделить ее на порождающий полином. Если принятая комбинация разрешенная, то остаток от деления будет нулевым. Ненулевой остаток свидетельствует о том, что принятая комбинация содержит ошибки. По виду остатка (синдрома) можно в некоторых случаях также сделать вывод о характере ошибки и ее местоположении и исправить ошибку.

Алгоритм определения ошибки следующий.

Пусть заданы n -элементные комбинации ($n = k + m$).

1.Выявляем факт наличия ошибки. Получаем остаток от деления принятой комбинации $A_{n-1}(x)$ на порождающий полином $P(x)$: $\frac{A_{n-1}(x)}{P(x)} = R_0(x)$. Наличие остатка $R_0(x)$ при ($R_0(x) \neq 0$) свидетельствует об ошибке.

2.Делим полученный полином $H(x) = A_{n-1}(x) \oplus R_0(x)$ на образующий $P_1(x)$: $\frac{H(x)}{P(x)} = R(x)$, где $R(x)$ - текущий остаток.

3.Сравниваем $R_0(x)$ и $R(x)$. Если они равны, то ошибка произошла в старшем разряде. Если нет, то увеличиваем степень принятого полинома на x и снова делим:

$$\frac{H(x) \cdot x}{P(x)} = R(x).$$

4.Сравниваем полученный остаток с $R_0(x)$. Если они равны, то ошибка произошла во втором разряде. Если они не равны, то умножаем $H(x) \cdot x^2$ и повторяем эти операции до тех пор, пока не получим $R(x) = R_0(x)$.

Ошибка будет в разряде, соответствующем числу на которое повышена степень $H(x)$, плюс 1. Например, в случае равенства $R(x)$ и $R_0(x)$ в п. 4 алгоритма ошибка будет в разряде $\frac{H(x) \cdot x^3}{P(x)} = R_0(x)$.

2.3.8 Современные методы кодирования

К наиболее эффективным методам обеспечения высокого качества цифровой передачи в условиях высокого уровня шума канала связи относятся весьма мощные алгоритмы формирования корректирующих кодов, в разработке которых теория и практика помехоустойчивого кодирования достигли значительных успехов [5].

За годы развития в технику связи успешно внедрены пороговые декодеры, алгоритм Витерби, коды Рида-Соломона, каскадные схемы кодирования. Важными разработками последнего времени являются алгоритмы для турбокодов, каскадные методы кодирования и декодирования, а также многопороговые декодеры.

Однако требования к алгоритмам коррекции ошибок в каналах связи с помехами непрерывно растут. При этом сохраняется основная проблема -

декодирование с эффективностью, близкой к оптимальному, при существующем отношении сигнал/шум в канале связи.

Основными характеристиками методов коррекции ошибок являются следующие:

- средняя вероятность ошибки в информационном бите или в последовательности битов;
- энергетический выигрыш кодирования (ЭВК), показывающий величину снижения энергии, необходимой для передачи одного бита данных при некоторой выбранной средней вероятности ошибки;
- сложность программной и аппаратной реализации алгоритма.

Последняя характеристика имеет большое значение, так как, применяя очень сложные методы кодирования, получают высокий ЭВК, но эти методы практического применения не находят из-за сложности реализации.

На сегодняшний день известно множество различных классов помехоустойчивых кодов, отличающихся друг от друга структурой, функциональным назначением, энергетической эффективностью, алгоритмами кодирования и декодирования и другими параметрами. На рисунке 17 представлена классификация помехоустойчивых кодов.

К основным и наиболее распространенным можно отнести блочные, сверточные, линейные и каскадные коды.

Блочные коды - это коды, в которых кодирование и декодирование производятся в пределах кодовой комбинации или блока. К ним относят коды Боуза-Чоудхури-Хоквингчема (БЧХ-коды), коды Рида-Соломона, мажоритарно декодируемые коды.

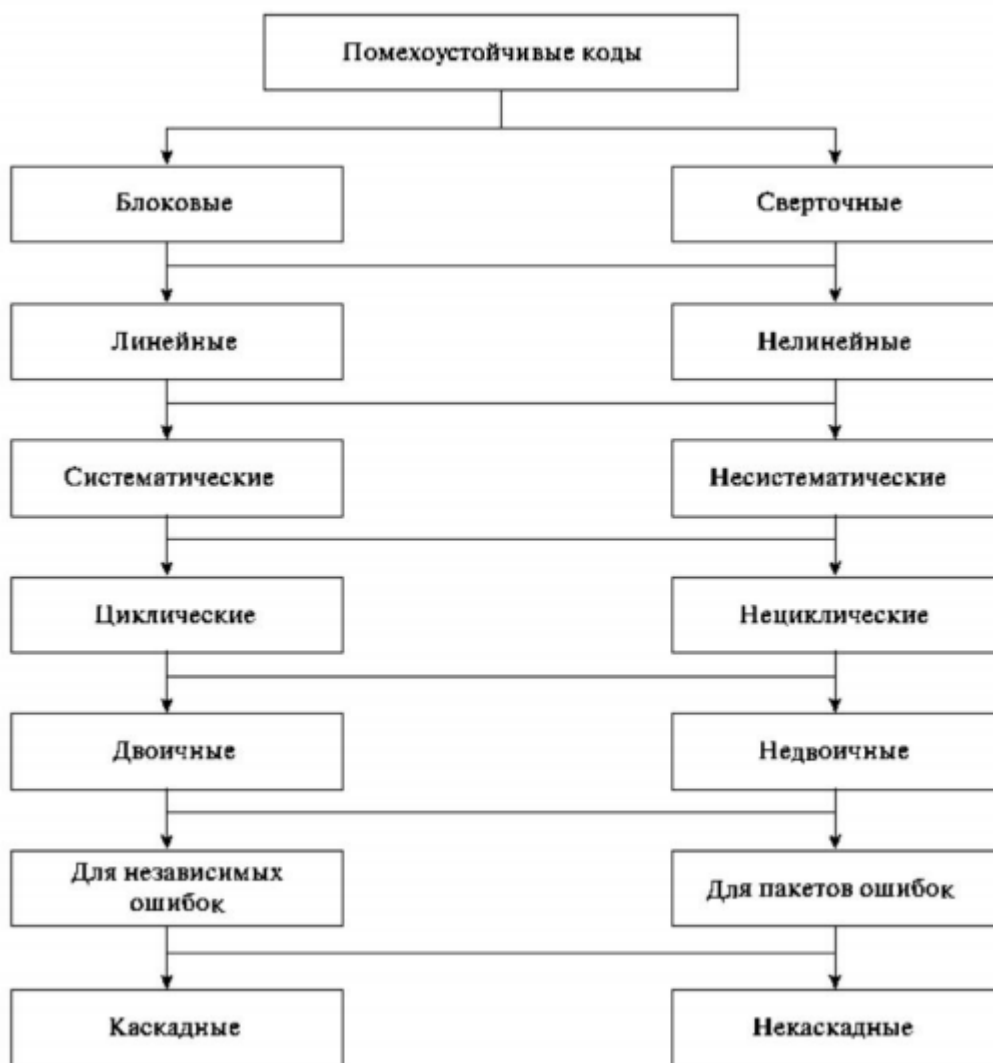


Рисунок 17 - Классификация помехоустойчивых кодов

Сверточные коды - это коды, в которых обработка символов производится непрерывно, без деления на блоки.

Линейные коды - это коды, образующие векторное пространство и обладающие важным свойством: два кодовых сообщения можно сложить, используя подходящее определение суммы, и получить третье кодовое слово. Данное свойство упрощает процедуру кодирования и декодирования. Важный подкласс линейных кодов составляют циклические коды, или циклические избыточные коды (*Cyclic Redundancy Codes* - CRC).

Каскадные коды являются основой **каскадных схем кодирования**. В основе их построения лежит идея совместного использования нескольких составляющих кодов. Такой подход позволил существенно повысить эффективность применения кодирования по сравнению с базовыми не каскадными методами. Примером могут служить каскадные коды, построенные с использованием кода Хэмминга и его модификации. Особое место среди схем кодирования занимает каскадирование с кодами проверки на четность, а также

каскадная схема параллельного каскадирования двух или более составляющих кодов, когда формируются турбокоды.

Примеры задач с решениями

Задача 1. Приняты две кодовые комбинации: 0001 и 1 111. Определить значность кодовых комбинаций, их вес и кодовое расстояние между комбинациями.

Решение. 1. Значность кодовых комбинаций соответствует количеству разрядов - n . В принятых кодовых комбинациях $n_1 = n_2 = 4$.

2. Вес определяется по количеству «1» в комбинации. В принятых кодовых комбинациях $V_1 = 1$; $V_2 = 4$.

3. Кодовое расстояние между комбинациями определяется как вес суммы по модулю 2 кодовых комбинаций. В принятых кодовых комбинациях $d = 0001 \oplus 1111 = 1110 = 3$.

Задача 2. Принята кодовая комбинация 101011. Известно, что вектор ошибки $\bar{e} = 101000$. Найти исходную кодовую комбинацию.

Решение. Для нахождения исходной кодовой комбинации определим сумму по модулю 2 для принятой комбинации и вектора ошибки, т.е. $a' = 101011$, $\bar{e} = 101000$, получим $a = a' \oplus \bar{e} = 101011 \oplus 101000 = 000011$.

Задача 3. Передана кодовая комбинация 1100. Известно, что вес вектора ошибки $V_{\bar{e}} = 2$. Найти возможные варианты искаженных комбинаций и кодовое расстояние, необходимое для обнаружения и устранения всех ошибок.

Решение. 1. Возможные варианты искаженных комбинаций состоят из тех комбинаций, которые отличаются от исходной двумя позиционными местами, так как $m_{\bar{e}} = 2$. Возможные варианты искаженных комбинаций: 1010, 1001, 0110, 0101, 0000.

Проверим комбинации, сложив их по модулю 2 с исходной комбинацией, т.е. $\bar{e} = a \oplus a'$. Получим $\bar{e}_1 = 1100 \oplus 1010 = 0110$; $\bar{e}_2 = 1100 \oplus 1001 = 0101$; $\bar{e}_3 = 1100 \oplus 0110 = 1010$; $\bar{e}_4 = 1100 \oplus 0101 = 1001$; $\bar{e}_5 = 1100 \oplus 0000 = 1100$.

2. Для обнаружения и устранения всех ошибок необходимо, чтобы кодовое расстояние составляло $d \geq t + \delta + 1$, где t - обнаруживаемые ошибки; δ - исправляемые ошибки. При разрядности нашего числа $n = 4$ могут возникнуть четырехкратные ошибки. Следовательно, для их исправления и обнаружения необходимо, чтобы кодовое расстояние удовлетворяло условию $d \geq 4 + 4 + 1 \geq 9$, т.е. необходимо увеличить разрядность кода.

Задача 4. Определить корректирующую способность кода, имеющего разрешенные комбинации 00000, 01110, 10101 и 11011.

Решение. Построим таблицу и определим кодовые расстояния между комбинациями:

	00000	01110	10101	11011
000000	0	3	3	4
01110		0	4	4

10101			0	3
11011				0

Кодовое расстояние $d_{\min} \geq t + 1$; $3 \geq 1 + 1$; $3 \geq 2 + 1$. Следовательно, код обнаруживает двукратные и однократные ошибки.

При кодовом расстоянии $d_{\min} = 4$, при кратности устраняемых ошибок $\delta=1$ и кратности обнаруживаемых ошибок $t = 2$ код устраняет однократные и обнаруживает двукратные ошибки.

При $d_{\min}=4$, $\delta=1$, $t=2$ код исправляет однократные и двукратные ошибки.

Задача 5. Определить значность кода с разрядностью p , обеспечивающего устранение всех однократных ошибок при количестве разрешенных комбинаций $N=8$.

Решение. Определим значность кода по формуле $N = 2^m \leq \frac{2^n}{1+n}$.

2. Определим число информационных символов m :

$$m \geq \log_2 N ; m \geq \log_2 8 ; m \geq 3 ;$$

$$2^3 \leq \frac{2^n}{1+n} , \text{ или } 8 \leq \frac{2^n}{1+n} .$$

Если $m < n$, то при $n = 4$, условие $8 \leq \frac{2^4}{1+4}$ не выполняется;

при $n = 5$ условие $8 \leq \frac{2^5}{1+5}$ не выполняется;

при $n = 6$ условие $8 \leq \frac{2^6}{1+6}$ выполняется.

Следовательно, значность кода $n = 6$.

Задача 6. Заданы кодовые комбинации 0010 и 11011. Образовать для этих комбинаций коды с четным и нечетным числом единиц, коды с удвоением элементов и инверсные коды.

Решение. Коды с четным числом единиц: 0010 $\rightarrow$ 00101 и 11011 $\rightarrow$ 110110. Коды с нечетным числом единиц: 0010 $\rightarrow$ 00100 и 11011 $\rightarrow$ 110111.

2. Коды с удвоением элементов ($1 \rightarrow 10$ и $0 \rightarrow 01$): 0010 $\rightarrow$ 01 01 10 01 и 11011 $\rightarrow$ 10 100110 10.

3. Инверсные коды: 0010 $\rightarrow$ 00101101 и 11011 $\rightarrow$ 1101111011.

Задача 7. Для кодовых комбинаций 10011 и 111110 определить код Хэмминга.

Решение. Представим информационные и проверочные разряды для комбинации 10011 ($m = 5$, $n = 9$). Для 9-разрядного кода символы a_1 , a_2 , a_4 и a_8 - проверочные (П), a_3 , a_5 , a_6 , a_7 и a_9 - информационные (И).

a_9	a_8	a_7	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1
И	П	И	И	И	П	И	П	П
1	1	0	0	1	1	1	1	1

Находим значение проверочных символов из выражения:

$$S_1 = a_1 \oplus a_3 \oplus a_5 \oplus a_7 \oplus a_9 = a_1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0; a_1 = 1;$$

$$S_2 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_6 \oplus a_7 = a_2 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0; a_2 = 1;$$

$$S_4 = a_4 \oplus a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 = a_4 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0; a_4 = 1;$$

$$S_8 = a_8 \oplus a_9 = a_8 \oplus 1 = 0; a_8 = 1.$$

Искомая комбинация преобразуется в код Хэмминга: 10011 → 110011111.

2. Представим информационные и проверочные разряды для комбинации 111110 ($m = 6$, $n = 10$). Для 10-разрядного кода символы a_1, a_2, a_4, a_8 - проверочные, $a_3, a_5, a_6, a_7, a_9, a_{10}$ - информационные.

a_{10}	a_9	a_8	a_7	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1
И	И	П	И	И	И	П	И	П	П
1	1	0	1	1	1	1	0	1	1

Находим значения проверочных символов из выражения:

$$S_1 = a_1 \oplus a_3 \oplus a_5 \oplus a_7 \oplus a_9 = a_1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0; a_1 = 1;$$

$$S_2 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus a_{10} = a_2 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0; a_2 = 1;$$

$$S_4 = a_4 \oplus a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 = a_4 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0; a_4 = 1;$$

$$S_8 = a_8 \oplus a_9 \oplus a_{10} = a_8 \oplus 1 \oplus 1 = 0; a_8 = 0.$$

Исходная комбинация преобразуется в код Хэмминга: 111110 → 1101111011.

Задача 8. Приняты искаженные кодовые комбинации, закодированные кодом Хэмминга: 001110110 и 1101010111. Для каждой из них определить разряд, где произошла ошибка.

Решение. Исходная комбинация:

9	8	7	6	5	4	3	2	1
0	0	1	1	1	0	1	1	0

Найдем суммы S_i и определим двоичное число ошибки:

$$N = S_i \dots S_4, S_3, S_2, S_1.$$

$$S_1 = a_1 \oplus a_3 \oplus a_5 \oplus a_7 \oplus a_9 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1;$$

$$S_2 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_6 \oplus a_7 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0;$$

$$S_3 = a_4 \oplus a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1;$$

$$S_4 = a_8 \oplus a_9 = 0 \oplus 0 = 0.$$

$$N = S_4 S_3 S_2 S_1 = 0101.$$

Следовательно, в пятом разряде произошла ошибка, т.е. неискаженная комбинация - 001100110.

2. Исходная комбинация:

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	1	0	1	0	1	0	1	1	1

Найдем суммы S_i и определим двоичное число ошибки:

$$N = S_i \dots S_4, S_3, S_2, S_1.$$

$$S_1 = a_1 \oplus a_3 \oplus a_5 \oplus a_7 \oplus a_9 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1;$$

$$S_2 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus a_{10} = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0;$$

$$S_3 = a_4 \oplus a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0;$$

$$S_4 = a_8 \oplus a_9 \oplus a_{10} = 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$$

$$N = S_4 S_3 S_2 S_1 = 0001.$$

Следовательно, в первом разряде произошла ошибка, т.е. неискаженная комбинация - 1101010110.

Задача 9. Определить и удалить ошибку в передаваемой комбинации вида

1	0	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	0	

Для контроля использовать метод проверки на четность.

Решение. Проведем проверку на четность по строкам: $k_1 = 0$; $k_2 = 1$; $k_3 = 0$; а также по столбцам: $k_4 = 0$; $k_5 = 0$; $k_6 = 0$; $k_7 = 1$; $k_8 = 0$; $k_9 = 0$; $k_{10} = 0$. Проверка показала, что ошибка возникла в разряде второй строки третьего столбца.

Запишем правильный вариант комбинации:

1	0	0	1	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	0	

Задача 10. Представить исходную комбинацию 1101 циклическим кодом.

Решение. Исходная комбинация в виде полинома имеет вид $A(x) = x^3 + x^3 + 1$.

Определяем число контрольных символов $r = 3$. Из таблицы 2.8 возьмем многочлен $P(x) = x^3 + x + 1$, т.е. 1011. Умножим $A(x)$ на x^r :

$$A(x) \cdot x^r = (x^3 + x^2 + 1) \cdot x^3 = x^6 + x^5 + x^3 \Rightarrow 11010000.$$

Разделим полученное произведение на образующий полином $P(x)$:

$$\frac{A(x) \cdot x^r}{P(x)} = \frac{x^6 + x^5 + x^3}{x^3 + x + 1}; R(x) = x^3 + x^2 + x + 1 + 1.$$

При делении необходимо учитывать, что вычитание производится по модулю 2. Остаток $R(x)$ суммируем с $A(x) \cdot x^r$:

$$A(x) = A(x) \cdot x^r + R(x).$$

В результате получим закодированное сообщение $A(x) = (x^6 + x^5 + x^3) + 1 = x^6 + x^3 + x^3 + 1$. Запишем в виде комбинации: 1101001.

В полученной кодовой комбинации циклического кода информационные символы $A(x) = 1101$, проверочные $R(x) = 001$. Закодированное сообщение делится на порождающий полином без остатка.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Приняты две кодовые комбинации: 110111 и 001111. Определить значность кодовых комбинаций, их вес и кодовое расстояние между комбинациями.

Задача 2. Принята кодовая комбинация 100011011. Известно, что вектор ошибки $\bar{e} = 010001100$. Найти исходную кодовую комбинацию.

Задача 3. Передана кодовая комбинация 0110. Известно, что вес вектора ошибки $V_{\bar{e}} = 3$. Найти возможные варианты искаженных комбинаций и кодовое расстояние, необходимое для обнаружения и устранения всех ошибок.

Задача 4. Определить корректирующую способность кода, имеющего разрешенные комбинации 00011, 10010, 11001, 11011 и 11111.

Задача 5. Определить значность кода с разрядностью n , обеспечивающего устранение всех однократных ошибок при количестве разрешенных комбинаций $N = 64$ и $N = 256$.

Задача 6. Заданы кодовые комбинации 1101101 и 10011. Образовать для этих комбинаций коды с четным и нечетным числом единиц, коды с удвоением элементов и инверсные коды.

Задача 7. Для кодовых комбинаций 100011 и 1101 определить код Хэмминга.

Задача 8. Приняты искаженные кодовые комбинации, закодированные кодом Хэмминга: 100110110 и 1101010000. Для каждой из них определить разряд, где произошла ошибка.

Задача 9. Определить и удалить ошибку в передаваемой комбинации вида

0	1	1	0	0
0	0	0	1	1
1	1	1	1	1
1	0	1	0	

Для контроля использовать метод проверки на четность.

Задача 10. Определить и удалить ошибку в передаваемой комбинации вида

0	1	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	1	1	1
1	0	1	1	

Для контроля использовать метод проверки на нечетность.

Задача 11. Представить исходную комбинацию 11001 циклическим кодом.

Задача 12. Представить исходную комбинацию 10111 циклическим кодом.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается процесс кодирования?
2. Перечислите виды кодирования.
3. Объясните понятия «основание» и «значность кода».
4. Чем отличаются равномерный и неравномерный коды?
5. Что такое помехоустойчивое кодирование?
6. Объясните понятия «вес кодовой комбинации» и «вектор ошибки».
7. Что такое кодовое расстояние?
8. Объясните понятие «кратность ошибок».
9. Как определяется группа разрешенных комбинаций? 10. Как определяется группа запрещенных комбинаций?
11. Расскажите о кодировании по методу Шеннона Фано.
12. В чем состоит суть метода Хаффмена?
13. Объясните принцип кодирования с проверкой на четность.
14. Расскажите о кодировании с удвоением элементов.
15. Расскажите об инверсном кодировании.
16. В чем состоит суть кодирования по методу Хэмминга?
17. Объясните принцип построения циклических кодов.

3 Анализ сигналов

3.1 Основные компоненты анализа сигналов

Для успешной передачи сигналов в системах связи необходимо выполнить различные операции по обработке этих сигналов. Обработка сигналов связана с их представлением в удобной форме для дальнейшей передачи с учетом характеристик канала связи.

Одним из основных компонентов обработки сигналов является анализ. Основная цель анализа – сравнение сигналов друг с другом для выявления их сходства и различия. Можно выделить три основные составляющие анализа, основанные на математическом аппарате теории сигналов:

- измерение интегральных параметров сигналов: энергии, средней мощности, среднеквадратичного отклонения от среднего значения;
- спектральный анализ сигналов в виде разложения сигнала на элементарные составляющие для их рассмотрения по отдельности либо для сравнения свойств различных сигналов. Такое разложение проводится с использованием рядов и интегральных преобразований, важнейшим из которых являются ряд и преобразование Фурье;
- корреляционный анализ в виде количественного измерения степени похожести различных сигналов.

3.2 Спектральный анализ сигналов

3.2.1 Основные понятия частотного спектра

Сигналы, которые применяются в современных системах связи, имеют сложный вид, но в большинстве случаев работу любой системы связи можно проанализировать, используя в качестве базового сигнала просто синусоидальный сигнал $S(t)$, который описывает гармоническое колебание. Анализ сигналов сводится к математическому анализу таких параметров, как частота, ширина полосы частот и уровень напряжения сигнала. Электрические сигналы – это значение напряжения или токи, которые в зависимости от времени могут быть представлены в виде суммы синусоидальных или косинусоидальных сигналов.

Каждый сигнал можно представить как временной или частотный.

Временное представление сигнала – это описание изменений сигнала во времени. Устройство для отображения временных изменений электрических сигналов называется осциллографом. Изображение на экране осциллографа представляет собой график зависимости величины сигнала от времени и называется формой сигнала, или осциллограммой. Это изображение не дает непосредственного представления о частоте сигнала и распределения частотного спектра.

Совокупность простых гармонических колебаний, на которые может быть разложен сложный сигнал, называется **частотным спектром сигнала**. Синусоидальный сигнал с частотой, кратной частоте основного колебания, называется **гармонией**. Синусоидальный сигнал с основной частотой повторения формы сигнала называется **основной гармонией**. **Основная частота** – это минимальная частота, необходимая для представления сигнала.

Частотное представление сигнала – это описание набора гармонических составляющих сигнала. Прибор для отображения сигнала в частотной области называется анализатором спектра. Анализатор спектра не даёт представления о форме сигнала, он показывает амплитуды гармонических и различных комбинационных составляющих в зависимости от их расположения на оси частот, т.е. даёт информацию о распределении амплитуд по частоте. Каждая составляющая во входном сигнале отображается на экране анализатора вертикальной чертой с высотой, равной амплитуде спектральной составляющей.

Для анализа сложных сигналов чаще всего используют теорию специальных рядов, разработанную в 1826 г. французским физиком и математиком Жаном Б., Фурье. Эти ряды соответственно называются рядами Фурье.

Анализ Фурье позволяет переходить при рассмотрении сигналов из временной области в частотную область и обратно [13, 14].

Совокупность амплитуд гармоник ряда Фурье называют **амплитудно-частотным спектром**, а совокупность начальных фаз – **фазо-частотным спектром**. Эти понятия не следует путать с амплитудно- и фазо-частотными характеристиками, которые относятся к цепям, а не сигналам.

Как уже было сказано, для передачи сигнала предварительно необходимо преобразовать в вид, приемлемый для передачи по каналу связи. Основной операцией здесь является изменение спектральных свойств сигнала или его частотного спектра. Эта операция выполняется для согласования частотного спектра с характеристиками канала связи. В некоторых системах связи с данным частотным могут непосредственно подаваться на вход канала связи без модуляции несущей частоты. Такая передача называется передачей модулирующего сигнала, или **передача видео сигнала**.

В радио или волоконно-оптических линиях связи частотного спектра исходного сигнала отличается от частотного спектра, который можно непосредственно передать по каналу. В таких случаях необходимо перенести частотный спектр сигнала в область более высоких частот. Перенос частотного спектра называется **частотным преобразованием**.

Чтобы определить, соответствует ли частотный спектр сигнала полосе пропускания канала связи, необходимо сначала определить частотный спектр сигнала. Существует ряд стандартных простых сигналов, спектры которых хорошо известны. Для определения спектра других сигналов используют специальные методы.

Простой **синусоидальный сигнал** описывается функцией $S(t) = S_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$, которая представляет собой гармоническое колебание с частотой $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$, Гц.

Кроме представления во временной области (рисунок 18,а), сигнал представляется в частотной области (рисунок 18,б). По вертикальной оси на этом графике откладывается амплитуда, а по горизонтальной – частота. Если частотный спектр имеет только одну составляющую, то такой спектр описывается δ -функцией. Такой спектр называется *линейчатым*. При этом энергия частотного спектра сосредоточена на одной дискретной частоте. В случае такого распределения частотных составляющих сигнала его временное представление имеет вид непрерывной функции. При этом аргумент функции $S(t)$ - время – измеряемое в бесконечных пределах.

Если сигнал периодический, то его спектр математически представляется рядом Фурье. Спектр непериодического сигнала представляется интегралом Фурье, примененным к функции, описывающий временное представление сигнала.

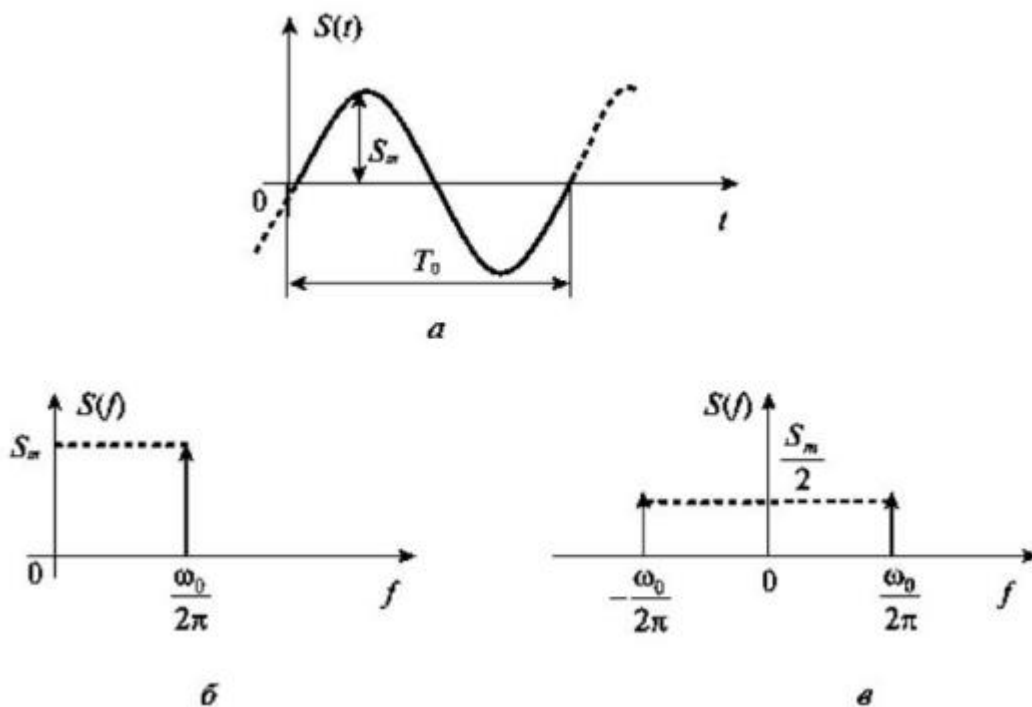


Рисунок 18 - Представление синусоидального сигнала $S(t)$ во временной области (а), а также в одностороннем (б) и двустороннем (в) спектрах частотной области

3.2.2 Частотный спектр периодического сигнала

Периодический сигнал $S(t)$ (рисунок 19) изменяется непрерывно и имеет период T_0 повторения значений. Такой сигнал может быть представлен бесконечной суммой гармонических колебаний (при $k=1,2,3,\dots$):

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \omega_0 t + b_1 \sin \omega_0 t + a_2 \cos 2\omega_0 t + b_2 \sin 2\omega_0 t + \dots + a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t \quad (17)$$

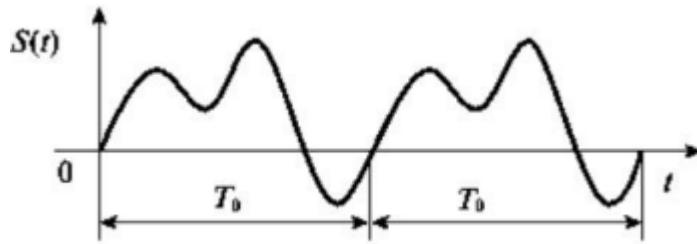


Рисунок 19 -Периодический сигнал

В выражении (17) $a_0/2$ представляет собой постоянную составляющую сигнала, принимающую среднее значение сигнала за период. Это может быть постоянный ток или постоянное напряжение. Затем следуют две составляющие: с частотой

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi}. \quad (18)$$

Эту частоту и называют основной. Две следующие составляющие – **вторые гармоники** – имеют частоту, равную удвоенной основной частоте. В общем случае ряд повторяется до бесконечности и частоты составляющих сигнала будут отличаться от основной частоты во все большее число раз, т.е. появятся третья, четвертая и другие гармоники.

Приведенный ряд (17) представляется в компактном виде:

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t), \quad (19)$$

где k - номер гармонической составляющей;

a_k, b_k – амплитуды k -гармоник.

Такое разложение периодической функции времени на гармонические составляющие называют **рядом Фурье**. При этом амплитуды и начальные фазы любой гармоники определяются следующими выражениями:

$$a_k = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} S(t) \cos k\omega_0 t dt, a_0 = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} S(t) dt, b_k = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} S(t) \sin k\omega_0 t dt \quad (20)$$

Если ввести такие характеристики, как общая амплитуда и начальная фаза k -гармоник, то ряд Фурье можно записать в виде

$$S(t) = S_0 + \sum_{k=1}^{\infty} S_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k),$$

$$\text{где} \quad S_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad S_0 = \frac{a_0}{2}, \quad \varphi_k = \arctg \frac{b_k}{a_k} \quad (21)$$

В теории сигналов широко используется комплексное представление сигналов, когда учитывается только амплитуда и начальная фаза, а основная частота не учитываются, так как в линейных цепях она сохраняется постоянной. Таким образом, для характеристики гармонических сигналов используется два числа – амплитуда и фаза в виде комплексной амплитуды:

$$Z = X = jY = |Z|e^{j\varphi},$$

где $|Z|$ – амплитуда гармонического сигнала.

Представим выражение (19) в комплексной форме, заменяя тригонометрические функции показательными, для чего используем **формулы Эйлера**:

$$\cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}; \quad \sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}; \quad (22)$$

$$e^{jx} = \cos x + j \sin x; \quad e^{-jx} = \cos x - j \sin x. \quad (23)$$

Подставив (22) в (19), с учетом $1/j = -j$ получим:

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{a_k - jb_k}{2} e^{jk\omega_0 t} + \frac{a_k + jb_k}{2} e^{-jk\omega_0 t} \right) \quad (24)$$

Обозначим комплексные амплитуды в алгебраической форме:

$$C_k = \frac{a_k - jb_k}{2}, \quad C_{-k} = \frac{a_k + jb_k}{2}. \quad (25)$$

Тогда с учетом (23) составляющие комплексной амплитуды примут вид

$$\begin{aligned} C_k = \frac{a_k - jb_k}{2} &= \frac{2}{2T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} S(t) (\cos k\omega_0 t - j \sin k\omega_0 t) dt = \\ &= \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} S(t) e^{-jk\omega_0 t} dt. \end{aligned} \quad (26)$$

Аналогично и $C_{-k} = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} S(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$. Заметим, что выражение для C_{-k} и C_k

различаются лишь знаком перед мнимой частью. При отрицательном значении k с учетом (26) ряд Фурье (24) примет вид

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (C_k e^{jk\omega_0 t} + \sum_{k=-1}^{-\infty} (C_{-k} e^{-jk\omega_0 t}. \quad (27)$$

В этом выражении присутствует среднее значение или постоянная составляющая сигнала $\frac{a_0}{2}$. Используя (20) для составляющих амплитуды, получим выражение

$$C_0 = \frac{a_0}{2} = \frac{2}{2T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} S(t) \cos(0 \cdot \omega_0 \cdot t) dt = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} S(t) dt.$$

Объединив обе суммы в выражении (27), получим комплексную форму записи ряда Фурье:

$$S(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{jk\omega_0 t} \quad (28)$$

где $C_k = |C_k| e^{j\varphi_k}$ – комплексные амплитуды гармоник:

$$C_k = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} S(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad (29)$$

Таким образом, ряд Фурье показывает, что периодически функция времени $S(t)$ может быть представлена не только своими мгновенными значениями, но и гармоническими составляющими с частотами, кратными основной частоте.

Пример предоставления периодического сигнала спектральными гармоническими составляющими показан на рисунке 20.

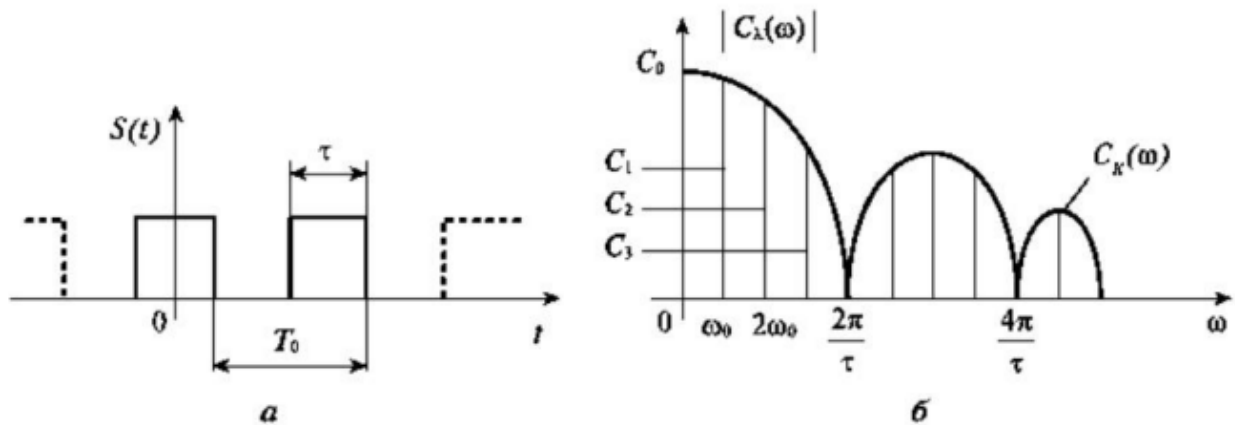


Рисунок 20 -Представление периодического сигнала: а – временное представление последовательности прямоугольных импульсов с периодом T_0 ; б – спектральное представление сигнала

3.2.3 Частотный спектр непериодического сигнала

Рядом Фурье вида (19) или (28) могут быть представлены только периодические сигналы. Но строго периодических сигналов не бывает, так как сигналы имеют начало и конец, изменяют свою форму в связи с модуляцией и действием помех. Всякий непериодический сигнал (неповторяющийся, однократный) можно рассматривать как периодический, период которого равен ∞ , т.е. $T_0 \rightarrow \infty$. Непериодический сигнал показан на рисунке 21.

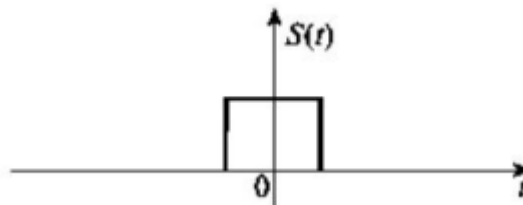


Рисунок 21 - Непериодический сигнал

При увеличении периода T_0 интервалы между частотами гармонических составляющих в спектре сигнала и амплитуды спектральных составляющих уменьшаются и в пределе при $T_0 \rightarrow \infty$ становятся бесконечно малыми величинами [18]. При этом ряд Фурье, отображающий спектральное разложение периодического сигнала, преобразуется в **интеграл Фурье**, отображающий спектральное разложение непериодического сигнала.

Рассмотрим, как произойдут эти изменения. Для этого от выражения (29) возьмем предел при $T_0 \rightarrow \infty$ и учтем, что дискретные значения частот $k\omega_0 = \frac{k2\pi}{T_0}$ превращаются в текущее значение частоты $k\omega_0 \rightarrow \omega$, а интервал между дискретными частотами становится бесконечно малым: $\nabla\omega = (k+1)\omega_0 - k\omega_0 = \omega_0 \rightarrow d\omega$. Тогда получим:

$$\lim_{T_0 \rightarrow \infty} C_k = \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(t) e^{-j\omega t} dt = \frac{d\omega}{2\pi} \Phi(j\omega). \quad (30)$$

Функция $\Phi(j\omega)$ выражает **спектральную плотность комплексной амплитуды**. Подставим (30) в (28) и возьмем предел $T_0 \rightarrow \infty$. Тогда сумма превратится в интеграл:

$$\lim_{T_0 \rightarrow \infty} S(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(j\omega) e^{-j\omega t} d\omega.$$

В результате получается **прямое** и обратное **преобразование Фурье**: для вычисления спектральной плотности комплексной амплитуды сигнала и для восстановления исходного сигнала по его спектру

$$S(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(j\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (31)$$

Представление непериодической функции интегралом Фурье возможно при выполнении следующих условий:

- функция $S(t)$ удовлетворяет условиям Дирихле;
- функция абсолютно интегрируема.

Рассмотрим три примера непериодических сигналов: прямоугольного импульса δ -функции и отрезка синусоиды.

1. Прямоугольный импульс имеет аналитическое выражение

$$S(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < -\frac{\tau}{2} \\ h & \text{при } -\frac{\tau}{2} \leq t \leq \frac{\tau}{2} \\ 0 & \text{при } t > \frac{\tau}{2} \end{cases}$$

Временное представление прямоугольного импульса приведено на рисунке 22.

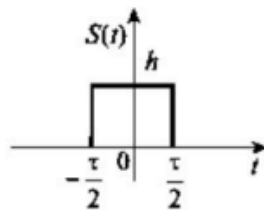


Рисунок 22 -Временное представление прямоугольного импульса

Для определения спектральной плотности амплитуд прямоугольного импульса воспользуемся интегралом Фурье (31) и формулой Эйлера (22):

$$\begin{aligned}\Phi(j\omega) &= \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} h e^{-j\omega t} dt = \frac{h}{-j\omega} e^{-j\omega t} \bigg|_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} = \\ &= \frac{2h}{\omega} \left[\frac{e^{j\omega \frac{\tau}{2}} - e^{-j\omega \frac{\tau}{2}}}{2j} \right] = \frac{2h}{\omega} \sin\left(\omega \frac{\tau}{2}\right) = h\tau \frac{\sin\left(\omega \frac{\tau}{2}\right)}{\left(\omega \frac{\tau}{2}\right)}.\end{aligned}\tag{32}$$

Из (32) следует, что спектральная плотность амплитуды прямоугольного импульса описывается функцией вида $\frac{\sin x}{x}$. Из математики известно, что $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$. Определим ширину частотного спектра прямоугольного импульса $\Delta \omega_{np}$ (рисунок 23), для чего найдем значения частот, в которых наблюдается первый ноль, т.е. найдем корни уравнения $|\Phi(j\omega)| = 0$. Выражение (32) обращается в ноль при значениях аргумента синуса, кратных π : $\frac{\omega_{1,2}\tau}{2} = n\pi$ при $n = \pm 1$. Тогда

$$\omega_{1,2} = \pm \frac{2\pi}{\tau} \text{ и } \Delta \omega_{np} = \frac{4\pi}{\tau} \text{ или } \Delta f_{np} = \frac{2}{\tau}.\tag{33}$$

Из (33) следует, что частотный спектр прямоугольного импульса тем шире, чем короче его длительность. В этом частном случае проявляется фундаментальное свойство преобразования Фурье: **длительность сигнала и ширина его частотного спектра связаны обратно пропорциональной зависимостью.**

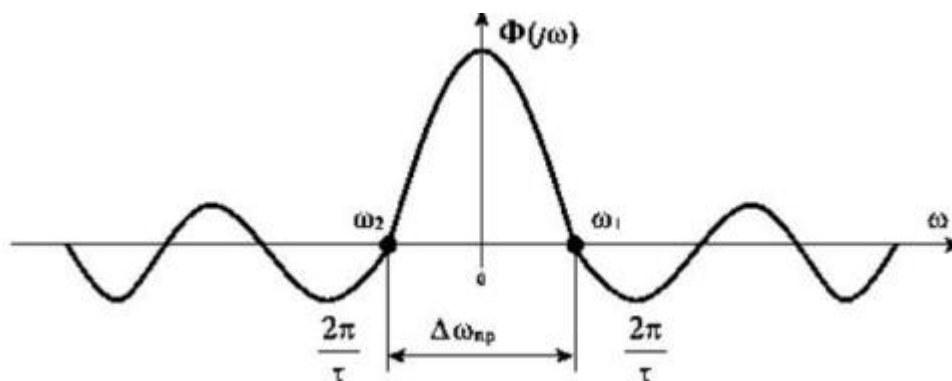


Рисунок 23 -Частотный спектр прямоугольного импульса $\Delta \omega_{нр}$

2. δ -функция-это математическая (абстрактная) модель сигнала.

δ -функция имеет аналитическое выражение $\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{при } t = 0 \\ 0 & \text{при } t \neq 0 \end{cases}$

При этом $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$.

Временное представление δ -функции приведено на рисунке 24.

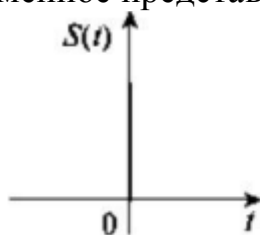


Рисунок 24 – Временное представление δ -функции

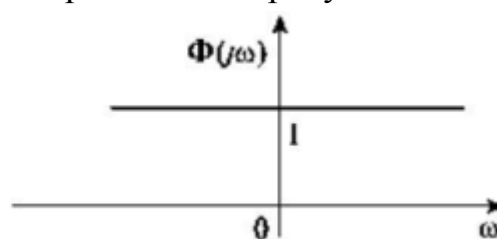


Рисунок 25 – Частотный спектр δ -функции: $\Phi(j\omega) = 1$

Частотный спектр-функции (рисунок 25)-сплошной, бесконечно широкий, с постоянной спектральной плотностью.

3.Отрезок синусоиды имеет аналитическое выражение

$$S(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ \sin \omega_0 t & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{2\pi n}{\omega_0} \\ 0 & \text{при } t > \frac{2\pi n}{\omega_0} \end{cases}$$

где n – число периодов.

Амплитудный спектр отрезка синусоиды выражается как

$$\Phi(j\omega) = \frac{2j\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} (-1)^N \sin n\pi \frac{\omega}{\omega_0}.$$

Временное представление отрезка синусоиды приведено на рисунке 26

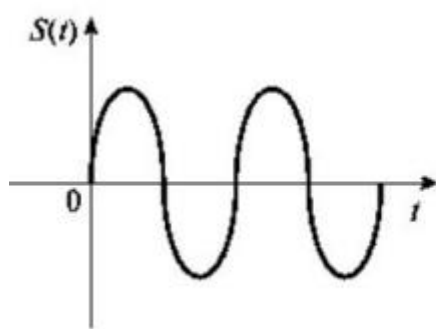


Рисунок 26 -Временное представление отрезка синусоиды

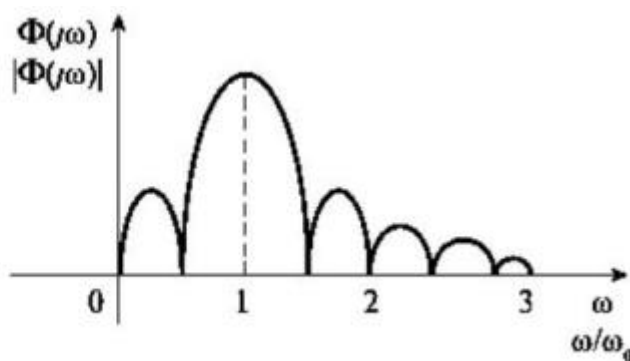


Рисунок 27 - Частотный спектр отрезка синусоиды

Частотный спектр отрезка синусоиды показан на рисунке 27

3.2.4 Сопоставление периодического и непериодического сигналов

Представим периодический сигнал $S_k(t)$ с периодом T_0 и непериодический сигнал $S(t)$, который на интервале времени $(t_1, t_1 + T_0)$ совпадает с периодическим, а вне этого интервала равен 0 (рисунок 28).

Аналитические выражения комплексной амплитуды частотного спектра периодического сигнала и спектральная плотность непериодического сигнала имеют вид

$$C_k = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} S(t) e^{-jk\omega_0 t} dt; \quad \Phi(j\omega) = \int_{t_1}^{t_1+T_0} S(t) e^{-j\omega t} dt$$

соответственно.

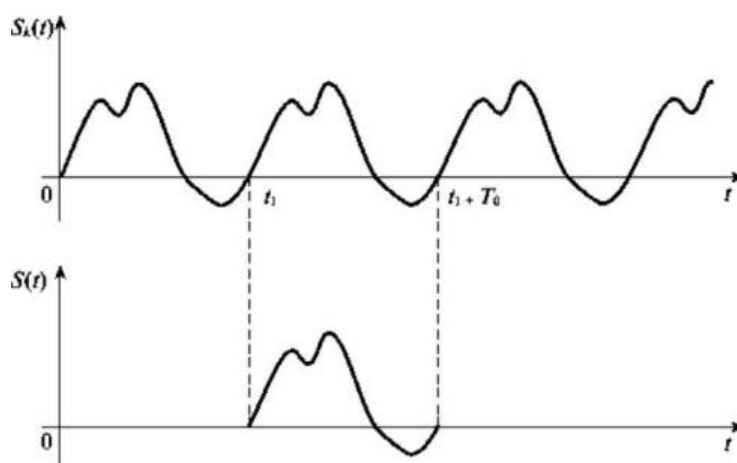


Рисунок 28 - Периодический и непериодический сигналы

Из выражений следует, что огибающая частотного спектра непериодического сигнала, заданного в интервале времени $t_1 \leq t \leq t_1 + T_0$,

совпадает с огибающей частотного спектра периодического сигнала и описывается функцией одного вида, зависящей от формы сигнала на периоде. Таким образом, частотный спектр непериодического сигнала можно определить по известному частотному спектру соответствующего периодического сигнала и наоборот.

Над сигналом можно выполнить различные операции. Одной из таких операций является *сдвиг во времени*. В этом случае любое событие, происходящее в момент времени $t_1 + T_0$. При этом амплитуда функции $S(t_1)$ равна амплитуде $S(t_1 + T_0)$ и амплитудно-частотный спектр не меняется. Таким образом, *сдвиг сигнала во времени не меняет амплитудно-частотный спектр, а влияет на фазочастотный спектр* [14].

Самыми распространенными операциями над сигналами являются сложение, вычитание, умножение и деление. Более сложные операции интегральные преобразования (свертка, корреляционный интеграл, преобразование Фурье).

Для пропускания гармонических составляющих сигнала заданного диапазона частот используется операция фильтрации, которую реализует *фильтр*. Он пропускает частоты, соответствующие полосе пропускания, и отсекает частоты, лежащие вне этой полосы.

Существуют фильтры низких частот (ФНЧ), фильтры высоких частот (ФВЧ), полосовые фильтры (ПФ) и полосовые режекторные (заграждающие) фильтры (РФ). С помощью фильтров выполняется селектирование одного из каналов в многоканальной системе, где отдельные каналы занимают смежные диапазоны частот. Другим назначением фильтров является ограничение на входе приемника до частного диапазона ожидаемого сигнала. Благодаря этому любые помехи, появляющиеся на частотах, близких к частотам полезного диапазона частот, эффективно отсекаются, что позволяет улучшить качество работы системы связи в целом.

3.3 Энергия сигнала

На практике часто используются такие характеристики, как энергия и мощность сигнала. Если к резистору с сопротивлением R приложено постоянное напряжение U , то выделяющаяся в резисторе мощность будет

$$P = \frac{U^2}{R} \quad (34)$$

За время T в этом резисторе выделится тепловая энергия

$$E = \frac{U^2 T}{R} \quad (35)$$

Если к тому же резистору приложить не постоянное напряжение, а напряжение, описываемое сигналом $S(t)$, то рассеиваемая в резисторе мощность также будет зависеть от времени. Тогда мгновенную мощность можно описывать выражением

$$p(t) = \frac{S^2(t)}{R} \quad (36)$$

Чтобы вычислить выделяющуюся за время Т энергию, мгновенную мощность необходимо интегрировать в пределах интервала Т:

$$E = \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{R} \int_0^T S^2(t) dt \quad (37)$$

Можно ввести также понятие средней мощности за заданный промежуток времени, разделив энергию на длительность временного интервала:

$$P_{cp} = \frac{E}{T} = \frac{1}{RT} \int_0^T S^2(t) dt \quad (38)$$

Во все формулы входит сопротивление нагрузки R. Однако если энергия и мощность интересуют нас не как физические величины, а как средство сравнения различных сигналов, то этот параметр можно из формул исключить, приняв R = 1 Ом. Тогда можем определить энергию, мгновенную мощность и среднюю мощность сигнала, принятые в теории сигналов:

$$E = \int_0^T S^2(t) dt; p(t) = S^2(t); P_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T S^2(t) dt \quad (39)$$

Фактически сигнал не производит работы и физически энергии нет, так как сигнал - это абстрактное понятие. Однако формально взяв квадрат от сигнала, мы говорим о мощности или об энергии сигнала, применяя эти характеристики к сигналу.

В теории передачи информации практическое значение имеет **равенство Парсеваля**, формально описывающее закон сохранения энергии применительно к сигналам при переходе от временного представления сигнала S(t) к частотному спектру $\Phi(j\omega)$. Для получения равенства Парсеваля выполним следующие действия.

1. Запишем выражение для определения энергии сигнала S(t) в виде
2. $E = \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) S(t) dt$.
2. Выразим энергию через спектральную плотность амплитуд, т.е. используем обратное преобразование Фурье (33):

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \right] dt.$$

Поскольку S(t) не зависит от ω , то внесем S(t) во второй интеграл:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \Phi(j\omega) e^{j\omega t} d\omega dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \Phi(j\omega) e^{j\omega t} d\omega dt = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(j\omega) \int_{-\infty}^{\infty} S(t) e^{j\omega t} dt d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(j\omega) \cdot \Phi(-j\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(\omega)|^2 d\omega. \end{aligned}$$

В результате получим равенство Парсеваля;

$$\int_{-\infty}^{\infty} S^2(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(\omega)|^2 d\omega, \quad (40)$$

в котором проявляется закон сохранения энергии сигнала: энергия сигнала во временной области равна энергии спектра сигнала в частотной области.

Энергия сигнала может быть конечной или бесконечной. Например, любой сигнал конечной длительности будет иметь конечную энергию (если он не содержит σ - функций или ветвей, уходящих в бесконечность). А периодический сигнал имеет бесконечную энергию, так как формально он бесконечен во времени. Если энергия сигнала бесконечна, то можно определить его среднюю мощность на всей временной оси. В результате выполнения предельного перехода интервал усреднения стремится к бесконечности:

$$P_{cp} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} S^2(t)dt. \quad (41)$$

Если взять квадратный корень из средней мощности, то это даст среднеквадратичное (*действующее*) значение или *эффективное* значение сигнала:

$$S = \sqrt{P_{cp}} = \sqrt{\lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} S^2(t)dt} \quad (42)$$

Примеры задач с решением

Задача 1. Представить ряд Фурье и определить амплитудный спектр периодического сигнала (рисунок 29) с амплитудой h , периодом T_0 и длительностью импульсов τ

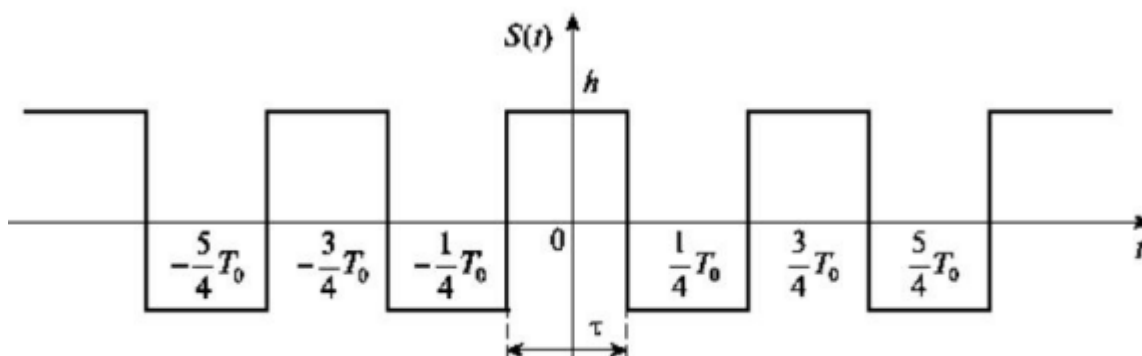


Рисунок 29 -Периодическая импульсная последовательность

Решение. Данную задачу можно решить двумя способами.

1. С использованием комплексной формы записи ряда Фурье (28) [11]. Представим исходные данные в выражение для комплексной амплитуды частотного спектра (29), учитывая, что импульсная последовательность имеет значение $\pm h$:

$$C_k = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} S(t) e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{1}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} 2h e^{-jk\omega_0 t} dt.$$

Используя табличный интеграл $\int e^{kx} dx = \frac{e^{kx}}{k}$, получим:

$$\begin{aligned} C_k &= \frac{2h}{\tau} \frac{e^{-jk\omega_0 t}}{-jk\omega_0} \bigg|_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} = -\frac{2 \cdot h}{jk\omega_0} \cdot \left(e^{-jk\omega_0 \frac{\tau}{2}} - e^{-jk\omega_0 \left(-\frac{\tau}{2}\right)} \right) = \left| \begin{array}{l} \text{умножаем, делим на } 2 \\ \text{и вводим } 2j \text{ в скобки} \end{array} \right| = \\ &= -\frac{4h}{jk\omega_0} \cdot \left(\frac{e^{-jk\omega_0 \frac{\tau}{2}} - e^{-jk\omega_0 \left(-\frac{\tau}{2}\right)}}{2j} \right) = \left| \begin{array}{l} \text{выражение в скобках} \\ \text{соответствует формуле Эйлера} \end{array} \right| = \\ &= \frac{4h}{jk\omega_0} \cdot \sin k\omega_0 \frac{\tau}{2} = \frac{2h}{k\omega_0} \cdot \frac{\sin k\omega_0 \frac{\tau}{2}}{\frac{\tau}{2}} = \left| \begin{array}{l} \text{подводим выражение} \\ \text{для синуса под} \\ \text{функцию вида } \frac{\sin x}{x} \end{array} \right| = 2h \frac{\sin k\omega_0 \frac{\tau}{2}}{k\omega_0 \frac{\tau}{2}} \end{aligned}$$

Таким образом, исходный сигнал, представляющий собой периодическую последовательность прямоугольных импульсов, с учетом равенства $\tau = \frac{T_0}{2}$ будем иметь амплитудно – частотный спектр в виде комплексной формы записи ряда Фурье как

(43)

$$S(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2h \frac{\sin k\omega_0 \frac{\tau}{2}}{k\omega_0 \frac{\tau}{2}} e^{jk\omega_0 t}$$

Из (43) следует, что огибающая амплитудно-частотного спектра соответствует амплитудно-частотному спектру одиночного импульса (42)

Для $k=1$ из (43) следует, что амплитуда основной гармоники

$$S_1 = 2h \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} = \frac{4h}{\pi}.$$

2. С использованием тригонометрической формы записи ряда Фурье (19). Для определения спектральных составляющих a_k и b_k воспользуемся выражением (20). Из вида периодического сигнала (см. рисунок 29) следует, что среднее значение или постоянная составляющая сигнала $a_0=0$. Запишем выражение для определения функции $S(t)$ на интервале одного периода T_0 :

$$S(t) = \begin{cases} +h & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{T_0}{4} \\ -h & \text{при } \frac{T_0}{4} \leq t \leq \frac{3T_0}{4} \\ +h & \text{при } \frac{3T_0}{4} \leq t \leq T_0 \end{cases}$$

Определим амплитуды косинусоидальных составляющих ряда Фурье:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{T_0} \int_0^{\frac{T_0}{4}} h \cos k\omega_0 t dt + \frac{2}{T_0} \int_{\frac{T_0}{4}}^{\frac{3T_0}{4}} -h \cos k\omega_0 t dt + \frac{2}{T_0} \int_{\frac{3T_0}{4}}^{T_0} h \cos k\omega_0 t dt = \\ &= \frac{2h}{T_0} \left(\frac{1}{k\omega_0} \sin k\omega_0 t \Big|_0^{\frac{T_0}{4}} + \frac{-1}{k\omega_0} \sin k\omega_0 t \Big|_{\frac{T_0}{4}}^{\frac{3T_0}{4}} + \frac{1}{k\omega_0} \sin k\omega_0 t \Big|_{\frac{3T_0}{4}}^{T_0} \right) = \\ &= \frac{2h}{T_0 k\omega_0} \left(\sin \frac{k\omega_0 T_0}{4} - 0 - \sin \frac{k\omega_0 3T_0}{4} + \sin \frac{k\omega_0 T_0}{4} + \sin k\omega_0 T_0 - \sin \frac{k\omega_0 3T_0}{4} \right). \end{aligned}$$

Поскольку $T_0 = \frac{2\pi}{\omega}$, то $\sin k\omega_0 T_0 = \sin k2\pi = 0$, и это выражение можно записать как

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2h}{T_0 k\omega_0} \left(2 \sin \frac{k\omega_0 T_0}{4} - 2 \sin \frac{k\omega_0 3T_0}{4} \right) = \frac{4h}{2\pi k} \left(\sin \frac{k2\pi}{4} - \sin \frac{k3 \cdot 2\pi}{4} \right) = \\ &= \frac{2h}{\pi k} \left(\sin \frac{k\pi}{2} - \sin \frac{k3\pi}{2} \right). \end{aligned}$$

Отсюда

$$a_k = \begin{cases} 0, & \text{если } k \text{ четное} \\ \frac{4h}{\pi k}, & \text{если } k = 1, 5, 9, \dots \\ -\frac{4h}{\pi k}, & \text{если } k = 3, 7, \dots \end{cases}$$

Теперь определим амплитуды синусоидальных составляющих сигнала:

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^{T_0} h \sin k\omega t dt = -\frac{2h}{Tk\omega} \left(\cos k\omega t \Big|_0^{\frac{T}{4}} + \cos k\omega t \Big|_{\frac{T}{4}}^{\frac{3T}{4}} + \cos k\omega t \Big|_{\frac{3T}{4}}^{\frac{T}{4}} \right) =$$

$$= -\frac{2h}{Tk\omega} \left(\cos \frac{k\omega T}{4} - \cos 0 + \cos \frac{k\omega 3T}{4} - \cos \frac{k\omega T}{4} + \cos k\omega T - \cos \frac{k\omega 3T}{4} \right) =$$

$$= -\frac{2h}{Tk\omega} (-1 + \cos k\omega T),$$

где $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$, следовательно $b_k = -\frac{h}{k\pi} (-1 + \cos k2\pi) = 0$.

Таким образом, спектр данного сигнала имеет только косинусоидальные составляющие в виде только нечетных гармоник с частотами $\omega_0, 3\omega_0, 5\omega_0, \dots$; синусоидальные составляющие равны нулю; отсутствует и постоянная составляющая.

В итоге выражение для функции $S(t)$ согласно (19) примет вид

$$S(t) = \frac{4h}{\pi} \left(\cos \omega_0 t - \frac{1}{3} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \cos 5\omega_0 t - \dots \right).$$

Амплитудно-частотный спектр сигнала периодической импульсной последовательности представлен на рисунке 30. Штриховой линией показана огибающая этого спектра при $\omega = k\omega_0$.

Задача 2. Найти частотный спектр комплексных амплитуд сигнала в виде периодической последовательности импульсов (рисунок 31) с амплитудой $U = 10$ В, периодом $T_0 = 10$ мс и длительностью $\tau = 5$ мс.

Решение. 1. Подставим заданные значения в формулу для определения частотного спектра амплитуд (с учетом предыдущей части задачи):

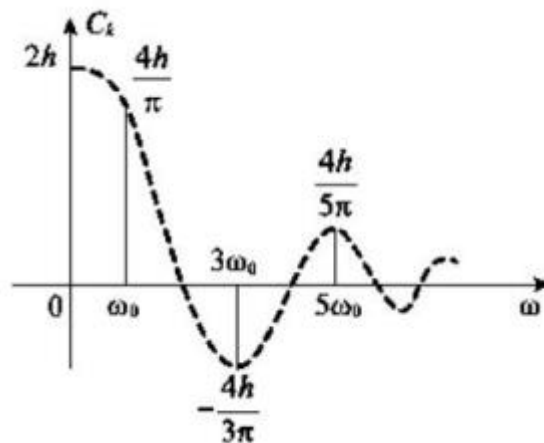


Рисунок 30 - Амплитудного – частотный спектр сигнала периодической импульсной последовательности

$$C_k = \frac{2}{5} \int_{-\frac{5}{2}}^{\frac{5}{2}} 10e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{2 \cdot 10}{5} \cdot \frac{\sin k\omega_0 \frac{5}{2}}{k\omega_0 \frac{5}{2}} = \left| \text{учтем, что } \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \right| = 20 \cdot \frac{\sin \kappa \frac{2\pi}{10} \cdot \frac{5}{2}}{\kappa \frac{\pi}{2}} = 20 \cdot \frac{\sin \kappa \frac{\pi}{2}}{\kappa \frac{\pi}{2}}$$

где k – номер гармоник; $k=1,2,3,\dots$

2. Определим значения C_k . Учтем, что для $k=1,2,3,4,\dots \sin \frac{\pi}{2} = 1$; $\sin \pi = 0$; $\sin \frac{3\pi}{2} = -1$; $\sin 2\pi = 0$ соответственно. Тогда амплитуда гармоник будут следующими:

$$C_0 = 0 \text{ В}; \quad C_1 = 20 \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} = 20 \cdot \frac{1}{\frac{\pi}{2}} = 12,7 \text{ В}; \quad C_2 = 20 \cdot \frac{\sin \frac{2\pi}{2}}{\frac{2\pi}{2}} = 20 \cdot 0 = 0 \text{ В};$$

$$C_3 = 20 \cdot \frac{\sin \frac{3\pi}{2}}{\frac{3\pi}{2}} = -\frac{20}{\frac{3\pi}{2}} = -4,2 \text{ В}; \quad C_4 = 20 \cdot \frac{\sin \frac{4\pi}{2}}{4 \frac{\pi}{2}} = 0 \text{ В};$$

$$C_5 = 20 \cdot \frac{\sin \frac{5\pi}{2}}{5 \frac{\pi}{2}} = 2,55 \text{ В}.$$

3. Определим частоту ω_0 ;

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{10 \cdot 10^{-3}} = 628 \text{ рад/с или } f = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{10^{-2}} = 100 \text{ Гц}.$$

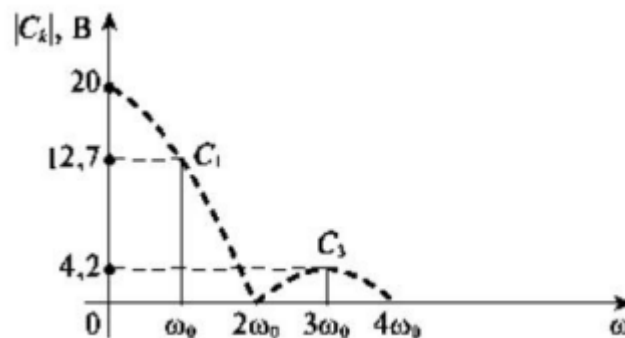


Рисунок 31 - Частотный спектр комплексных амплитуд сигнала в виде периодического последовательности импульсов

Задача 3. Восстановить исходный сигнал по его спектру, используя постоянную составляющую 10В, первую, вторую, третью и четвертую

гармоники со значениями комплексных амплитуд 12,7В ;0 В ; -4,2В; 0 В соответственно. При $T_0=10$ мс частота первой (основной) гармоники $f=100$ Гц
Суммирование членов ряда Фурье при восстановлении выполнить графическим методом. Оценить качество восстановления исходного сигнала при использовании только постоянной составляющей, постоянной составляющей и первой гармоники, постоянной составляющей и всех четырех заданных гармоник.

Решение. Запишем ряд Фурье в общем виде:

$$S(t) = S_0 + \sum_{k=1}^{\infty} S_k \cos(k\omega_0 + \varphi_0).$$

где φ_k – начальная фаза k-гармоники.

При восстановлении исходного сигнала по постоянной составляющей получаем Э.

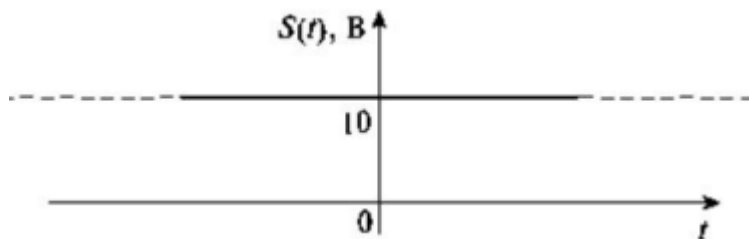


Рисунок 32 -Постоянная составляющая

При восстановлении исходного сигнала по сумме гармоник с амплитудами S_0 и S_1 получаем

$$S_1(t) = S_0 + S_1 \cos(\omega_0 t) = S_0 + S_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) = 10 + 12,7 \cos(200\pi t),$$

при этом $k = 1$, $\varphi_k = 0$ и определяют положение 0 на оси t .

При $t_0 = \pm 2,5$ мс

$$\begin{aligned} S(t) &= S_0 + S_1 \cos(200\pi \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}) = S_0 + S_1 \cos(500\pi \cdot 10^{-3}) = \\ &= 10 + 12,7 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 10 \text{ В}, \end{aligned}$$

так как $\cos\frac{\pi}{2} = 0$;

при $t_2 = \pm 5$ мс

$$S(t) = S_0 + S_1 \cos(\pi) = S_0 - S_1 = 10 - 12,7 = -2,7 \text{ В};$$

$$(\cos \pi = -1).$$

Построим график восстановления исходного сигнала (рисунок 33).

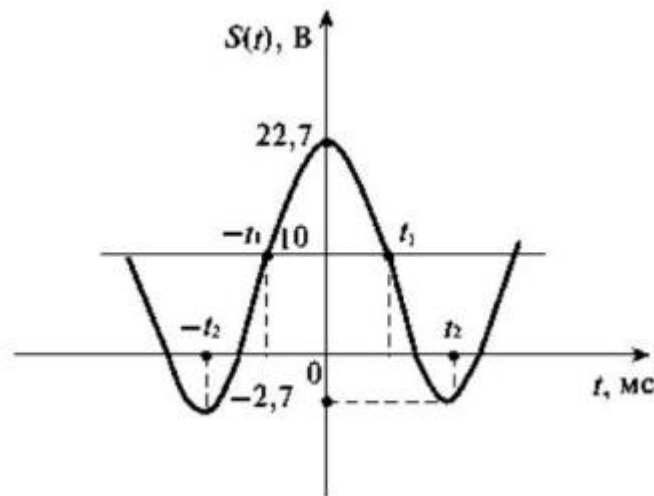


Рисунок 33 - Исходный сигнал, восстановленный по первой гармонике и постоянной составляющей

Для восстановления исходного сигнала по сумме гармоник с амплитудами S_0 , S_1 и S_3 построим отдельно графики гармонических сигналов (рисунок 34, а): $S_1(t) = 12,7 \cos(\frac{2\pi}{T_0} t)$ и $S_3(t) = -4,2 \cos(3\frac{2\pi}{T_0} t)$ и постоянной составляющей $S_0 = 10 \text{ В}$; затем просуммируем их (рисунок 34, б).

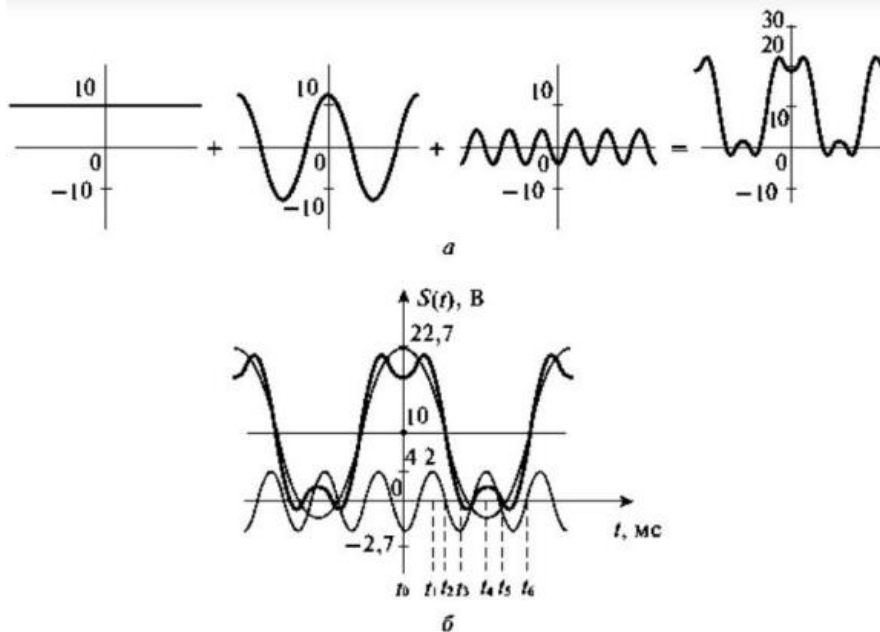


Рисунок 34 - Восстановление исходного сигнала по сумме гармоник с амплитудами S_0, S_1 и S_2 : а - отдельные гармонические сигналы; б - сумма гармонических сигналов.

Определим значения восстановленного сигнала в характерных точках:

$$\begin{aligned}
 \text{при } t_0=0 \quad S(t_0) &= 10 + 12,7 \cos(0) - 4,2 \cos(0) = 18,5 \text{ В;} \\
 \text{при } t_1 = \frac{T_0}{6} \quad S(t_1) &= 10 + 12,7 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{T_0}{6}\right) - 4,2 \cos\left(3 \frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{T_0}{6}\right) = \\
 &= 10 + 12,7 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - 4,2 \cos(\pi) = 10 + 12,7 \cdot 0,5 - 4,2(-1) = 20,55 \text{ В;} \\
 \text{при } t_2 = \frac{T_0}{4} \quad S(t_2) &= 10 + 12,7 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{T_0}{4}\right) - 4,2 \cos\left(3 \frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{T_0}{4}\right) = \\
 &= 10 + 12,7 \cdot 0 - 4,2 \cdot 0 = 10 \text{ В;} \\
 \text{при } t_3 = \frac{T_0}{3} \quad S(t_3) &= 10 + 12,7 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{T_0}{3}\right) - 4,2 \cos\left(3 \frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{T_0}{3}\right) = \\
 &= 10 + 12,7(-0,5) - 4,2(-1) = -0,55 \text{ В;} \\
 \text{при } t_4 = \frac{T_0}{2} \quad S(t_4) &= 10 + 12,7 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{T_0}{2}\right) - 4,2 \cos\left(3 \frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{T_0}{2}\right) = \\
 &= 10 + 12,7(-1) - 4,2(-1) = 1,5 \text{ В;} \\
 \text{при } t_5 = \frac{T_0}{2} + \frac{T_0}{6} \quad S(t_5) &= 10 + 12,7 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{2T_0}{3}\right) - 4,2 \cos\left(3 \frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{2T_0}{3}\right) = \\
 &= 10 + 12,7(-0,5) - 4,2 \cdot 1 = -0,55 \text{ В;} \\
 \text{при } t_6 = \frac{T_0}{2} + \frac{T_0}{4} \quad S(t_6) &= 10 + 12,7 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{3T_0}{4}\right) - 4,2 \cos\left(3 \frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{3T_0}{4}\right) = \\
 &= 10 + 12,7 \cdot 0 - 4,2 \cdot 0 = 10 \text{ В.}
 \end{aligned}$$

На основании решения данной задачи можно сделать вывод: чем большее число гармоник используется для восстановления сигнала, тем лучше результат. При использовании десяти гармоник сигнал принимает исходный вид.

Задача 4. Найти амплитудно-частотный спектр δ -функции (рисунок 35) исходя из спектра одиночного прямоугольного импульса длительностью τ и амплитудой $h = \frac{1}{\tau}$ при $\tau \rightarrow 0$. Построить график δ -функции.

Решение. 1. Запишем выражение для амплитудно-частотного спектра одиночного прямоугольного импульса с учетом $h = \frac{1}{\tau}$.

$$\Phi(j\omega) = \frac{\tau}{\tau} \cdot \frac{\sin \frac{\omega\tau}{2}}{\frac{\omega\tau}{2}}$$

2. Возьмем предел от функции $\Phi(j\omega)$ при условии $\tau \rightarrow 0$:

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \Phi(j\omega) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\omega\tau}{2}}{\frac{\omega\tau}{2}} = 1.$$

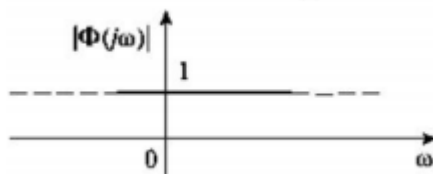


Рисунок 35 - Амплитудно-частотный спектр δ -функции

Задача 5. Исходя из выражения для определения частотного спектра амплитуд последовательности с периодом T_0 прямоугольных импульсов найти спектр постоянного сигнала $S(t) = h$ (рисунок 36). При решении использовать условие преобразования периодической последовательности с периодом T_0 прямоугольных импульсов в постоянный сигнал, т.е. $\tau \rightarrow T_0$.

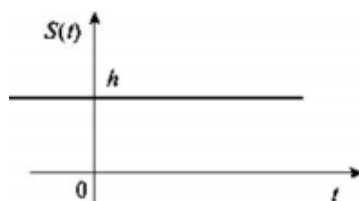


Рисунок 36 - Постоянный сигнал

Решение. 1. Воспользуемся выражением для определения спектра комплексных амплитуд последовательности прямоугольных импульсов (43), для которых $\tau = \frac{T_0}{2}$. При этом условии из (43) следует:

$$S(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2h \cdot T_0}{T_0} \cdot \frac{\sin k\omega_0 \frac{\tau}{2}}{k\omega_0 \frac{\tau}{2}} e^{jk\omega_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{h \cdot T_0}{\tau} \cdot \frac{\sin k\omega_0 \frac{\tau}{2}}{k\omega_0 \frac{\tau}{2}} e^{jk\omega_0 t}.$$

3. Возьмем предел при $\tau \rightarrow T_0$ и $k = 0$:

$$\lim_{\tau \rightarrow T_0} \frac{h \cdot T_0}{\tau} \cdot \frac{\sin k\omega_0 \frac{\tau}{2}}{k\omega_0 \frac{\tau}{2}} = h.$$

Спектр постоянного сигнала при $k = 0$ равен h .

Задача 6. Вычислить амплитудно-частотный спектр одиночного экспоненциального импульса

$$S(t) = \begin{cases} he^{-\beta t} & \text{при } t \geq 0, \\ 0 & \text{при } t < 0 \end{cases}$$

где β - некоторая постоянная. Построить график этого импульса и модуля спектральной плотности комплексных амплитуд.

Решение. 1. Используя прямое преобразование Фурье, получаем

$$\begin{aligned}\Phi(j\omega) &= \int_0^{\infty} h e^{-\beta t} \cdot e^{-j\omega t} dt = h \int_0^{\infty} e^{-t(\beta + j\omega)} dt = \frac{-h}{\beta + j\omega} \cdot e^{-(\beta + j\omega)t} \Big|_0^{\infty} = \\ &= -\frac{h}{\beta + j\omega} (e^{-\infty} - e^0) = \frac{h}{\beta + j\omega}.\end{aligned}$$

2. Построим график одиночного экспоненциального импульса (рисунок 37).

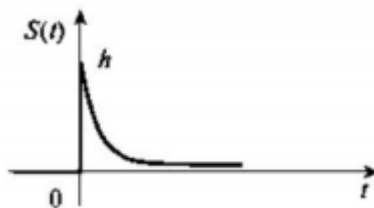


Рисунок 37 - Одиночный экспоненциальный импульс

3. Найдем модуль спектральной плотности экспоненциального импульса (рисунок 38):

$$\begin{aligned}|\Phi(j\omega)| &= \sqrt{\Phi(j\omega) \cdot \Phi(-j\omega)}; \\ |\Phi(j\omega)| &= \sqrt{\frac{h}{\beta + j\omega} \cdot \frac{h}{\beta - j\omega}} = \sqrt{\frac{h^2}{\beta^2 + \omega^2}} = \frac{h}{\sqrt{\beta^2 + \omega^2}}.\end{aligned}$$

При $\omega = 0$ получим $|\Phi(j\omega)| = \frac{h}{\beta}$; при $\omega = \pm\infty$ получим $|\Phi(j\omega)| = \frac{h}{\pm\infty} = 0$.

4. Построим график модуля спектральной плотности одиночного экспоненциального импульса (см. рисунок 38)

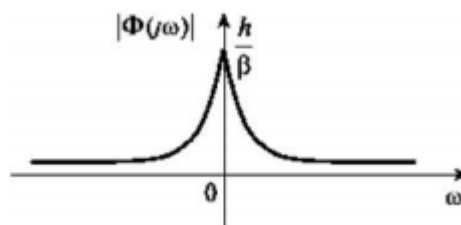


Рисунок 38 - Модуль спектральной плотности одиночного экспоненциального импульса

Задача 7. Найти спектр сигнала включения исходя из выражения для определения спектра одиночного экспоненциального импульса (задача 6):

$$S(t) = \begin{cases} h & \text{при } t \geq 0; \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases}$$

Построить график сигнала включения и модуля спектральной плотности комплексных амплитуд.

Решение. 1. Сигнал включения может быть представлен одиночным экспоненциальным импульсом (см. рисунок 39) при $\beta = 0$. Запишем спектр одиночного экспоненциального импульса как $\Phi(j\omega) = \int_0^{\infty} h e^{-\beta t} \cdot e^{-j\omega t} dt$.

Поскольку $\beta = 0$, то выражение для определения спектральной плотности сигнала включения примет вид

$$\Phi(j\omega) = \int_0^{\infty} h e^{-j\omega t} dt = \frac{h}{-j\omega} \cdot e^{-j\omega t} \Big|_0^{\infty} = \frac{h}{-j\omega} (e^{-j\omega \infty} - e^0) = -\frac{h}{j\omega} \cdot (-1) = \frac{h}{j\omega}.$$

2. Изобразим график сигнала включения представленного экспоненциальным импульсом (рисунок 39).



Рисунок 39 - Сигнал включения, представленный экспоненциальным импульсом

3. Определим модуль спектральной плотности сигнала включения:

$$|\Phi(j\omega)| = \sqrt{\frac{h}{j\omega} \cdot \frac{h}{-j\omega}} = \frac{h}{\omega}.$$

При $\omega = 0$ получим $|\Phi(j\omega)| = \infty$; при $\omega = \infty$ получим $|\Phi(j\omega)| = 0$.

4. Построим график модуля спектральной плотности сигнала включения (рисунок 40).

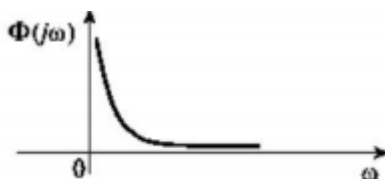


Рисунок 40 - Модуль спектральной плотности сигнала включения

Задача 8. Описать представление сигнала $\Phi(j\omega) = hT \frac{\sin \omega T}{\omega T}$ во временной области, используя обратное преобразование Фурье.

Решение. 1. Запишем обратное преобразование Фурье:

$$S(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(j\omega) e^{j\omega t} d\omega.$$

2. Подставив заданную спектральную плотность $\Phi(j\omega)$, получим выражение [10]

$$\begin{aligned} S(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} hT \frac{\sin \omega T}{\omega T} e^{j\omega t} d\omega = \left| \begin{array}{l} \text{используем формулу Эйлера:} \\ e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t \end{array} \right| = \\ &= \frac{hT}{2\pi} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \omega T \cos \omega t}{\omega} d\omega + j \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \omega T \sin \omega t}{\omega} d\omega \right) = \left| \begin{array}{l} \text{используем соотношения} \\ \text{из тригонометрии} \end{array} \right| = \\ &= \frac{h}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\omega} \sin \omega(t+T) d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\omega} \sin \omega(t-T) d\omega + j \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\omega} \cos \omega(t-T) d\omega - \\ &- j \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\omega} \sin \omega(t+T) d\omega = \left| \begin{array}{l} \text{3-й и 4-й интегралы равны 0, так как} \\ \text{берутся от произведения нечетной функции} \\ \text{типа } \frac{1}{x} \text{ и четной функции типа } \cos x \text{ в} \\ \text{симметричных пределах интегрирования} \end{array} \right| = \\ &= \frac{h}{4\pi} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\omega} \sin \omega(t+T) d\omega - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\omega} \sin \omega(t-T) d\omega \right) = \\ &= \left| \begin{array}{l} \text{воспользуемся табличным интегралом} \\ \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha x}{x} dx = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{при } \alpha > 0; \\ 0 & \text{при } \alpha = 0; \\ -\frac{\pi}{2} & \text{при } \alpha < 0; \end{cases} \end{array} \right| = \\ &= \begin{cases} \frac{h}{4\pi} \left(-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) = 0 & \text{при } -\infty < t < -T; \\ \frac{h}{4\pi} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{h}{4} & \text{при } -T < t < T; \\ \frac{h}{4\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \right) = 0 & \text{при } T < t < +\infty. \end{cases} \end{aligned}$$

Таким образом, сигнал описывается функцией $S(t) = \frac{h}{4}$ при $-T \leq t \leq T$, что соответствует прямоугольному импульсу с длительностью $2T$ и амплитудой $\frac{h}{4}$.

Задача 9. Исходный сигнал описывается функцией $S(t)$, график которой приведен на рисунке 41. Определить вид функции $S(\frac{t}{3} + 2)$.

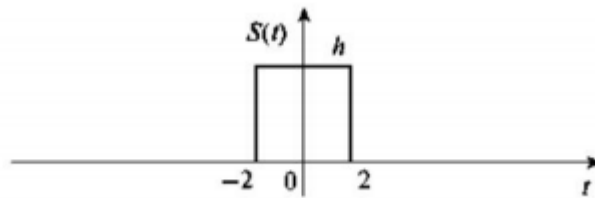


Рисунок 41 - Исходный сигнал для задачи 9

Решение. Из математического анализа известно, что деление аргумента функции на α приводит к растяжению масштаба функции в α раз, а прибавление к аргументу целого числа приводит к сдвигу функции влево. Функция $S(t)$ масштабируется с коэффициентом 3 и сдвигается влево на (-2) единицы. Выполняем операцию масштабирования, после которой получим график функции вида $S(\frac{t}{3})$ (рисунок 42).

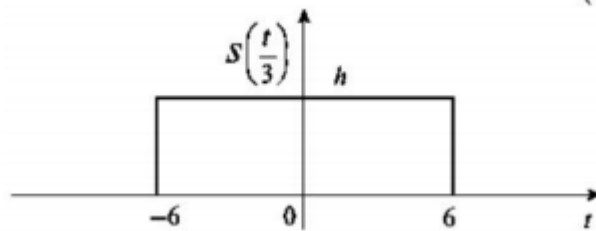


Рисунок 42 - Функция вида $S(\frac{t}{3})$

Применив операцию сдвига на (-2), получим искомую функцию (рисунок 43).

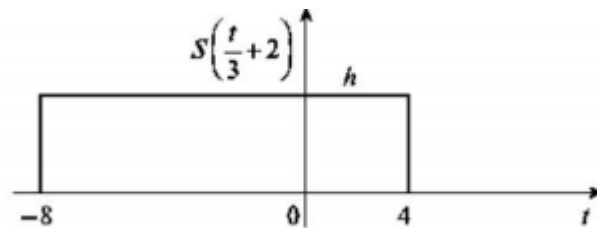


Рисунок 43 - Функция вида $S(\frac{t}{3} + 2)$

Таким образом, наличие коэффициента у аргумента функции, описывающей сигнал $(\frac{t}{3})$, приводит к масштабированию; наличие суммирования с постоянным коэффициентом (+2) приводит к сдвигу: если со знаком «+», то влево, если «-», то вправо.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Найти амплитудно-частотный спектр импульсного сигнала (рисунок 44) с амплитудой h , периодом T_0 и длительностью τ .

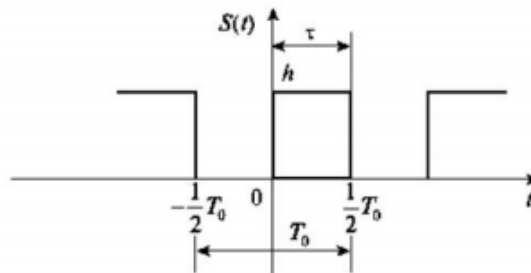


Рисунок 44 - Исходный импульсный сигнал для задачи 1

Задача 2. Найти амплитудно-частотный спектр периодического сигнала (рисунок 45) и выражение для определения этого сигнала.

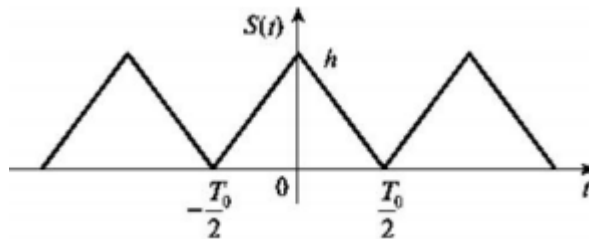


Рисунок 45 - Исходный периодический сигнал для задачи 2

Задача 3. Найти амплитудно-частотный спектр периодического сигнала, представляющего собой отрезки косинусоиды (рисунок 46). Записать выражение для определения этого сигнала.

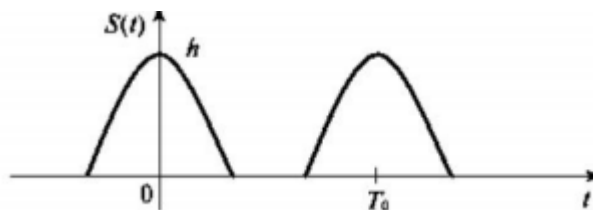


Рисунок 46- Исходный периодический сигнал для задачи 3

Задача 4. Найти амплитудно-частотный спектр периодического сигнала (рисунок 47). Записать выражение для определения этого сигнала.

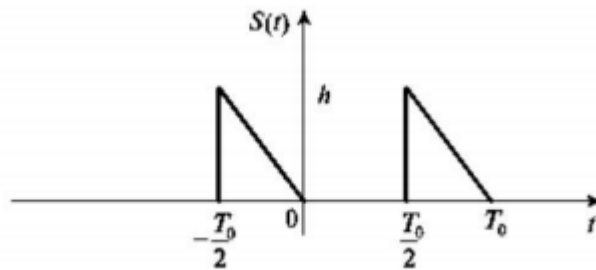


Рисунок 47 - Исходный периодический сигнал для задачи 4

Задача 5. Исходный сигнал описывается функцией $S(t)$ (рисунок 48). Построить графики сигналов, описываемых функциями $S(-t)$; $S(\frac{t}{-4})$; $S(3-t)$; $S(\frac{t}{4} + 1)$; $S(\frac{t+1}{4})$.

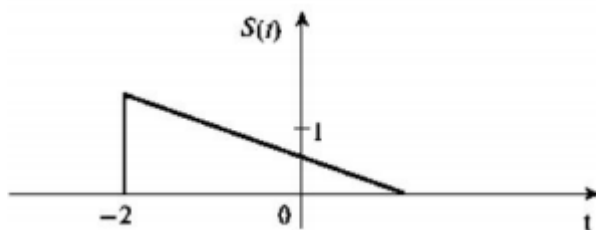


Рисунок 48 - Исходный сигнал для задачи 5

Задача 6. Найти преобразование Фурье для исходного сигнала, приведенного на рисунке 49.

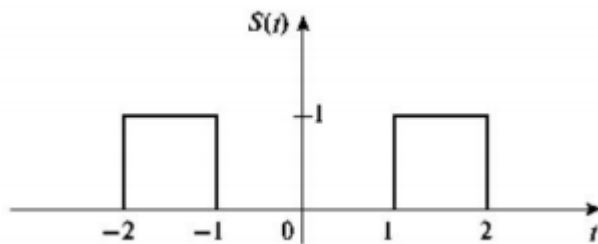


Рисунок 49 - Исходный сигнал для задачи 6

Задача 7. Сигнал (рисунок 50) описывается как

$$S(t) = \begin{cases} e^t & \text{при } t < 0; \\ e^{-t} & \text{при } t > 0. \end{cases}$$

Найти преобразование Фурье для этого сигнала.

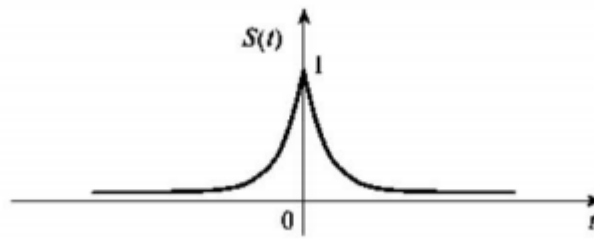


Рисунок 50 - Исходный сигнал для задачи 7

Задача 8. Определить представление сигнала во временной области для модуля спектральной плотности (рисунок 51).

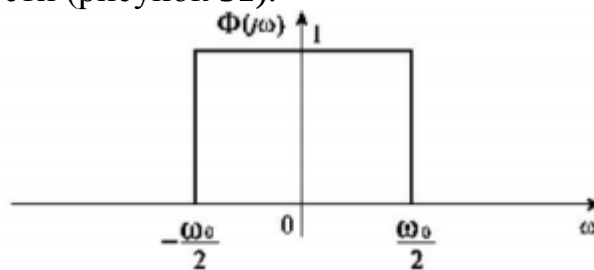


Рисунок 51 - Частотный спектр для задачи 8

Задача 9. Определить представление сигнала во временной области для модуля спектральной плотности (рисунок 52).

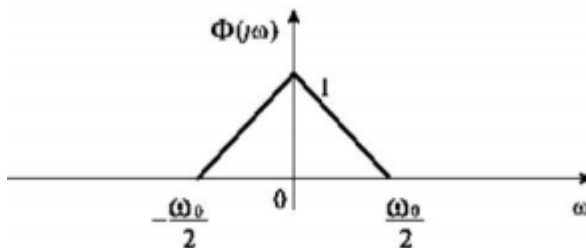


Рисунок 52 - Частотный спектр для задачи 9

Контрольные вопросы

1. Какой математический аппарат используется для анализа сигналов?
2. Что такое временное представление сигналов?
3. Что такое амплитудно-частотный спектр?
4. Как представляется частотный спектр периодического сигнала?
5. Представьте в комплексной форме ряд Фурье.
6. Приведите пример временного и частотного представления периодического сигнала.
7. Представьте аналитическую запись δ -функции, приведите ее временное и частотное представление.
8. Как представляется частотный спектр непериодического сигнала?

9. Приведите пример временного и частотного представления непериодического сигнала?
10. Что определяется прямым и обратным преобразованиями Фурье?
11. Какие операции можно выполнить над сигналом?
12. Как вычисляется энергия и мощность сигнала?
13. В чем состоит физический смысл равенства Парсеваля?

4 Модуляция сигналов

4.1 Классификация видов модуляции

В большинстве случаев сигналы непрактично либо невозможно передавать в их исходном виде. Часто для передачи сигналов используется высокочастотный аналоговый сигнал. Для передачи сигналов на большие расстояния используют электромагнитные волны, называемые **переносчиком информации**. При этом для передачи информации осуществляют модуляцию параметров электромагнитной волны.

Суть модуляции заключается в следующем: формируется некоторое колебание – **несущее колебание**, и какой-либо из параметров этого колебания изменяется во времени соответственно передаваемому сигналу. Исходный передаваемый сигнал называется **модулирующим**, а результирующее колебание с изменяющимися во времени параметрами – **модулированным сигналом**. Обратный процесс – выделение модулирующего сигнала из модулированного – называется **демодуляцией**.

Вид модуляции зависит от типа представления **несущего сигнала (сигнала-носителя)**. Выделяют три основных типа представления сигнала-носителя: фиксированный уровень, колебания, импульсы.

Фиксированный уровень как тип представления сигнала-носителя показан на рисунке 53, а, в качестве сигнала-носителя выступает постоянный уровень сигнала. В этом случае возможна только прямая модуляция, при которой изменение уровня напряжения означает передачу того или иного сигнала (рисунок 53, б).

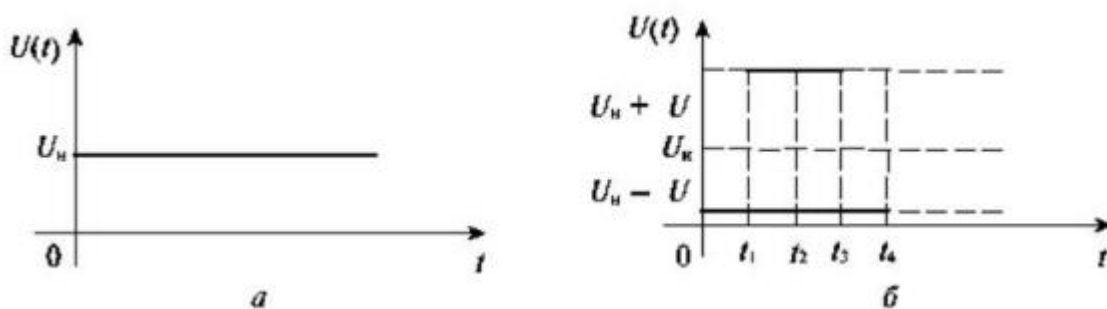


Рисунок 53 -Представление сигнала-носителя в виде фиксированного уровня (а) и модулированный сигнал (б)

Колебания как тип представления видов сигнала-носителя приведены на рисунке 54.

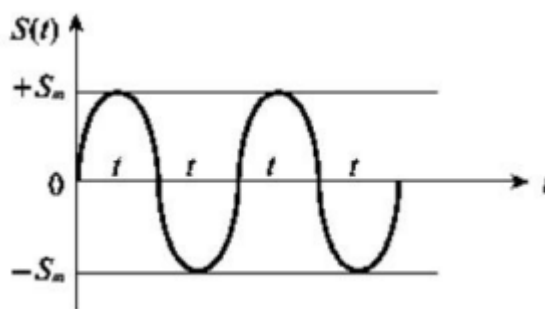


Рисунок 54 -Представление сигнала-носителя в виде колебания

Запишем еще раз несущий гармонический сигнал как $S(t) = S_m \sin(\omega t + \varphi_0)$. Он имеет три параметра: амплитуду S_m (максимальное значение сигнала), частоту ω начальную фазу φ_0 . Каждый из этих параметров можно связать с модулирующим сигналом, в результате чего получается три вида модуляции: амплитуда (АМ), частотная (ЧМ, или английский транскрипции FM) и фазовая (ФМ). Таким образом, в процессе модуляции один из параметров несущего сигнала (в данном случае - колебания) получает изменение, зависящее от передаваемого сообщения. Несущего колебание излучается в пространстве в виде электромагнитной волны, которая распространяется на значительные расстояния. Изменяемый параметр несущего колебания называется информативным и обычно изменяется линейно.

Фаза колебания – это состояние гармонического процесса. Она связана с частотой выражением $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$, где ω – угловая частота (скорость изменения фазы гармонического процесса). Из этого следует, что частотная и фазовая модуляции тесно связаны между собой. Поскольку оба параметра влияют на аргумент функции $\sin$, то эти два вида модуляции имеют общее название – **угловая модуляция**. Угловая модуляция может быть реализована двумя путями: с помощью фазовой модуляции (когда фаза изменяется пропорционально амплитуде модулирующего сигнала) и частотной модуляции (когда частота несущего сигнала изменяется пропорционально амплитуде модулирующего сигнала).

Импульсы как тип представления сигнала-носителя приведены на рисунке 55. При использовании в качестве переносчика информации периодической последовательности импульсов, которые могут быть сигналом-носителем, они имеют четыре параметра: амплитуду, частоту, фазу и длительность. Соответственно различают четыре вида модуляции импульсной последовательности: амплитудно-импульсную (АИМ); модуляцию импульсов по длительности – широтно-импульсную (ШИМ); частотно-импульсную (ЧИМ); фазово-импульсную (ФИМ).

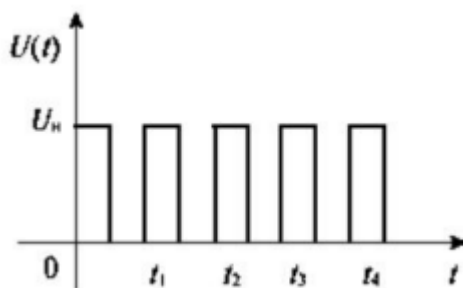


Рисунок 55 -Представление сигнала-носителя в виде импульсов

В современных цифровых системах передачи цифровой информации получило распространение **квадратурная модуляция**, при которой одновременно изменяются амплитуда и фаза сигнала, а также ШИМ, модулируемым параметром при которой является длительность прямоугольных импульсов.

4.2 Аналоговая модуляция

Аналоговая модуляция связана с изменением параметров несущего гармонического колебания (амплитуды, частоты и фазы).

Амплитудная модуляция (АМ) представляет собой процесс изменения амплитуды S_n сигнала-носителя относительно высокой частоты ω пропорционально мгновенным значениям аналогичных параметров модулирующего сигнала $S_m(t)$ [11, 13].

На рисунке 56 показано соотношение между сигналом-носителем

$$S_n(t) = S_n \sin \omega_n t \quad (44)$$

и модулирующим сигналом:

$$S_m(t) = S_m \sin \omega_m t \quad (45)$$

Причем $\omega_m \ll \omega_n$.

Определим аналитический вид результирующего амплитудно-модулированного колебания. Для этого амплитуду S_n несущего колебания представим в виде синусоиды модулирующего сигнала $S_m(t)$ (44), смещенной в положительном направлении на величину S_n :

$$S_n(t) = S_n + S_m \cos \omega_m t. \quad (45)$$

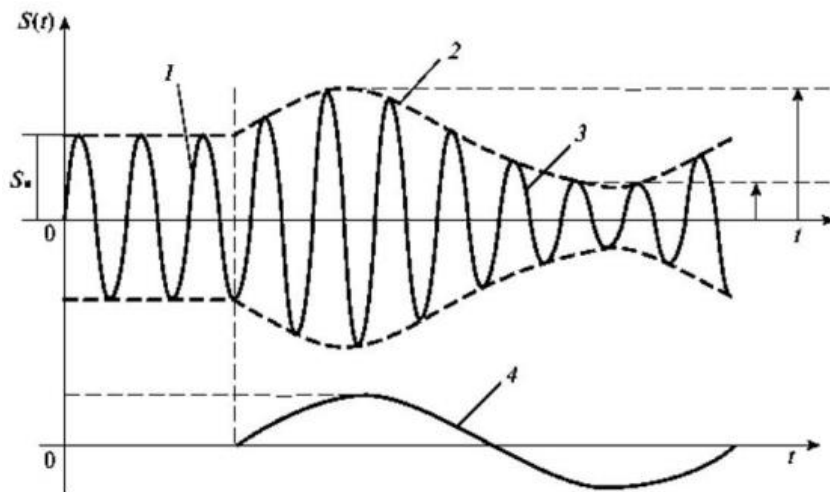


Рисунок 56 - АМ-сигнал:

- 1 – сигнал-носитель; 2 – огибающая модулирующего сигнала;
3 – модулированный сигнал; 4 – модулирующий сигнал

Подставив (4.3) в (4.1), получим

$$S_H(t) = S_H \left(1 + \frac{S_M}{S_H} \cos \omega_M t \right) \sin \omega_H t, \quad (46)$$

где отношение $\frac{S_M}{S_H}$ называется **глубиной модуляции**: $\frac{S_M}{S_H} = m_{AM}$.

С помощью тригонометрических преобразований представим (46) как

$$S_H(t) S_H \sin \omega_H t + \frac{S_M}{2} \cos(\omega_H - \omega_M) t + \frac{S_M}{2} \cos(\omega_H + \omega_M) t. \quad (47)$$

Это выражение содержит синусоидальную компоненту, которая является несущей, и две компоненты с разностной и суммарной частотой, которые называются **верхней** и **нижней боковыми частотами**. Частотный спектр АМ-сигнала представлен на рисунке 57.

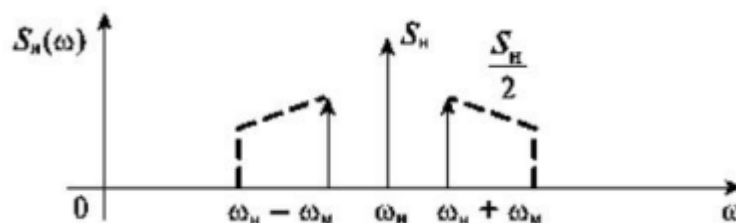


Рисунок 57 -частотный спектр АМ-сигнала

При передаче речевого сообщения модулирующий сигнал занимает спектр частот 0,4...2,7 кГц, при этом частотный спектр АМ-сигнала будет иметь

три компоненты: несущую частоту и две боковые полосы частот (на рисунке 57 обозначены пунктирной линией).

На практике модулирующий сигнал представляет собой достаточно сложную функцию и содержит набор частот, которые называют общим термином **полоса частот**. В этой полосе содержится информация.

Можно видеть, что полоса частот АМ-сигнала в два раза шире, чем полоса частот самого модулирующего сигнала. Для того чтобы избежать наложения спектров, необходимо, чтобы информационный сигнал, который накладывается на сигнал-носитель, лежал в области частот значительно более низких, чем частота f_n сигнала-носителя.

Амплитудная модуляция – относительно недорогой вид модуляции низкого качества, который используется в коммерческом радиовещании, а также в двусторонней служебной радиосвязи на частотах 26,965...27,405 МГц и 460...470 МГц.

Аналоговый модулятор (рисунок 58) представляет собой нелинейное устройство с двумя входами и одним выходом. Один вход используется для высокочастотного несущего сигнала с постоянной амплитудой (сигнала от ГВЧ), а второй вход – для относительно низкочастотных информационных сигналов.

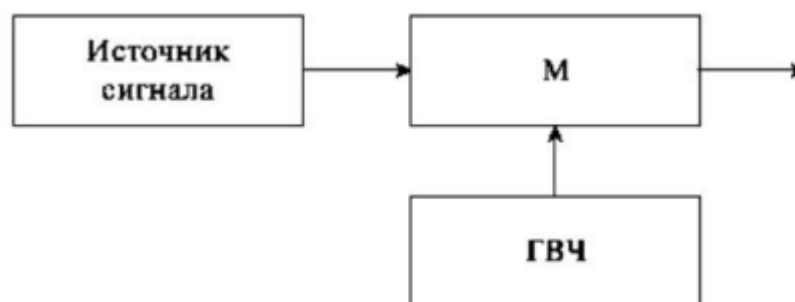


Рисунок 58 -Структура аналогового модулятора

В модуляторе информационный сигнал действует на несущее колебание, модулирует его, создавая сигнал с модулированной амплитудой. Выходной сигнал содержит все частоты, участвующие в создании АМ-сигнала. При отсутствии модулирующего сигнала на входе сигнал на выходе представляет собой колебание с несущей частотой. При наличии модулирующего сигнала на входе амплитуда на выходе изменяется в соответствии с модулирующим сигналом. Скорость повторений огибающей равна частоте модулирующего сигнала, а форма огибающей идентична форме модулирующего сигнала.

Частотная модуляция (ЧМ) представляет собой процесс, при котором модулирующий сигнал приводит к изменению частоты колебаний на выходе модулятора относительно немодулированной несущей частоты. Изменение частоты происходит пропорционально амплитуде модулирующего сигнала.

Особенностью ЧМ является постоянство амплитуды несущего колебания. Формула сигнала существенно усложняется. Допустим, что частота изменяется по гармоническому закону, т.е.

$$\omega_H(t) = \omega_8 \cos \cos \omega_M t, \quad (48)$$

где ω_8 – максимальное отклонение частоты, называемое *девиацией*.

Поставив (48) в (42), получим описание ЧМ-сигнала, в котором аргументом синусоиды является конисус:

$$S_H(t) = S_H \sin[\omega_8(\cos \omega_M t)t]. \quad (49)$$

Выражение (48) не поддается простому преобразованию. На рисунке 59 показан ЧМ-сигнал $S_H(t)$ и его частотный спектр $\Phi(\omega)$.

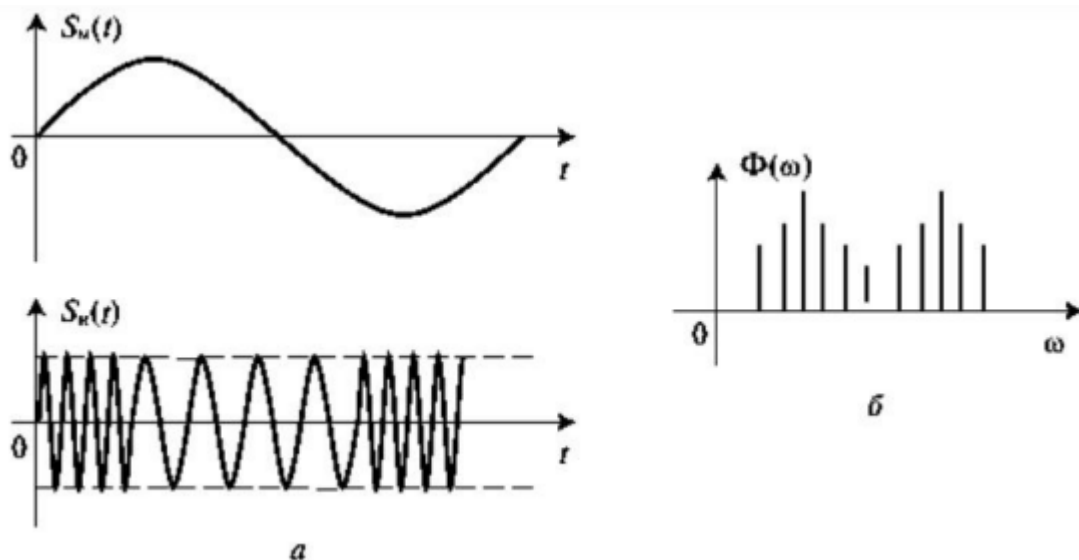


Рисунок 59 -ЧМ-сигнала (а) и его частотный спектр (б)

Выражение, в котором описывает ЧМ-сигнал, может иметь вид

$$\begin{aligned} S(t) &= S_H \sin[2\pi f_H t + 2\pi k \int_0^t S_M \cos(2\pi f_H t) dt] = S_H \sin[2\pi f_H t + \frac{2\pi k S_M}{2\pi f_H} \sin(2\pi f_H t)] = \\ &= S_H \sin[2\pi f_H t + \frac{k S_M}{f_H} \sin(2\pi f_H t)]. \end{aligned}$$

Множитель $k S_M$ представляет собой максимальное отклонение частоты, вызванное модулирующим сигналом, т.е. девиацию частоты. Коэффициент $\frac{k S_M}{f_H}$ называется коэффициентом модуляции и представляет собой безразмерную величину:

$$M_{\text{ЧМ}} = \frac{k S_M}{f_H}. \quad (50)$$

Пиковое значение коэффициента модуляции, которое достигается, когда девиация частоты и частота модулирующего сигнала максимальны, называется коэффициентом отклонения, или индексом модуляции I_m и является одним из основных параметров ЧМ-сигнала:

$$I_m = \frac{\Delta F}{f_m} \quad (51)$$

где ΔF – максимальное значение девиации модуляции;
 f_m – максимальная модулирующая частота.

Фазовая модуляция (ФМ) – один из видов модуляции колебаний, при котором фаза несущего колебания изменяется пропорционально модулирующему сигналу. Модулированный сигнал имеет постоянную амплитуду. Фазовая модуляция не зависит от начальной фазы сигнала-носителя. Фаза φ – это состояние гармонического процесса, т.е. аргумент $\omega_n t$ функции $\sin$.

В таком случае колебание с фазовой модуляцией можно записать как

$$S(t) = S_n \cos[2\pi f_n t + k S_m \cos(2\pi f_m t)], \quad (52)$$

где $\cos(2\pi f_n t)$ – немодулированная несущая;
 $k S_m$ – константа модулятора, рад.

ФМ-сигнал имеет среднюю частоту f_c , фаза которого модулируется синусоидально таким образом, что максимальное отклонение фазы (девиация фазы) составляет $\pm k S_m$ (рад).

$$\omega_n = \frac{d\varphi_n}{dt} \text{ или } \varphi_n = \int \omega_n dt \quad (53)$$

Если взять гармоническое изменение частоты в виде (47), то получим изменение фазы также в виде гармонического процесса, но сдвинутого на $\frac{\pi}{2}$:

$$\varphi_n = \int \omega_g \cos \omega_n t dt = \omega_g \sin \omega_n t. \quad (54)$$

Принципиально ФМ ничем не отличается от ЧМ, и временная диаграмма ФМ-сигнала и его частотного спектра не будет отличаться от ЧМ-сигнала (см. рисунок 58)

Фазовая модуляция в аналоговых системах используется редко, поскольку частотная модуляция позволяет использовать для приема относительно простые частотные дискриминаторы (устройства, в которых какой-либо параметр электрического сигнала сравнивается с аналогичным параметр стандартного сигнала, в результате чего вырабатывается напряжение, пропорциональное разности сравниваемых величин; применяются в системах автоматического регулирования, радиоприемниках и т.д.).

Частотная и фазовая модуляции взаимосвязаны (рисунок 60): если изменяется начальная фаза колебания, то изменяется и мгновенная частота. По форме колебания нельзя определить, ФМ это или ЧМ. Для этого необходимо знать еще и модулирующий сигнал. Если пропустить модулирующий сигнал через идеальное дифференцирующее устройство (ДУ), а затем подать его на частотный модулятор, то получится ФМ. Если пропустить модулирующий сигнал через идеальное интегрирующее устройство (ИУ), а затем подать его на фазовый модулятор, получится ЧМ.



Рисунок 60 -Взаимосвязь ФМ и ЧМ

В настоящее время все большая часть информации, передаваемой по каналом связи, представляется в цифровом виде. Это означает, что передаче подлежит не непрерывный (аналоговый) модулирующий сигнал, а последовательность целых чисел, которые могут принимать значения из некоторого фиксированного конечного множества (дискретный сигнал). В этом случае модуляция сигнала-носителя дискретным модулирующим сигналом называется **манипуляцией**. Различают амплитудную, частотную и фазовую манипуляцию.

Амплитудная манипуляция (рисунок 61) характеризуется импульсным изменением постоянной амплитуды сигнала-носителя, т.е. она изменяется в такт с модулирующим импульсным сигналом. ГНЧ выдает несущее колебание, не содержащее информацию. КУ, осуществляющее кодирование различными способами, формирует двоичный сигнал.

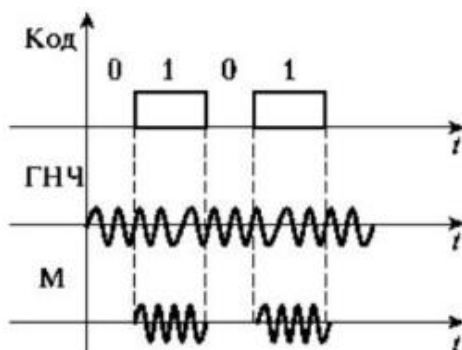


Рисунок 61 -Временная диаграмма амплитудной манипуляции

Частотная манипуляция (рисунок 62) характеризуется изменением частоты несущего колебания, причем «0» соответствует частоте ω_0 , а «1» - частоте ω_1 .

Фазовая манипуляция (рисунок 63) характеризуется тем, что при переходе исходного сигнала из состояния логической «1» в состояние логического «0» фаза меняется на 180° .

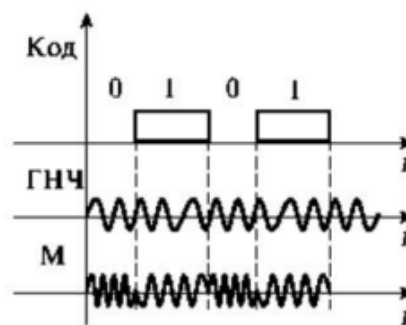
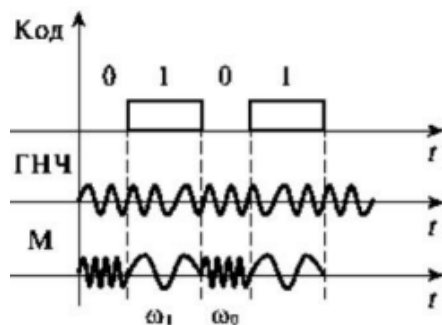


Рисунок 62 -Временная диаграмма частотной манипуляции

Рисунок 63 -Временная диаграмма фазовой манипуляции

4.3 Импульсная модуляция

В качестве переносчика информации может выступать не только гармоническое колебание, но и импульсная последовательность, параметры которой – амплитуда, частота, длительность и фаза (положение импульса на периоде) – могут модулироваться передаваемым сигналом.

Различают три вида импульсной модуляции: амплитудно-импульсную, широтно-импульсную, времяимпульсную.

Амплитудно-импульсную модуляцию (АИМ) представляет собой изменение амплитуды импульсной последовательной в соответствии с передаваемым сигналом $S_m(t)$.

Амплитудно-импульсная модуляция наиболее проста в реализации, но менее помехоустойчивая, так как помехи в линии связи в наибольшей степени воздействует на амплитуду. На рисунке 64 показаны примеры формирования первичной АИМ, на рисунке 65 – примеры формирования первичных ШИМ и ВИМ.

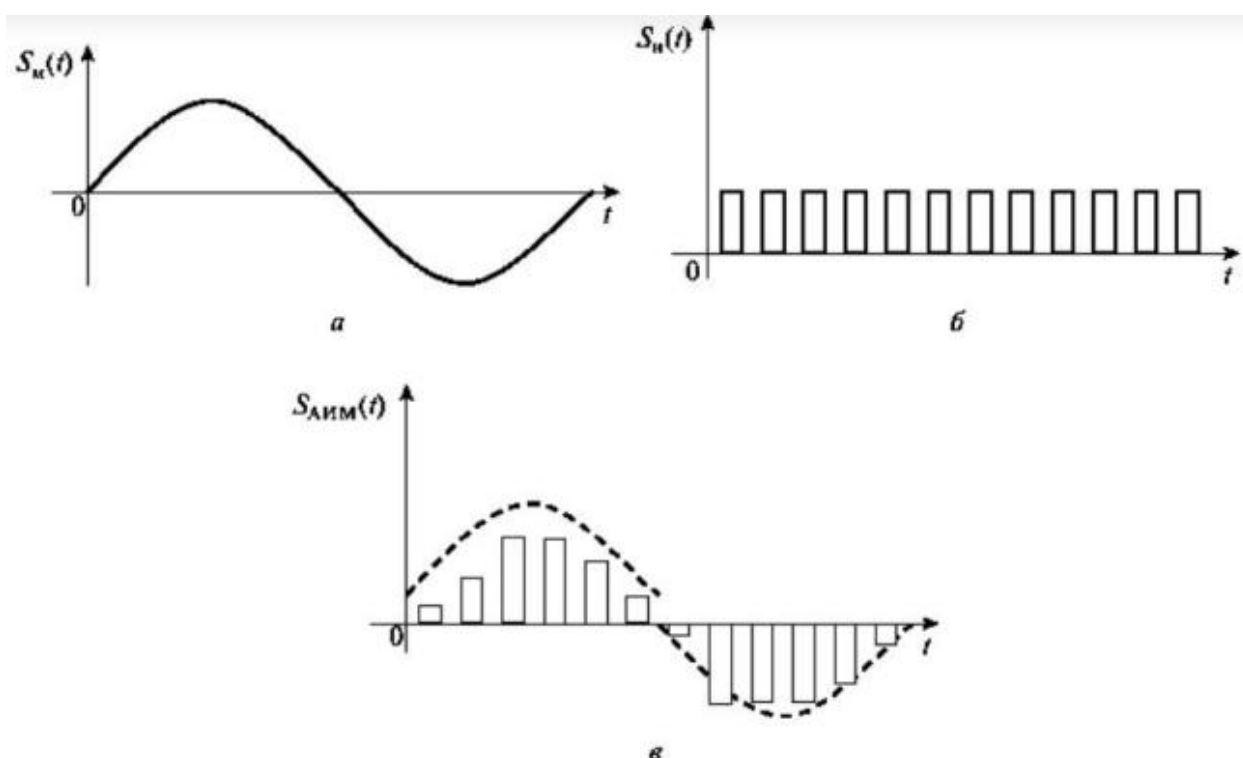


Рисунок 64 -Формирование первичной АИМ:

а - модулирующий сигнал; *б* – сигнал-носитель; *в* – модулированный сигнал

Амплитудно-импульсная модуляция используется для передачи аналоговых сигналов (речи) и характеризуется простотой реализации, но низкой помехоустойчивостью. АИМ позволяет строить многоканальные системы: в промежутке между импульсами (см. рисунок 63) можно передавать импульсы других каналов.

Широтно-импульсная модуляция (ШИМ) характеризуется тем, что в качестве несущего колебания используется периодическая последовательность прямоугольных импульсов, а информационным параметром является их длительность.

Времяимпульсная модуляция (ВИМ) характеризуется тем, что модулированный сигнал представляет собой неравномерную последовательность импульсов фиксированной длительности. Смещение импульсов выполняется относительно моментов начала тактовых интегралов пропорционально модулирующему сигналу. Информационным параметром ВИМ является временное положение импульсов в пределах тактового интервала.

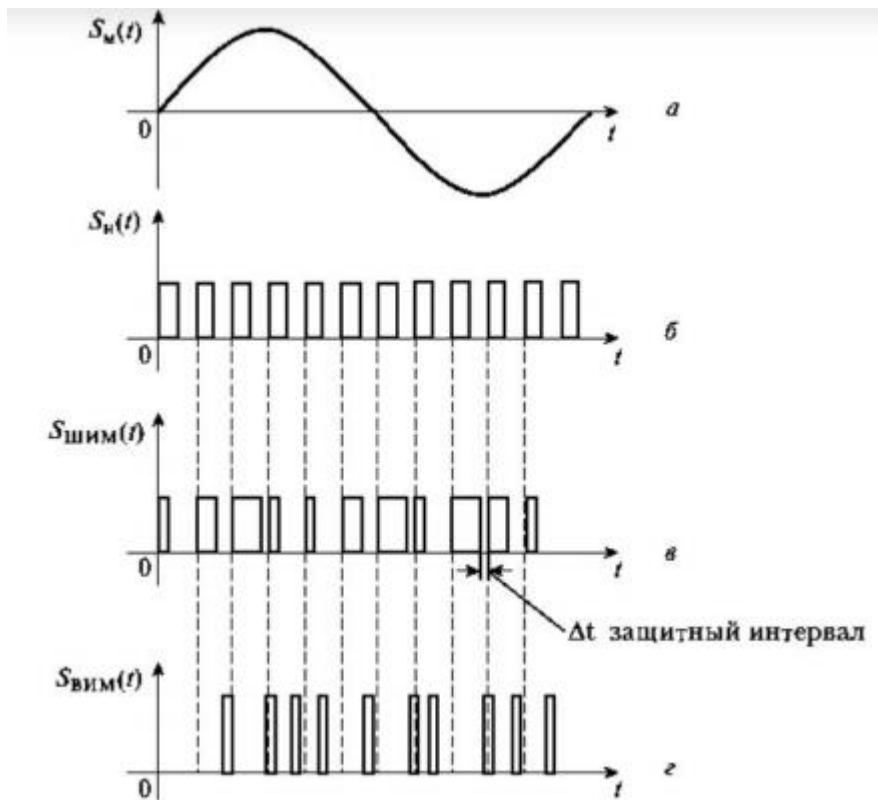


Рисунок 65 -Формирование первичных ШИМ и ВИМ:
 a – модулирующий сигнал; $б$ – сигнал-носитель;
 $в, г$ – модулированные сигналы; Δt – защитный интервал

Формирование импульсно-модулированного сигнала (импульсная модуляция) выполняется с применением ГИП.

Выбор того или иного вида модуляции зависит от условий связи и тех свойств, которыми должен обладать канал связи. Например, при одновременной работе большого количества близких по несущей частоте радиостанций используется АМ, для ослабления действий помех – ЧМ.

Важность и необходимость операций кодирования и модуляции обусловлены тем, что эти операции позволяют не только отобразить сообщение в сигнале, но и наделить сигнал нужными свойствами: распространяться на дальние расстояния, противостоять помехам, не создавать помехи другим системам связи.

Примеры задач с решениями

Задача 1. Телефонный речевой АМ-сигнал имеет полосу частот от 300 до 3 400 Гц и используется для модуляции несущего колебания с частотой, составляющей 120 кГц. Построить график двухстороннего частотного спектра этого АМ-сигнала.

Решение. Построим график спектра, несущего колебания с частотой, составляющей 120 кГц. К ней с двух сторон добавляем боковые верхие и нижние полосы частот (рисунок 66).

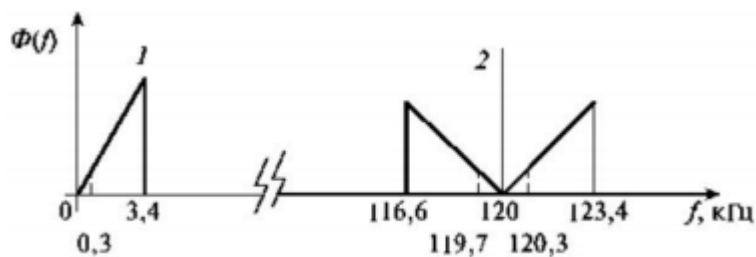


Рисунок 66 -Двухсторонний частотный спектр телефонного речевого АМ-сигнала:

1 – модулирующий сигнал; 2 – АМ-сигнал

Задача 2. АМ-сигнала описывается функцией $S_m(t) = 5(1 + 0,5 \cos 3140t) \sin 2\pi 10^5 t$. Определить глубину модуляции, частоту модулирующего сигнала, несущую частоту и максимальную величину мгновенного значения амплитуды модулированного сигнала.

Решение. Используем выражение 4.4. Глубина модуляции $m_{ам} = \frac{S_m}{S_n} = 0,5$.

Угловая частота модулирующего сигнала $\omega = 3140$. Отсюда частота модулирующего сигнала определяется как $f_m = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3140}{2\pi} = 500$ Гц.

Угловая частота несущего сигнала $\omega = 2\pi \cdot 10^5$. Отсюда несущая частота определяется как $f_n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2\pi 10^5}{2\pi} = 100$ кГц.

Для определения максимальной величины мгновенно значения амплитуды модулированного сигнала ($S_m + S_n$) необходимо найти амплитуду модулирующего сигнала и несущего колебания. Амплитуда несущего колебания определяется из исходного выражения и составляет $S_n = 5$ В.

Определим амплитуду модулирующего сигнала. Поскольку глубина модуляции $m_{ам}$ равна как $\frac{S_m}{S_n}$, то определим из этого выражения $S_m = m_{ам} S_m S_n = 5 \cdot 0,5 = 2,5$ В. Максимальное значение амплитуды модулированного сигнала составляет $S_m + S_n = 5 + 2,5 = 7,5$ В.

Задача 3. Домашняя стереофоническая радиосистема с частотной модуляцией имеет девиацию частоты $\Delta F = 75$ кГц, а максимальная модулирующая частота f_m составляет 15 кГц. Определить индекс модуляции данной системы.

Решение. Для определения индекса модуляции системы подставляем заданные значения в выражении индекса модуляции I_m :

$$I_m = \frac{\Delta F}{f_m} = \frac{75}{15} = 5.$$

Задача 4. По последовательному каналу связи передается сообщение, частью которого является слова «sig». Для передачи сообщения используется кодировка ASCII, согласно которой буквы слова кодируются как 53h, 49h и 47h соответственно. Считать, что «1» кода передается как +5 В, а «0» как -5 В. Построить график сигнала в канале связи.

Решение. Представим кодировку букв в двоичной системе счисления: S – 53h = 1010011; I – 49h = 1001001; G – 47h = 1000111.

Поскольку канал сигнала в последовательном канале связи (рисунок 67).

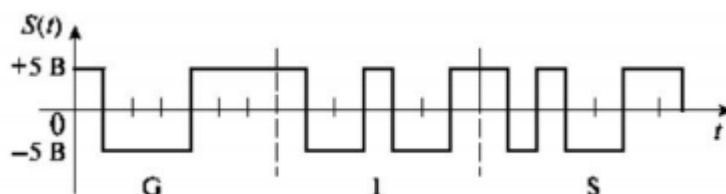


Рисунок 67 -График сигнала в последовательном канале связи

Задача 5. По параллельному каналу связи передается сообщение, частью которого является слово «SIG». Для передачи сообщения используется кодировка ASCII, согласно которой буквы слова кодируются как 53h, 49h, 47h соответственно. Считать, что «1» кода передается как + 5 В, а «0» как -5 В. Построить график сигнала в параллельном канале связи, представляющем собой восемь независимых линий связи.

Решение. Представим восьмью разрядами код каждой буквы: S – 56h = 01010011; I – 49h = 01001001; G – 47h = 01000111.

Построим график сигнала в параллельном канале связи (рисунок 68).

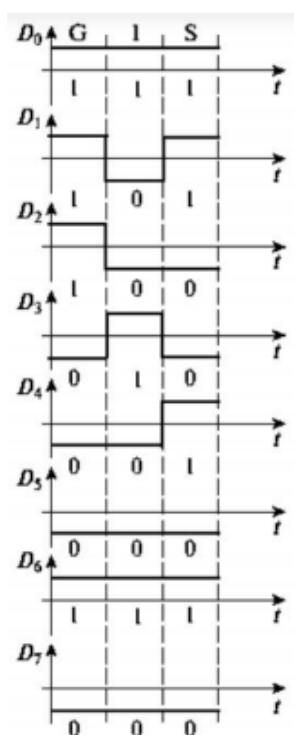


Рисунок 68 -График сигнала в параллельном канале связи: D₁ – информационные разряды параллельного восьмиразрядного кода

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. АМ-сигнал описывается функцией $S_m(t) = 7(1 + 0,3\cos 1500t) \sin^2 \pi 10^5 t$, В. Определить глубину модуляции, частоту модулирующего сигнала, несущую

частоту и максимальную величину мгновенного значения амплитуды модулированного сигнала.

Задача 2. АМ-сигнал описывается функцией $S_m(t) = 6,5(1 + 0,8\cos 500t)\sin 2\pi 10^3 t$, В. Определить глубину модуляции, частоту модулирующего сигнала, несущую частоту и максимальную величину мгновенного значения амплитуды модулированного сигнала.

Задача 3. АМ-сигнал описывается функцией $S_m(t) = 9(1 + 0,2\cos 21600t)\sin 2\pi 10^3 t$, В. Определить глубину модуляции, частоту модулирующего сигнала, несущую частоту и максимальную величину мгновенного значения амплитуды модулированного сигнала.

Задача 4. По последовательному каналу связи передается сообщение, частью которого является слово «DAY». Для передачи сообщения используется кодировка ASCII (см. Приложение). Считать, что «1» кода передается как +5 В, а «0» как -5 В. Построить график сигнала в канале связи.

Задача 5. По параллельному каналу связи передается сообщение, частью которого является слово «table». Для передачи сообщения используется кодировка ASCII (см. Приложение). Считать, что «1» кода передается как +1 В, а «0» как -1 В. Построить график сигнала в канале связи.

Задача 6. По последовательному каналу связи передается сообщение, частью которого является слова «SiGn». Для передачи сообщения используется кодировка ASCII (см. Приложение). Считать, что «1» кода передается как +5 В, а «0» как -5 В. Построить график сигнала в канале связи.

Контрольные вопросы

1. В чем состоит суть процесса модуляции?
2. Объясните термины «модулирующий сигнал» и «модулированный сигнал»?
3. От чего зависит вид модуляции?
4. Дайте определение амплитудной модуляции?
5. Как описывается соотношение между несущим и модулирующим сигналами?
6. Что называется глубиной модуляции?
7. В чем состоит суть частотной модуляции?
8. Объясните термин «девиация частоты».
9. Что такое фазовая модуляция?
10. Как связаны частотная и фазовая модуляция?
11. Дайте определение амплитудной, частотной и фазовой манипуляции.
12. Назовите виды импульсной модуляции и охарактеризуйте их.

5 Основные характеристики сигналов, каналов и линий связи

5.1 Сигналы

5.1.1 Основные характеристики

Подробное спектральное или временное описание сигнала, особенно в аналитическом виде, далеко не всегда бывает необходимо. Часто для описания общих свойств сигнала вполне достаточно указания основных его характеристик: длительности сигнала T_s , характеризующейся временем передачи сообщения (временем занятости канала), периода повторения сигнала T_s ; ширины частотного спектра сигнала Δf_s ; превышения сигнала над помехой N_s в виде отношения сигнал/помеха или сигнал/шум.

5.1.2 Ширина частотного спектра

Все каналы связи имеют ограниченную полосу пропускания, поэтому при передаче сигнала через реальный канал связи может быть передана лишь часть его частотного спектра, что приводит к искажению формы принятого сигнала. В связи с этим необходимо заботиться о минимальном искажении сигнала, для чего следует согласовывать ширину частотного спектра сигнала и полосу пропускания канала связи.

Ширина частотного спектра сигнала Δf_s - это диапазон частот, в пределах которого находится наиболее существенная часть спектра сигнала. Другими словами, ширина частотного спектра - это разница между максимальной и минимальной частотами сигнала, которые определяются по амплитудно-частотному спектру: $\Delta f_s = f_{max} - f_{min}$.

Методы определения f_{max} и f_{min} в спектре сигнала разнообразны: по нулевым значениям до и после максимального значения (рисунок 69); по заданному уровню; по эффективной полосе частот.

Если амплитудно-частотный спектр не имеет ярко выраженных «нулей», f_{max} и f_{min} определяют по некоторому уровню, например по уровню 0,1 от Φ_{max} или 0,5 от Φ_{max} .

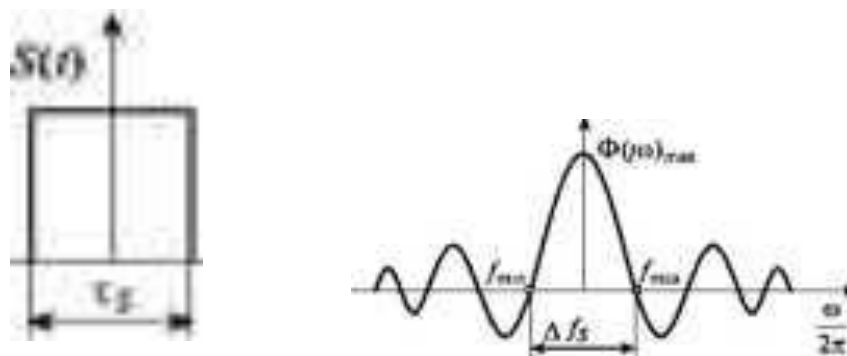


Рисунок 69 -
Сигнал
длительность

ью T_s , (а) и ширина его частотного спектра Δf_s (б)

При этом говорят о ширине амплитудно-частотного спектра по уровню 0,5 - $\Delta f_{0,5}$ и по уровню 0,1 - $\Delta f_{0,1}$ (рисунок 70). Такой метод используется для функций без разрывов с одним максимумом, т.е. гладких функций.

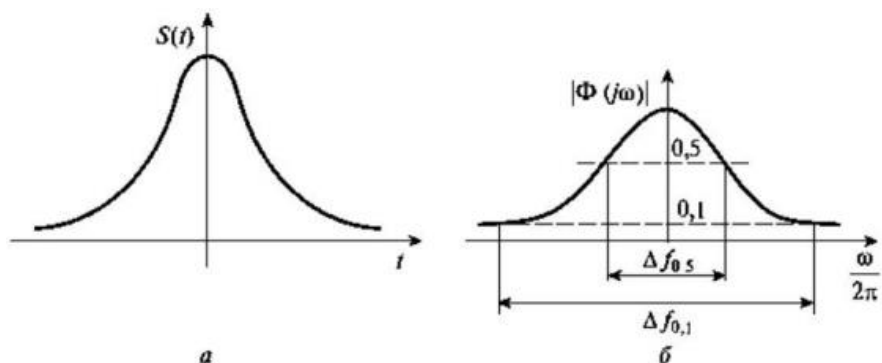


Рисунок 70 – Сигнал в виде гауссовой функции (а) и ширина его амплитудно-частотного спектра (б)

Для сигналов, имеющих амплитудный спектр в виде случайной изрезанной кривой, используется определение эффективной полосы частот $\Delta f_{эфф}$ (55). В этом случае ширина спектра определяется как ширина прямоугольника, имеющего площадь Q и высоту Φ_{max} :

$$\Delta f_{эфф} = \frac{1}{2\pi} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(j\omega)| d\omega}{\Phi_{max}} = \frac{Q}{2\pi\Phi_{max}} \quad (55)$$

Площадь равна площади под огибающей амплитудно-частотного спектра:

$$Q = \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(j\omega)| d(\omega) = \Phi_{max} * \Delta\omega; \Delta\omega = \frac{Q}{\Phi_{max}} = 2\pi f_{эфф} \quad (56)$$

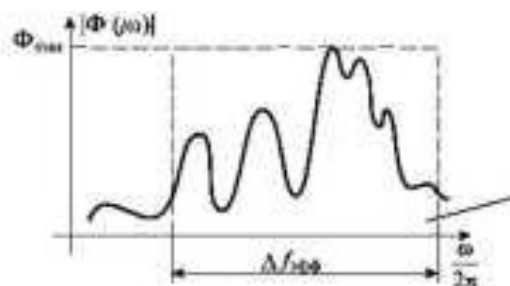


Рисунок 71 – Определение эффективной полосы частот;
I - Площадь амплитудно-частотного спектра

При оценке ширины спектра необходимо установить, какие частотные составляющие должны присутствовать в спектре сигнала для достижения необходимого качества воспроизведения сообщений.

Например, телеграфный сигнал представляет собой последовательность посылок (прямоугольных импульсов) и пауз разной длительности [15]. Наиболее широкий спектр телеграфный сигнал будет иметь при передаче самых коротких импульсов, разделенных самыми короткими паузами. Сохранение прямоугольной формы импульса не обязательно. Чтобы отличить посылку от паузы, достаточно сохранить в спектре сигнала лишь первые три гармоники (рисунок 72).

Ширина частотного спектра телеграфного сигнала $\Delta f_s = 3f_0$, где $f_0 = \frac{1}{T_0}$ - частота следования коротких посылок, разделенных пауза

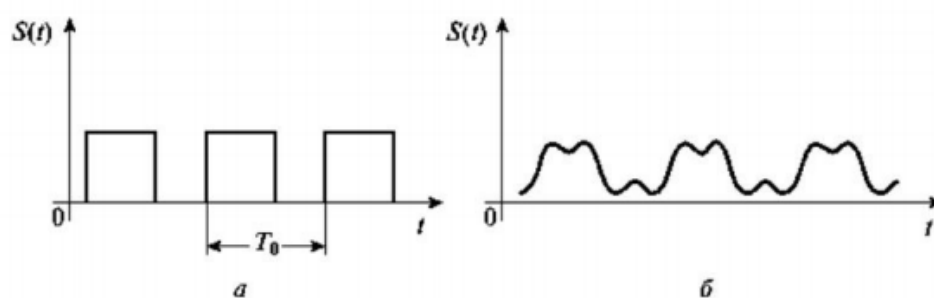


Рисунок 72 - Телеграфный сигнал (а) и телеграфный сигнал, восстановленный по сумме трех гармоник (б)

В телефонии элементы речи (звуки, слоги, слова) связаны друг с другом и не имеют четких границ. Типичные звуки речи называют **фонемами**. Спектры фонем русской речи занимают частотную область 70...7000 Гц. Однако распределение спектральной плотности неравномерно. Характерные для конкретной фонемы участки наибольшей спектральной плотности называют **формантами**. Необходимая в телефонии степень разборчивости речи может быть достигнута, если передавать только те частоты, в области которых расположены основные форманты звуков речи: область частот 400...3400 Гц

В радиовещании для высококачественной передачи музыки требуется полоса частот 30... 15 000 Гц. Звуковых колебаний с более высокими частотами человек не слышит. Однако передача такого широкого спектра частот технически затруднительна, поэтому в длинноволновом (ДВ) и коротковолновом (КВ) диапазонах ограничиваются передачей частотного спектра звуковых колебаний 50...4500 Гц, а в ультракоротковолновом (УКВ) диапазоне - 30... 10 кГц, добиваясь более высокого качества передачи звуковых сигналов.

В импульсных радиоперелиниях связи, в телеметрии (в системах измерения на расстоянии физических величин, характеризующих технологический процесс, результаты которого в виде кодированных радиосигналов автоматически передаются по каналу связи на индикаторы или ЭВМ), в радиолокации (в системах наблюдения различных объектов радиотехническими методами - их обнаружения, распознавания, определения местоположения) используются

импульсы длительностью около 1 мкс. Ширина частотного спектра сигнала для таких коротких импульсов составляет 1 МГц.

В телевидении для детального воспроизведения изображения необходимо разложить это изображение на большое количество строк. Телевизионное изображение состоит из **кадров**. Кадр формируется за счет быстрого строчного движения электронного луча в кинескопе по горизонтали с периодом строчной развертки (СР), составляющей $T_{ср} = 64$ мкс, и медленного движения по вертикали с периодом кадровой развертки (КР), составляющей $T_{кр} = 64$ мс. В телевидении используется частота передачи кадров $f_{кр} = \frac{1}{T_{кр}} = 50$ Гц. При этом изображение передается полукадрами. Сначала в одном полукадре формируются четные строки, затем в следующем полукадре - нечетные. Таким образом реализуется **чересстрочная развертка**. Прямой и обратный ход луча за один кадр составляет **растр** телевизионного изображения.

Структура видеосигнала представлена на рисунке 73. Для выполнения временной синхронизации видеосигнал имеет следующие составляющие:

- СГИ - строчные гасящие импульсы для гашения экрана на время обратного хода луча по строке;
- ССИ - строчные синхроимпульсы для запуска развертки по строке, определяющие начало строки;
- активная часть сигнала, которая соответствует видеосигналу передаваемого изображения;



Рисунок 73 - Формирование телевизионного раstra (а) и структура видеосигнала одной строки (б)

- КСИ - кадровые синхроимпульсы, определяющие начало формирования изображения по кадру;
- КГИ - кадровые гасящие импульсы для гашения экрана на время обратного хода луча по кадру.

- По принятому вещательному стандарту число строк $N_{\text{стр}}$ составляет 625, а горизонтальный размер кадра превышает вертикальный в $\frac{3}{4}$ раза. С учетом этого число телевизионных элементов в кадре составляет

$$N_{\text{ТВ,эл}} = \frac{N_{\text{стр}} * N_{\text{стр}} * 4}{3} = \frac{625 * 625 * 4}{3} \approx 520000 \quad (57)$$

Для слитного восприятия движущегося изображения необходимо передавать не менее 24 кадров в секунду (это пришло из кинематографа). Частота кадров должна быть привязана к частоте сети 50 Гц, поэтому при формировании вещательного стандарта была выбрана частота кадров $f_{\text{кр}} = 25$ Гц, т.е. она кратна частоте сети 50 Гц.

Таким образом, частота видеосигнала (число передаваемых элементов телевизионного изображения в секунду) составляет

$$F = N_{\text{ТВ эл}} * 25 \text{ Гц} \approx 13 * 10^6 \text{ Пд} = 13 \text{ МГц}. \quad (58)$$

Для сокращения полосы передаваемых частот в два раза используется чересстрочная развертка, при которой в четном и нечетном полукадрах передается по $\frac{625}{2} = 312,5$ строк. Это приводит к уменьшению полосы передаваемых частот в два раза, т.е. $F = 6,5$ МГц, при этом частота полукадров увеличивается в два раза и составляет $f_{\text{кр}} = 50$ Гц.

Период строчной развертки

$$T_{\text{ср}} = \frac{T_{\text{кр}}}{312,5} = \frac{1}{f_{\text{кр}} * 312,5} = \frac{1}{50 * 312,5} = 6,4 * 10^{-5} = 64 \text{ мкс} \quad (59)$$

Частоту $f_{\text{в}}$, равную полосе частот 6,5 МГц, принимают за верхнюю границу спектра видеосигнала. У нижней границы спектра располагаются спектральные составляющие звукового сопровождения и сигналы синхронизации с частотой кадровой развертки $f_{\text{кр}} = 50$ Гц.

Эта величина выражается отношением мощностей:

$$H_s = \frac{P_s}{P_N} \quad (60)$$

где P_s - средняя мощность сигнала;

P_N - средняя мощность помехи.

Превышение сигнала над помехой часто называют уровнем сигнала над помехой.

Отношение сигнал/помеха может определяться через отношение напряжения сигнала к действующему эффективному напряжению помехи:

$$N_N^S = 20 \lg \frac{U_s}{U_{\text{эфф}}} \quad (61)$$

Отношение сигнал/помеха измеряется в децибелах.

Произведение основных характеристик сигнала связи F_s , Δf_s и H_s называется **объемом сигнала**:

$$V_s = T_s \Delta f_s H_s \quad (62)$$

5.1.3 Сигнал как случайный процесс

Представление сигнала некоторой функцией времени $S(t)$ не отражает существа процесса передачи информации. Если на приемной стороне сигнал может быть заранее представлен некоторой функцией времени, то не имеет смысла передавать такой сигнал по каналу связи, так как заранее известны все будущие значения сигнала.

В действительности на приемной стороне о сигнале могут быть известны лишь совокупность его возможных значений, вероятности их появления, а также некоторые основные (или средние) характеристики. Появление того или иного сигнала на приемной стороне является случайным событием. Возможные значения такого случайного сигнала называются **выборочными функциями**, а все множество возможных значений - **выборочным пространством**. Например, в случае двоичного кодирования выборочное пространство состоит из двух элементов (посылки и паузы). Напряжение теплового шума в цепях аппаратуры связи может принимать любое значение, следовательно, выборочным пространством в этом случае является вся действительная ось значений сигнала $(-\infty; \infty)$ [4].

В процессе передачи одни значения сигнала сменяются другими, образуя выборочные функции - реализации случайного сигнала, форма реализации случайного сигнала зависит от передаваемого сообщения и меняется каждый раз при передаче сигнала, соответствующего тому сообщению. Таким образом, случайный сигнал может быть представлен функцией времени лишь в рамках данной его реализации.

Объединяя в себе свойства функции времени и случайной величины, сигнал, действующий в линии связи, должен рассматриваться как случайный процесс. В соответствии с отмеченной двойственностью случайного сигнала он может быть задан двумя способами. В одном из этих способов случайный сигнал считается заданным, если известны все его **реализации** и их **вероятности**. Другой способ задания случайного сигнала заключается в указании **закона распределения** для случайных величин, представляющих сигнал в различные моменты времени.

Менее подробным способом описания случайного сигнала является указание его средних характеристик:

- **математического ожидания**, совпадающего с постоянной составляющей всех типичных и достаточно длинных реализаций сигнала;
- **дисперсии**, которая равна мощности переменных составляющих сигнала, выделяемой на единичном сопротивлении;
- **частотного спектра мощности**, характеризующего распределение энергии сигнала по частоте;

- **функции корреляции**, определяющей степень взаимной зависимости значений сигнала в различные моменты времени.

Определение указанных характеристик сигнала, несмотря на их широкое применение, не характеризует сигнал с точки зрения содержащейся в нем информации. Между тем сигнал связи ценен лишь тем, что содержит в себе информацию. До приема сигнала ситуация для получателя является неопределенной, а получение сигнала и извлечение из него информации уменьшает эту неопределенность. При этом чем более неопределенной была ситуация до приема сообщения и чем менее неопределенной она стала после этого приема (т.е. чем больше неопределенности снято при приеме сообщения), тем большее количество информации получено на приемной стороне.

Таким образом, для оценки **количества информации**, заключенной в сигнале (сообщении), необходимо оценивать сигнал с точки зрения неопределенности, обусловленной его законом распределения. Количественную меру неопределенности очередного значения сигнала называют **энтропией**. Это понятие впервые ввел К. Шеннон в 1948 г.

В случае **дискретного сигнала** $S(t)$, который может принимать m различных значений с вероятностями $p_1, p_2, \dots, p_m$, энтропия определяется величиной

$$H(x) = -\sum_{k=1}^m p_k \log_a p_k \quad (63)$$

Логарифмы в этом выражении могут быть взяты по любому основанию, но чаще всего выбирается основание 2. Тогда при $m = 2$ и $p_1 = p_2 = 0,5$ энтропия $H(x) = 1$. Это значение энтропии называют двоичной единицей (1 дв. ед или 1 бит). Одна двоичная единица энтропии связана с неопределенностью выбора одного из двух равновероятных значений сигнала. Например, если ответом на заданный вопрос могут быть с одинаковой априорной вероятностью утверждение «да» или отрицание «нет», то неопределенность ответа равна 1 дв. ед, т.е. 1 биту.

Из определения энтропии вытекают ее свойства [6]:

- энтропия сигнала равна нулю лишь в том случае, если вероятность наступления одного из его значений равна единице (вероятности остальных значений при этом равны нулю). Такой сигнал не обладает неопределенностью, так как достоверно известно, одно единственно возможное его значение. Во всех других случаях, когда имеет место та или иная неопределенность значения сигнала, энтропия является положительной величиной;

- наибольшей энтропией обладает сигнал с равномерным законом распределения вероятностей, т.е. сигнал, обладающий наибольшей неопределенностью исхода. При равновероятности появления любого из m символов $p_k = \frac{1}{m}$ и

$$H_{\max}(x) = \log_a m \quad ; \quad (64)$$

- при объединении двух независимых случайных событий их энтропии складываются: $H(X, Y) = H(X) + H(Y)$;

- энтропия дискретных сообщений есть величина вещественная, ограниченная и неотрицательная, так как значение вероятности $p(x_i)$ не превосходит единицу, т.е. $0 < p(x_i) < 1$. При этом ее логарифм - это отрицательное число или ноль (рисунок 74), и с учетом (64) энтропия будет неотрицательной величиной.

Перечисленные свойства подтверждают, что энтропия может служить мерой неопределенности состояния различных случайных объектов (в частности, таких как сигналы в системах связи и их источники).

Однако основное определение энтропии учитывает лишь неравновероятность появления различных значений сигнала и не учитывает взаимосвязи этих значений. Между тем взаимозависимости элементов сигнала уменьшают его неопределенность. Если после данного

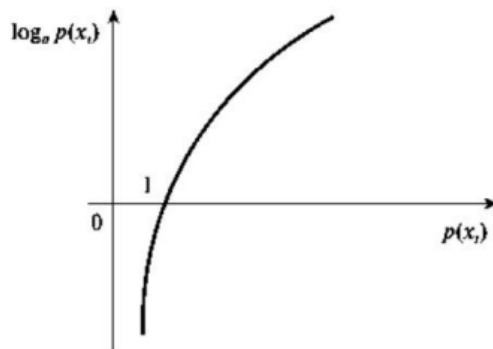


Рисунок 74 – График функции $\log_a p(x_i)$

элемента сигнала $S(t)$ возможно появление не любого, а лишь некоторых из m возможных элементов сигнала или появление элемента x_i влияет на вероятности появления последующих элементов, делая одни из них более вероятными, а другие менее вероятными, то это значит, что элемент x_i вносит некоторую ясность о последующих значениях сигнала еще до их появления, т.е. уменьшает общую неопределенность ситуации. Если взаимозависимость элементов сигнала делать все более жесткой, то в пределе после данного значения сигнала с вероятностью единица станет возможным появление лишь одного определенного значения сигнала. В этом предельном случае вероятностный процесс превращается в функциональную зависимость значения сигнала от времени, неопределенность ситуации полностью исчезает и энтропия становится равной нулю.

Например, передается сигнал, в котором вероятностные взаимозависимости наблюдаются лишь между соседними элементами. Зафиксируем внимание только на тех элементах x_j , которые появляются сразу после элементов x_i если в достаточно длинной реализации, состоящей из N элементов, число таких элементов равно n_{ij} , то условная вероятность появления элемента x_j после элемента x_i будет

$$p_{x_j(x_i)} = \frac{n_{ij}}{n} \quad (65)$$

Чтобы оценить неопределенность появления того или иного элемента сигнала после того, как был принят элемент x_0 необходимо воспользоваться определением энтропии, но для условных вероятностей:

$$H(x) = -\sum_{i=1}^m p_{x_i} \log_a p_{x_i}(x_i). \quad (66)$$

Для различных элементов сигнала $i = 1, 2, \dots, m$ величина этой неопределенности различна, а так как эти элементы появляются случайно, то $H(x)$ является случайной величиной. Энтропией сигнала в целом целесообразно считать математическое ожидание этой случайной величины:

$$H(x) = -\sum_{i=1}^m p(x_i) H_i(x). \quad (67)$$

Таким образом, энтропия сигнала при наличии вероятностной взаимозависимости двух соседних элементов сигнала определяется выражением

$$H(x) = -\sum_{i=1}^m p(x_i) \sum_{j=1}^m p(x_j) \log_a p_{x_i}(x_j). \quad (68)$$

При распространении вероятностных взаимозависимостей на несколько последующих значений сигнала выражения для определения энтропии усложняются, но методика вычислений остается прежней.

Полученные выражения позволяют вычислить среднее значение энтропии, приходящееся на один элемент сигнала. Энтропия сигнала длительностью в n элементов может быть определена как средняя энтропия одного элемента, увеличенная в n раз.

Приведение определения энтропии, справедливые для дискретных сигналов, не могут быть непосредственно использованы для оценки неопределенности непрерывного сигнала. Поскольку непрерывный сигнал имеет бесконечно большое число возможных значений, неопределенность исхода одного из них может быть как угодно велика. Действительно, обращаясь к дифференциальному закону распределения вероятностей и обозная плотность вероятности через $\rho(X)$, можно считать, что при достаточно малом Δx вероятность попадания сигнала в интеграл $(x_k, x_k + \Delta x)$ будет:

$$p_k = \rho(x_k) \Delta x. \quad (69)$$

Выражение для определения энтропии непрерывных сообщений после математических преобразований примет вид

$$H(x) = -\int_{-\infty}^{\infty} p(x) \log_a p(x) dx \quad (70)$$

Полученное выражение подтверждает высказанное предположение о бесконечно больших значениях энтропии непрерывного сигнала. Свойство энтропии непрерывного сигнала аналогичны свойствам дискретного сигнала.

5.2 Каналы связи

5.2.1 Основные характеристики

К основным характеристикам каналов связи относятся следующие:

- **время действия канала** T_k - время, в течении которого канал связи выполняет свои функции ;
- **полоса пропускания** Δf_k - полоса частот колебаний, пропускаемых каналом связи без значительного ослабления;
- динамический диапазон D_k , который можно представить как

$$D_k = \log_a \frac{p_{max}}{p_{min}} \quad (71)$$

зависит от чувствительности приемника P_{min} и допустимых нагрузок P_{min} аппаратуры канала связи;

емкость канала связи V_k - произведение вышеупомянутых величин:

$$V_k = T_k \Delta f_k D_k \quad (72)$$

Если объем сигнала (5.8) превышает емкость канала связи, то такой сигнал не может быть передан без искажений (без потери информации).

Общее условие согласования сигнала с каналом передачи информации определяется соотношением

$$V_s \leq V_k. \quad (73)$$

Это соотношение выражает необходимое, но не достаточное условие согласования сигнала с каналом. Достаточным является условие согласования по всем параметрам:

$$T_s \leq T_k; \Delta f_s \leq \Delta f_k; D_s \leq D_k. \quad (74)$$

Если при выполнении условия (5.19) не обеспечивается часть условий (5.20), то можно добиться согласования трансформацией сигнала при сохранении его объема. Например, если отсутствует согласование сигнала с каналом по частоте, т.е. $\Delta f_s \gg \Delta f_k$, то согласование достигается записью сигнала на магнитофон при одной скорости движения ленты, а воспроизведением его при передаче - с меньшей скоростью в n раз. В результате этого длительность сигнала T_s увеличивается в n раз и в n раз уменьшается ширина его спектра, при этом объем сигнала не изменяется;

- **количество информации** $I(X, Y)$ - означает количество переданной информации, содержащейся в сигнале источника Y , о состоянии объекта X и определяется количеством снятой в результате приема сигнала неопределенности, т.е. разностью *априорной* (до принятия сигнала) и *апостериорной* (после принятия сигнала) энтропий:

$$I(X, Y) = H(Y) - H(Z). \quad (75)$$

Отсюда вытекают следующие свойства количества информации:

- количество информации измеряется в тех же единицах, что и энтропия; чаще всего в битах;
- количество информации всегда неотрицательно: $I(X, Y) \geq 0$;
- никакое преобразование сигнала не увеличит содержащейся в нем информации;

- количество информации $I(X, Y)$ о каком-либо источнике X , содержащейся в сигнале Y , не больше энтропии этого источника: $I(X, Y) \leq H(X)$;
- количество информации о самом себе, содержащейся в источнике X , равно его энтропии: $I(X, Y) = H(X)$.

В частном случае, когда m возможных состояний источника равновероятны и независимы друг от друга, каждое состояние источника несет информацию $I(X, X) = \log_a m$, а последовательность, состоящая из n состояний (например, телеграмма длиной в n знаков, составленная из m равновероятных символов), несет информацию $I(X, X) = n \log_a m = -\log_a m^n$. В данном случае количество информации, содержащейся в источнике информации, определяется логарифмом числа возможных последовательностей состояний источника (числа возможных равновероятных событий), из которых осуществляется выбор при получении информации.

Количество информации при неполной достоверности дискретных сообщений равно разности безусловной энтропии $H(X)$, характеризующей начальную неопределенность сообщения, и условной энтропии, характеризующей остаточную неопределенность сообщения:

$$I(X, Y) = H(X) - H(X, Y) \quad (76)$$

где $I(X, Y)$ - количество информации, содержащейся во всей совокупности принятых сообщений X , относительно всей совокупности переданных сообщений Y ;

$$H(y_i) = -\log_2 p(y_i),$$

где $P(y)$ - априорная вероятность;

$$H(Y, X) = -\log_2 p(x, y)$$

где $p(y_i, x_i)$ - условная вероятность, характеризующая неопределенность в сообщении x , относительно переданного сообщения y_i .

Вероятность совместного появления событий y_i и x_i , равную $p(y_i)$, можно записать как

$$p(y_i x_i) = p(x_i) p\left(\frac{y_i}{x_i}\right) = p(y_i) p\left(\frac{x_i}{y_i}\right) \quad (77)$$

Вероятность равна априорной вероятности появления сообщения y_i , умноженной на условную (апостериорную) вероятность появления сообщения y , - при условии, что принято сообщение x_i

Приведем пример передачи сообщения о состоянии выхода источника напряжения, принимающего с равной вероятностью значения напряжения 1... 10 В. В этом случае сообщение несет большую информацию. Нетрудно заметить, что чем меньше вероятность события, тем большее количество информации содержится в сообщении об этом событии. Например, сообщение о том, что в июле будут заморозки, содержит много информации, так как такое событие редко и его вероятность очень мала.

Количество информации имеет выражение

$$I(x) = -\sum_{i=1}^n p(x_i) \log_a p(x_i) \quad (78)$$

Несмотря на совпадение формул, количества информации и энтропии, количество информации определяется после получения сообщения.

Единицы измерения количества информации и энтропии зависят от выбора основания логарифма: при использовании десятичных логарифмов - *дит*, натуральных - *нит*, двоичных - *бит*.

К основным характеристикам сигнала связи относятся также следующие:

- *скорость передачи информации* - среднее количество информации, передаваемое по каналу связи в единицу времени. В общем случае скорость передачи зависит от длительности передаваемого сообщения T . При достаточно длинных сообщениях скорость передачи остается постоянной. Скорость передачи информации имеет выражение

$$\bar{I}(Z, Y) = \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} I(Z, Y)}{T} \quad (79)$$

где $I(Z, Y)$ - количество информации, передаваемое за время T работы канала;

- *пропускная способность канала (C)* - максимальная теоретически допустимая для данного канала скорость передачи информации:

$$C = \max \{ \bar{I}(Z, Y) \} \quad (80)$$

Скорость ввода информации в канал не должна превышать пропускную способность канала, иначе информация будет утеряна. Аналитически скорость ввода информации выражается как

$$\bar{I}(x) = \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} I(x)}{T} \quad (81)$$

где $I(X)$ - среднее количество информации на входе канала;

T - длительность сообщения.

Одним из основных вопросов теории передачи информации является определение зависимости скорости передачи информации и пропускной способности от параметров канала и характеристик сигналов и помех, действующих в нем;

- *амплитудно-частотная характеристика (АЧХ)*. Для определения характеристик канала связи применяется анализ его реакции на некоторое эталонное воздействие. Чаще всего в качестве эталона используются синусоидальные сигналы разных частот. АЧХ показывает, как изменяется амплитуда синусоиды на выходе линии связи по сравнению с амплитудой на ее входе для всех частот передаваемого сигнала;

- *полоса пропускания* - диапазон частот, для которых отношение амплитуды выходного сигнала к входному превышает некоторый заданный предел (для мощности 0,5). Эта полоса частот определяет диапазон частот синусоидального сигнала, при которых этот сигнал передается по линии связи без значительных искажений. Ширина полосы пропускания влияет на максимально возможную скорость передачи информации по линии связи;

- *затухание канала связи (L)* - определяется как относительное уменьшение амплитуды или мощности сигнала при передаче по линии связи сигнала определенной частоты. Затухание L обычно измеряется в децибелах (дБ) и вычисляется по формуле

$$L = 10 \log_{10} \frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}} \quad (82)$$

где $P_{\text{вых}}$ - мощность сигнала на выходе линии;

$P_{\text{вх}}$ - мощность сигнала на входе линии;

- *достоверность передачи данных* - характеризует вероятность искажения для каждого передаваемого бита данных. Показателем достоверности является вероятность ошибочного приема информационного символа - $P_{\text{ош}}$. Величина $P_{\text{ош}}$ для каналов связи без дополнительных средств защиты от ошибок составляет, как правило, 10^{-4} ... 10^{-6} [10]. В волоконно-оптических линиях связи $P_{\text{ош}}$ составляет 10^{-9} . Это значит, что при $P_{\text{ош}} = 10^{-4}$ в среднем из 10 000 битов искажается значение одного бита. Искажения битов происходят как из-за наличия помех на линии, так и из-за искажений формы сигнала, ограниченной полосой пропускания линии. Для повышения достоверности передаваемых данных необходимо повышать степень помехозащищенности линий, а также использовать широкополосные линии связи.

5.2.2 Скорость передачи информации и пропускная способность дискретных каналов

Дискретный канал связи - это совокупность средств, предназначенных для передачи цифровых сигналов. На вход такого канала подаются дискретные сообщения, которые преобразуются в кодированные сигналы.

В *дискретном канале связи без помех* каждому входному сигналу соответствует тот же сигнал на выходе, т.е. входные и выходные сигналы связаны однозначной зависимостью. В этом случае среднее количество информации, переносимой одним элементарным символом, равно энтропии символа на входе канала:

$$I(Z) = I(Y) = H(Y) \quad (83)$$

Скорость передачи информации выражается как $\bar{I}(Y) = U_Y H(Y)$,

где U_Y - скорость передачи элементарных символов сигнала: $U_Y = \frac{1}{\tau_Y}$

(τ_Y - средняя длительность элементарных сигналов).

Пропускная способность канала выражается как $C = \max\{U_Y H(Y)\}$. Если U_Y задана, то максимальная скорость передачи информации будет обеспечена при максимальном значении энтропии кодированного сигнала:

$$C = U_Y \max\{H(Y)\} = U_Y \log_2 n \quad (84)$$

Таким образом, скорость передачи информации может быть максимальной при условии, что статистические характеристики источника сигнала согласованы со свойствами канала. Это достигается выбором способа кодирования.

В *дискретном канале связи с помехами* всегда нарушается соответствие между входными и выходными сигналами: одному входному сигналу могут соответствовать разные выходные. Из-за случайного характера помех можно говорить о вероятностях получения на выходе канала элементарного сигнала Z_i при условии, что отправлен сигнал y . Вероятностный характер связи между

входными и выходными сигналами определяется матрицей переходных вероятностей.

Если вероятности правильной передачи сигналов p и вероятности искажений q попарно одинаковы, то канал связи называется симметричным, т.е. $p = p_{11} = p_{22}$ и $q = p_{12} = p_{21}$.

Скорость передачи информации по дискретному каналу с помехами выражается как:

$$I(Z, Y) = U_Y [H(Y) - H(Y, Z)] \quad (85)$$

причем $-H(Y, Z)$ - условная энтропия, вероятность которой исходя из выражений для бинарного симметричного канала связи с помехами определяется как

$$p(y_1, z_1) = p(y_2, z_2) = p_{11} = p_{22} = p \text{ и } p(y_2, z_1) = p_{12} = p_{21} = q \quad (86)$$

Отсюда $-H(Y, Z)$ составит

$$-H(Y, Z) = [p \log_2 p + q \log_2 q] [p(z_1) + p(z_2)] = p \log_2 p + q \log_2 q$$

Для бинарного канала вероятность приема символа z_1 или z_2 при передаче любого символа y_1 или y_2 составляет 1, а безусловная энтропия определяется как

$$H(Y) = -p(y_1) \log_2 p(y_1) - p(y_2) \log_2 p(y_2)$$

Подставляя выражения для определения условной и безусловной энтропии в формулу (85), получим формулу для определения скорости передачи информации:

$$I(Z, Y) = U_Y [-p(y_1) \log_2 p(y_1) - p_2 \log_2 p(p_2) + p \log_2 p + q \log_2 q] \quad (87)$$

Отсюда видно, что скорость зависит от статистических характеристик источника сообщений. Максимальная скорость передачи информации наблюдается при равных вероятностях появления сигналов y_1 и y_2 :

$$p(y_1) = p(y_2) = \frac{1}{n} = \frac{1}{2},$$

где n - количества элементарных сигналов и условий энтропии, составляющей

$$H(Z)_{\max} = \log_2 n = \log_2 2 = 1 \text{ бит} \quad (88)$$

Пропускная способность бинарного симметричного канала связи определяется выражением

$$C = U_{\gamma} [\log_2 2 + q \log_2 q + (1-q) \log_2 (1-q)] \quad (89)$$

Наличие помех уменьшает пропускную способность канала, так как в дискретном канале без помех пропускная способность имела бы вид

$$C = U_{\gamma} \log_2 2 = U_{\gamma} \quad (90)$$

5.2.3 Скорость передачи информации и пропускная способность непрерывных каналов

Непрерывный канал связи - это совокупность средств, предназначенных для передачи непрерывных сигналов. Для описания непрерывных сигналов используются средние статистические характеристики: среднее значение случайной величины (математическое ожидание), дисперсия (мера разброса случайной величины относительно среднего значения), корреляционная функция (степень взаимной зависимости случайных значений процесса в разные моменты времени), функция плотности распределения вероятности, интегральная функция распределения вероятности.

Одной из основных характеристик непрерывного случайного сигнала является одномерная функция плотности распределения вероятности $W_1(x)$. Она показывает вероятность появления того или иного значения случайного процесса $n(t)$.

На рисунке 75, а показаны уровни анализа от x до $x + \Delta x$, на рисунке 75, б - определение вероятности попадания значения случайного процесса $n(t)$ в интервал Δx :

$$p\{x \leq n(t) \leq (x + \Delta x)\} = \frac{\sum \Delta t}{T} \quad (91)$$

где $\sum \Delta t$ - интервалы времени, при которых функция $n(t)$ находится в интервале Δx ;

T - интервал наблюдения.

Вероятность попадания p в интервал от x до $x + \Delta x$ зависит от ширины x . Чтобы исключить такую зависимость, необходимо разделить вероятность (91) на x и выполнить предельный переход:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{p\{x \leq n(t) \leq (x + \Delta x)\}}{\Delta x} = W_1(x) \quad (92)$$

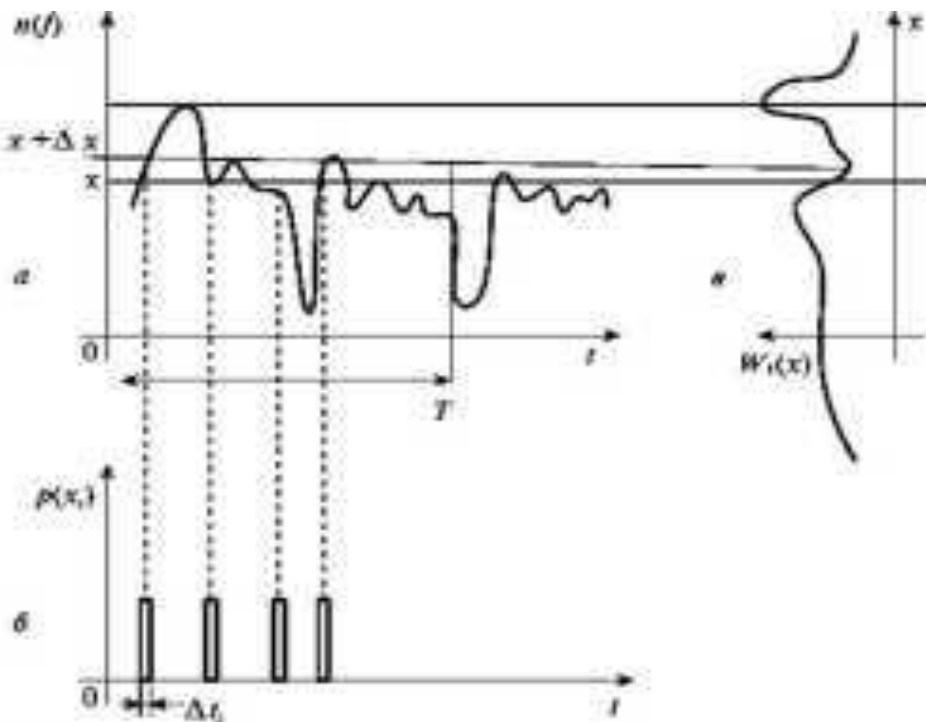


Рисунок 75 – Графическое представление некоторых средних статистических характеристик непрерывного случайного сигнала: а - значение случайного процесса $n(t)$; б - интервал попадания значений

Таким образом, одномерная функция плотности распределения вероятности $W_1(x)$ (рисунке 65, в) есть предел отношения вероятности попадания значений случайного процесса в интервал Δx к ширине этого интервала при условии $\Delta x \rightarrow 0$.

Функция плотности распределения вероятности $W_1(x)$ имеет следующие свойства:

- вероятность того, что случайный процесс $n(t)$ находится в интервале $(-\infty; \infty)$, составит 1:

$$p\{x \leq n(t) \leq (x + \Delta x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} W_1(x) dx = 1.$$

В непрерывных каналах связи с помехами вместо КУ и ДУ может использоваться более широкий класс преобразователей. Для передачи информации по такому каналу связи может применяться модуляция одного или нескольких параметров сигнала. Входные и выходные сигналы непрерывного канала задаются в виде ансамбля непрерывных функций с соответствующими плотностями распределения вероятностей;

- вероятность попадания значений случайного процесса в интервал $\{a, b\}$ можно записать как

$$p\{a \leq n(t) \leq b\} = \int_a^b W_1(x) dx. \quad (93)$$

- вероятность попадания значений случайного процесса в интервал $\{a, b\}$ при

равномерном распределении $W_1(x)$ можно записать
 $p\{a \leq n(t) \leq b\} = W_1(x) \cdot (b-a)$.

Скорость передачи информации отсчетов непрерывного сообщения принимает вид

$$I(Z, Y) = \frac{1}{T_k} [h(Z) - h(Z/Y)], \quad (94)$$

где T_k — интервал временной дискретизации;
 $h(Z)$ — дифференциальная энтропия одного отсчета;
 $h(\frac{Z}{Y})$ — условная дифференциальная энтропия данного отсчета.

Пропускная способность непрерывного канала связи с помехами имеет вид

$$C = \max[I_T(Z, Y)] = \left(\frac{1}{T_k}\right) \max[h(Z) - h(Z/Y)] \quad (95)$$

Рассмотрим случай, когда сигнал ограниченной мощности передается по каналу связи, в котором действует аддитивная помеха ограниченной мощности типа белого гауссова шума.

Гауссов шум (или нормальный шум) — случайный процесс, имеющий функцию плотности вероятности в виде гауссовой функции (рисунок 76, а):

$$W_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{(x-a_n)^2}{2\sigma_n^2}} \quad (96)$$

где σ_n^2 — дисперсия шума;
 a_n — среднее значение (математическое ожидание).

$$F(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |n(t)|^2 e^{j\omega t} dt = F_0(\omega) = \text{const} \quad (97)$$

Белый шум — это модель случайного процесса, имеющего равномерную спектральную плотность средней мощности или равномерный спектр (рисунок 76, б):

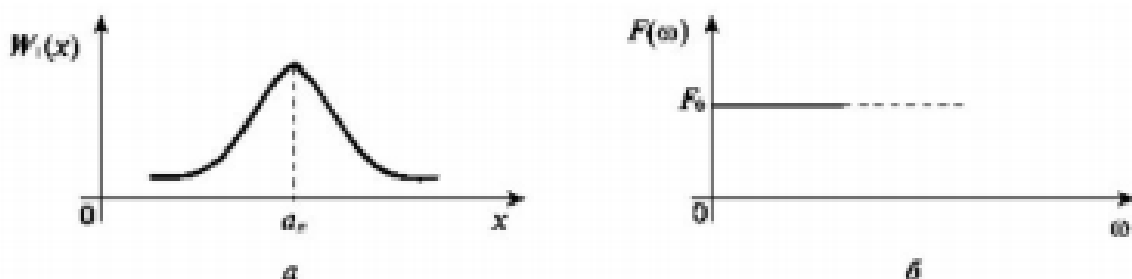


Рисунок 76 — Модель белого гауссова шума:
а- функция плотности распределения вероятности;
б- равномерный энергетический спектр

При аддитивной помехе $u(t)$ сигнал на выходе канала связи:

$$Z(t) = u(t) + S(t),$$

где $S(t)$ – сигнал без помех.

Средние мощности сигнала и помехи равны соответственно P_s и P_n . Будем считать, что полоса пропускания канала связи лежит в пределах от 0 до F_k . Ширина спектров сигнала и помехи ограничиваются полосой пропускания канала. Интервал временной дискретизации в соответствии с теоремой Котельникова $T_k = \frac{1}{2F_k}$.

Тогда выражение пропускной способности канала связи с помехами (95) примет вид

$$C = 2F_k \max[h(Z) - h(Z/Y)], \quad (98)$$

где $h(Z)$ – дифференциальная энтропия выходного сигнала;

$h(Z/Y)$ – условная дифференциальная энтропия;

$h(Z) = \log_2 \sqrt{(\delta_Y^2 + \delta_\varepsilon^2)} 2\pi$ при условии, что дифференциальная энтропия $h(Z/Y)$ полностью определяется свойствами помехи.

Подставив значения $h(Z)$ и $h(Z/Y)$ в выражение для определения пропускной способности и выполнив преобразования, получим выражение для определения пропускной способности канала связи в виде

$$C = F_k \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_n} \right). \quad (99)$$

5.2.4 Зависимость пропускной способности канала от полосы частот и емкости

Пропускную способность канала связи можно регулировать путем изменения полосы частот Δf_k или мощности сигнала P_s .

Зависимость пропускной способности канала связи от полосы частот имеет вид

$$C = \Delta f_k \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_n \Delta f_k} \right) \quad (100)$$

где P_n – мощность помехи, приходящаяся на полосу в 1 Гц.

Количество информации, которое может быть передано по каналу связи за время его работы T_k при воздействии помех типа белого гауссова шума, составляет

$$I_T(Z, Y) = T_k \Delta f_k \log_2 \left(1 + \frac{P_Y}{P_\varepsilon} \right), \quad (101)$$

Емкость канала связи определяет максимально возможное количество информации, которое может быть передано по каналу за время его работы. Поскольку пропускная способность выражает максимальное количество информации, которое может быть передано по каналу за единицу времени, то связь между емкостью и пропускной способностью канала определяется зависимостью

$$V_k = T_k * C \quad (102)$$

5.3 Линии связи

5.3.1 Классификация

Составной частью любого канала передачи информации является линия связи - физическая среда, обеспечивающая поступление сигналов от передающего устройства к приемному. В зависимости от среды линии связи делятся: на проводные (воздушные), кабельные (медные и волоконно-оптические) и беспроводные (наземной и спутниковой связи).

Проводная линия связи представляет собой проложенные между опорами провода без каких-либо экранирующих или изолирующих оплеток. Помехозащищенность и скорость передачи данных в этих линиях низкая. По проводным линиям связи передаются, как правило, телефонные и телеграфные сигналы.

Кабельная линия связи представляет собой пучок проводов, заключенных в одну или несколько защитных трубок (электрическую, механическую, электромагнитную).

В современных системах связи применяют в основном кабели трех типов [1]: на основе витых пар медных проводов, коаксиальные с медной жилой и волоконно-оптические.

Витая пара медных проводов отличается способностью снижать влияние внешних помех на сигналы, передаваемые по кабелю. Конструктивно витая пара может быть неэкранированной (рисунок 77, а) и экранированной (рисунок 77, б).

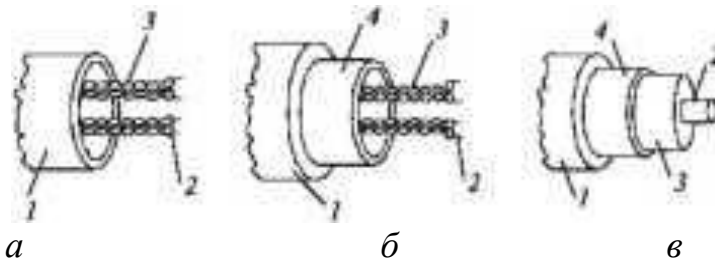


Рисунок 77 - Структура кабелей различных типов: а - неэкранированной витой пары; б - экранированной витой пары; в - коаксиального кабеля; 1 - защитная оболочка; 2 - медная жила; 3 - изоляция; 4 - экран

В кабелях с экранированной витой парой каждая витая пара помещается в металлическую оплетку (экран) для уменьшения излучений кабеля, защиты от внешних электромагнитных помех и снижения влияния пар проводов друг на друга. Экранированная витая пара значительно дороже неэкранированной. К тому же при ее эксплуатации необходимо применять специальные экранированные разъемы. Эти причины обуславливают значительно более редкое использование экранированных витых пар.

Основные достоинства неэкранированных витых пар - простота монтажа разъемов на концах кабеля, простота ремонта любых повреждений по сравнению с ремонтом других кабелей. Основные характеристики у них хуже, чем у других кабелей.

Важнейший параметр кабеля - максимальное затухание передаваемого сигнала на разных частотах. Для кабелей на основе витых пар эта величина очень значительна - даже на небольших расстояниях (порядка сотен метров) сигнал ослабляется в десятки и сотни раз. Поэтому линии связи с их использованием, как правило, довольно короткие (в пределах 100 м).

В настоящее время кабели на основе витой пары используются для передачи информации на скоростях до 100 Мбит/с, но ведутся работы по повышению скорости передачи до 1000 Мбит/с.

Важным параметром любого кабеля является также скорость распространения сигнала в кабеле, т.е. задержка распространения сигнала в кабеле на единицу длины. Величина задержки в большинстве современных кабелей составляет 5 нс/м.

Коаксиальный кабель (рисунок 77, в) имеет симметричную конструкцию и состоит из внутренней медной жилы (центрального проводника) и экрана, отделенного от проводника слоем изоляции и защитной оболочки. По сравнению с кабелями на основе витых пар коаксиальный кабель обладает более высокими помехозащищенностью (благодаря металлической оплетке) и допустимой скоростью передачи данных (до 500 Мбит/с), а также большим допустимым расстоянием передачи (до 1000 м и выше). Коаксиальный кабель позволяет лучше защитить сеть от несанкционированного прослушивания, поскольку механическое подключение к нему затруднено. Кроме того, он дает заметно меньше электромагнитных излучений в окружающую среду

В настоящее время считается, что коаксиальный кабель устарел и в большинстве случаев его вполне может заменить витая пара или волоконно-оптический кабель.

Волоконно-оптический кабель (рисунок 78) представляет собой проводник света и состоит из сердцевины (стеклянного волокна), стеклянной оболочки, обладающей меньшим коэффициентом преломления, чем сердцевина, и внешней оболочки [1].

Свет распространяется в результате полного внутреннего отражения от границы раздела сердцевины и стеклянной оболочки.



Рисунок 78 - Структура волоконно-оптического кабеля:
1 - внешняя оболочка; 2 - стеклянная оболочка; 3 - сердцевина

В зависимости от распределения коэффициента преломления сердцевины и стеклянной оболочки и от величины диаметра сердцевины различают несколько типов волоконно-оптических кабелей (рисунок 79).

Понятие «мода» описывает режим распространения световых лучей в сердцевине кабеля. В одномодовом кабеле используется сердцевина очень малого диаметра, соизмеримого с длиной волны света - 5... 10 мкм. При этом практически все лучи света распространяются вдоль оптической оси сердцевины, не отражаясь от стеклянной оболочки. Полоса пропускания одномодового кабеля достигает сотен ГГц на километр. В многомодовых кабелях применяются сердцевины большего диаметра, которые легче изготовить технологически. Наиболее употребительными являются многомодовые кабели с диаметрами сердцевины и стеклянной оболочки 62.5/125 и 50/125 мкм соответственно.

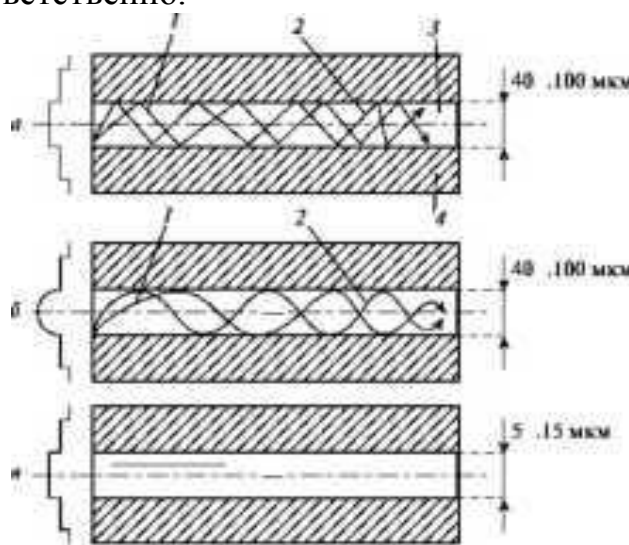


Рисунок 79 - Типы волоконно-оптических кабелей;

а - многомодовый со ступенчатым распределением коэффициента преломления; б - многомодовый с плавным распределением коэффициента преломления; в - одномодовый; 1 - мода 1; 2 - мода 2; 3 - сердцевина; 4 - стеклянная оболочка.

В многомодовых кабелях в сердцевине одновременно существует несколько путей световых лучей, отражающихся от стеклянной оболочки под разными углами. В многомодовых кабелях с плавным распределением коэффициента преломления режим распространения каждой моды определяется более сложным характером. Многомодовые кабели имеют более узкую полосу пропускания - 500...800 МГц/км. Сужение полосы происходит из-за потерь световой энергии при отражении, а также из-за интерференции лучей разных мод.

В одномодовых кабелях в качестве источника излучения света применяются полупроводниковые лазеры, в многомодовых - более дешевые светодиодные излучатели.

В оптических волокнах передача информации возможна «в окнах прозрачности» 1550 нм (при длине волны 1,55 мкм), 1300 нм (1,3 мкм) и 850 нм (0,85 мкм). Для других волн затухание в волокнах существенно выше. В качестве источника света обычно используется лазер на арсениде галлия. Его средняя мощность составляет 1... 10 мВт, длина волны излучения 0,84 мкм. Это излучение находится в невидимой части спектра (видимый диапазон спектра занимает область от 0,4 мкм - фиолетовый цвет до 0,7 мкм - красный цвет). Кроме источника света, в передающее устройство входит модулятор. На приемном конце линии сигналы детектируются фотодиодом; для исключения ошибок часто применяется помехоустойчивое кодирование.

Предельные расстояния для передачи данных по волоконно-оптическим кабелям (без ретрансляции) зависят от длины волны излучения и достигают десятков километров.

Беспроводные линии связи в настоящее время получили широкое распространение. Повсеместное использование беспроводных сетей и мобильных технологий привело к тому, что конечные пользователи стали обращать все большее внимание на беспроводные решения. Такие решения рассматриваются, прежде всего, как средство развертывания мобильных и стационарных беспроводных локальных сетей и как средство оперативного доступа в Интернет. Беспроводные сети различных типов отличаются друг от друга радиусом действия, поддерживаемыми скоростями передачи данных и технологией кодирования данных.

Наиболее распространенным является протокол беспроводной сети IEEE802.11, конкретно - стандарт 802.11b/g. В стандарте предусмотрено использование частотного диапазона 2400...2483,5 МГц, т.е. частотного диапазона шириной 83,5 МГц, который разбит на несколько частотных подканалов.

В основе всех протоколов беспроводной сети IEEE802.11 лежит технология расширения спектра. Данная технология подразумевает, что в результате преобразований при передаче первоначального узкополосного информационного сигнала его спектр оказывается значительно шире. Спектр сигнала «размазывается» по частотному диапазону. Одновременно с расширением спектра происходит и перераспределение спектральной энергетической плотности сигнала, и его энергия также «размазывается» по спектру. В результате максимальная мощность преобразованного сигнала оказывается значительно ниже мощности исходного. При этом уровень полезного информационного сигнала может в буквальном смысле сравниться с уровнем естественного шума. В результате сигнал становится «невидимым»: он просто теряется на уровне естественного шума.

В изменении спектральной энергетической плотности сигнала и заключается идея расширения спектра. Если подойти к вопросу передачи данных более традиционно (когда ведется передача в радиозфир, где каждой радиостанции отводится свой диапазон вещания), то возникает проблема ограничения радиодиапазона, предназначенного для совместного

использования. При этом невозможно «уместить всех желающих». Поэтому и возникла задача - найти такой способ передачи данных, при котором пользователи могли бы сосуществовать в одном частотном диапазоне и при этом не мешать друг другу. Именно эту задачу и решает технология расширения спектра.

5.3.2 Помехи в линиях связи

Помехами называются посторонние электромагнитные возмущения $n(t)$, накладывающиеся на передаваемые сигналы $S(t)$ и препятствующие приему сигналов.

По форме помехи делятся на несколько видов:

- **синусоидальные** - от промышленной сети с частотой 50 Гц, от медицинских установок и различных аппаратов;
- **импульсные** - в виде отдельных импульсов или групп импульсов (например, помехи от систем зажигания двигателей внутреннего сгорания);
- **хаотические** - типа теплового шума (например, броуновское движение заряженных частиц).

По характеру мешающего воздействия помехи также делятся на несколько видов:

- **аддитивные** - когда в канале связи помеха $u(t)$ складывается с полезным сигналом $S(t)$, т.е. $Z(t) = S(t) + u(t)$;
- **мультипликативные** - когда воздействие помехи $n(t)$ эквивалентно изменению коэффициента передачи канала связи, т.е.

$$Z(t) = S(t) * n(t)$$

Аддитивные помехи, в свою очередь, подразделяются на помехи соседних радиоканалов, промышленные, естественные, флюктуационные и помехи в виде случайного процесса.

Помехи соседних радиоканалов (перекрестные помехи) возникают, например, из-за перекрытия спектров соседних каналов связи (рисунок 80). Мера борьбы - раздвигание несущих частот соседних каналов не менее чем на две полуширины спектров сигналов.

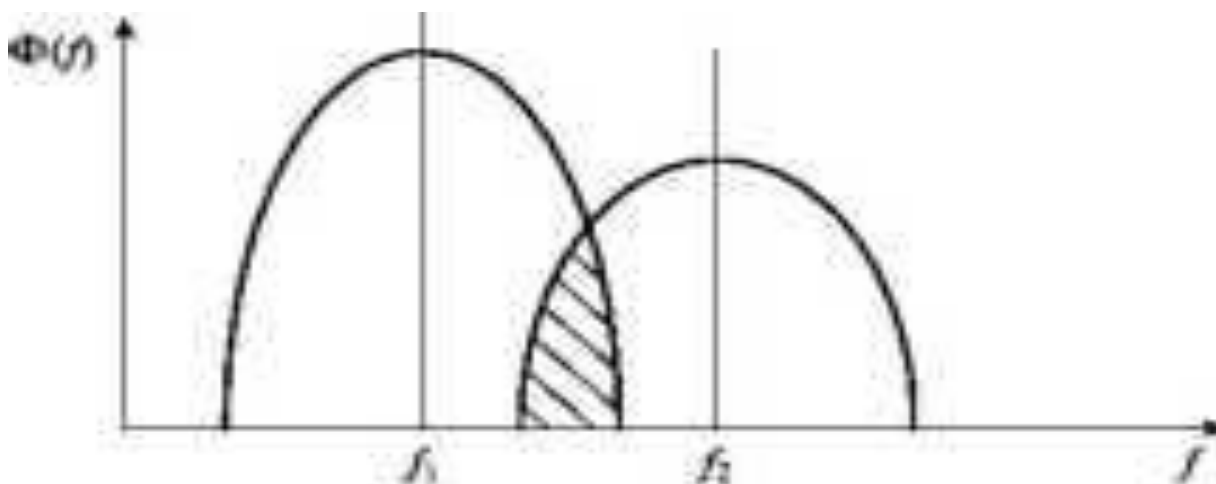


Рисунок 80 - Перекрытие спектров соседних каналов связи с несущими частотами f_1 и f_2

Промышленные помехи (искусственные помехи) возникают вследствие затухающих колебаний при искрообразовании в различных электрических устройствах (например, электромагнитное излучение промышленного оборудования, ламп накаливания). Эти помехи проявляются, например, в беспорядочном треске и щелчках в телефонах. Мера борьбы - предотвращение или уменьшение искрообразования, использование фильтров для замыкания ВЧ-колебаний в устройствах, экранирование радиоаппаратуры.

Естественные помехи могут быть атмосферными (внутриканальными) и космическими. Атмосферные помехи возникают из-за электромагнитного излучения при грозовых разрядах и проявляются на длинных и средних волнах в виде сильного нерегулярного треска в телефонах и радиоприемниках. Космические помехи вызваны излучением звезд в результате протекающих в них процессов преобразования энергии. Меры борьбы - переход в ультракоротковолновый диапазон, свободный от этого вида помех.

Флюктуационные помехи, источником которых являются внутренние шумы, представляют собой случайные колебания токов и напряжений в элементах радиоаппаратуры - последовательность коротких импульсов, имеющих случайный момент появления.

Помехи в виде случайного процесса можно определить как нежелательный процесс, который сопровождает передачу сигналов в линиях связи. Примером могут служить перекрестные помехи, когда во время телефонной связи происходит ложная коммутация двух телефонных линий, в результате чего в трубке можно слышать разговор по другой линии. Другим примером являются внутриканальные помехи, которые иногда возникают в телевизионных системах под воздействием атмосферных явлений. При этом телевизионный сигнал начинает распространяться на расстояния, превышающие обычные, и возникают взаимные помехи с локальными радиостанциями, ведущими вещание на тех же частотах.

Часть помех в линии связи вносят электронные компоненты - различные шумы: тепловой, дробовой, фликер-шум.

Тепловой шум возникает в процессе теплового возбуждения атомов проводника или резистора. В результате появляются свободные электроны, которые хаотически движутся в различных направлениях с различными скоростями. Их движение приводит к появлению случайной разности потенциалов на концах проводника или резистора.

Дробовой шум присутствует везде, где через какое-либо активное устройство течет постоянный или переменный ток и происходят случайные колебания величины этого тока, которые накладываются на сигнал и искажают его. Название «дробовой шум» происходит от специфического потрескивания, которое можно услышать в наушниках, если усилить сигнал с помощью усилителя низкой частоты.

Фликер-шум возникает в полупроводниковых вакуумных устройствах вследствие дефектов кристаллической структуры материала, которые приводят к флуктуациям проводимости. Происхождение этих шумов до конца не выяснено. Фликер-шумы нельзя смоделировать, поскольку они изменяются от устройства к устройству. В большинстве случаев на частотах выше 10 кГц фликер-шумом можно пренебречь. Условно считают, что фликер-шум занимает полосу $0,1 \dots 10^3$ Гц.

В качестве параметра для оценки качества системы используется отношение сигнал/шум - отношение максимального значения напряжения сигнала к эффективному значению напряжения шума:

$$N_{\frac{S}{n}} = \frac{S_{max}}{n_{эфф}} \quad (103)$$

Отношение сигнал/шум часто определяют в децибелах:

$$N_{\frac{S}{n}} = 20 \log \frac{S_{max}}{n_{эфф}}, \text{ дБ} \quad (104)$$

Иногда в качестве отношения сигнал/шум берут отношение мощности сигнала P_s и средней мощности помехи P_n , также выраженное в децибелах:

$$N_{\frac{S}{n}} = 10 \log \frac{P_s}{P_n}, \text{ дБ} \quad (105)$$

Типичные значения приемлемого отношения сигнал/шум составляют около 50...60 дБ - для высококачественного радиовещания музыкальных программ, 16 дБ - для низкокачественной передачи речи, до 30 дБ - для коммерческих телефонных систем, 60 дБ - для телевизионного вещания с хорошим качеством.

Отношение сигнал/шум уменьшается при прохождении сигнала через каскады усиления или преобразования в приемных устройствах систем связи, так как каждый каскад добавляет собственный шум. Если рассматривать многокаскадный усилитель, то общий коэффициент усиления определяется произведением коэффициентов усиления каждого каскада:

$$G_{общ} = G_1 * G_2 * G_3 \dots = \prod_{i=1}^N G_i. \quad (106)$$

В идеальном случае, когда каскады не вносят собственных шумов, на выходе отношение сигнал/шум не изменится, так как

$$\left(\frac{N_S}{n}\right)_{\text{ВЫХ}} = \frac{S_{\text{max ВХ}} * G_{\text{общ}}}{n_{\text{эфф ВХ}} * G_{\text{общ}}} = \frac{S_{\text{max ВХ}}}{n_{\text{эфф ВХ}}} = \left(\frac{N_S}{n}\right)_{\text{ВХ}} \quad (107)$$

Реально каждый i -каскад вносит шумы и помехи:

$$n_{\text{ВЫХ}i}(t) = G_1 * n_{\text{ВХ}i}(t) + n_i(t) \quad (108)$$

Тогда отношение сигнал/шум на выходе i -каскада будет составлять

$$\left(\frac{N_S}{n}\right)_{\text{ВЫХ}} = \frac{S_{\text{max ВХ}} * G_1}{n_{\text{ВХ}i-1}(t) * G_1 + n_i(t)} = \frac{S_{\text{max ВХ}}}{n_{\text{ВХ}i-1}(t) + \frac{n_i(t)}{G_1}} \quad (109)$$

При расчете общего отношения сигнал/шум всех каскадов системы необходимо отдельно вычислить полезный сигнал $S_{\text{maxВЫХ}}$ и уровень шума $n_{\text{ВЫХ}}(t)$ с учетом коэффициентов передачи каскадов G_1 и уровня шумов $n_i(t)$, внесенных в каждый каскад.

Примеры задач с решениями

Задача 1. В дискретном канале связи без помех для передачи сообщений используется алфавит с четырьмя символами. Длительность

каждого символа составляет 1 мс. Определить пропускную способность канала передачи информации.

Решение. Запишем выражение для определения пропускной способности дискретного канала связи без помех:

$$C = U_{\gamma \max} \{H(Y)\} = U_{\gamma} * \log_a n = \frac{\log_a n}{\tau_{\gamma}},$$

где n - общее количество сообщений из алфавита с четырьмя символами:
 $n = 4^4 = 256$; $\tau_{\gamma} = 4$ $\tau = 4 * 1 = 4$ мс;

Задача 2. Источник вырабатывает символы с априорными вероятностями $p_1 = 0,2$; $p_2 = 0,7$ и $p_3 = 0,1$. Передача информации осуществляется равномерным двоичным кодом, длительность каждого символа которого составляет 1 мс. Определить скорость передачи информации по дискретному каналу связи без помех.

Решение. Запишем выражение для скорости передачи информации:

$$\bar{I}(Y) = U_Y * H(Y) = \frac{H(Y)}{\tau_Y}, H(Y) = -\sum_{i=1}^n p(x_i) \log_2 x_i = -(0,2 * \log_2 0,2 + \log_2 0,7 + 0,1 * \log_2 0,1) = 10^{-3}$$

$$\bar{I}(Y) = \frac{1,144}{10^{-3}} = 1144 \text{ дв.} \frac{\text{ед}}{\text{с}}.$$

Задача 3. Источник вырабатывающий символы с априорными вероятностями $p_1 = 0,4$; $p_2 = 0,3$; $p_3 = 0,2$ и $p_4 = 0,1$, подключен к каналу передачи информации с пропускной способностью $C=1000$ бит/с. Передача информации осуществляется равномерным двоичным кодом. Определить скорость передачи информации по каналу.

Решение. Выражение для определения скорости передачи информации имеет вид

$$\bar{I}(Y) = U_Y * H(Y).$$

Выразим U_γ из выражения для определения пропускной способности канала связи:

$$C = U_\gamma \log_2 n; U_\gamma = \frac{C}{\log_2 n}; U_\gamma = \frac{1000}{\log_2 n} = 500 \text{ бит/с};$$

$$\begin{aligned} H(Y) &= - \sum_{i=1}^n p(x_i) \log_2 p(x_i) \\ &= -(0.4 \log_2 0.4 + 0.3 \log_2 0.3 + 0.2 \log_2 0.2 + 0.1 \log_2 0.1) \\ &= 1,85 \text{ бит}; \\ \bar{I}_y &= 500 * 1.85 = 925 \text{ бит/с}. \end{aligned}$$

Задача 4. Сколько в среднем букв русского текста за 1 с можно передать по каналу передачи информации с пропускной способностью $C = 1\,000$ бит/с при условии, что средняя энтропия русского языка на одну букву составляет 2 бита.

Решение. Выражение для определения количества информации, передаваемой по каналу связи за 1 секунду имеет вид

$$I(Y) = U_\gamma * H(X).$$

Выразим U_γ из выражения пропускной способности канала связи:

$$C = U_\gamma \log_2 n; U_\gamma = \frac{C}{\log_2 n}.$$

Поскольку $n = 32$ (количество букв в русском алфавите), то

$$U_\gamma = \frac{1000}{\log_2 32} = 200 \frac{\text{бит}}{\text{с}}; H(X) = 2 \text{ бит}; I(Y) = 200 * 2 = 400 \frac{\text{бит}}{\text{с}}$$

Задача 5. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала с помехами при вероятностях искажения элементарного символа $q = 0,001$ и $p = 0,999$.

Решение. 1) $q = 0,001, p = 1 - q = 1 - 0,001 = 0,999$;

$$\begin{aligned} C &= U_\gamma (\log_2 2 \\ &\quad + q \log_2 q \\ &\quad + p \log_2 p) = U_\gamma (1 + 0.001 \log_2 0.001 + 0.999 \log_2 0.999) \\ &= U_\gamma 0.9886 \frac{\text{бит}}{\text{с}} \end{aligned}$$

2) $q = 0,01, p = 1 - q = 1 - 0,01 = 0,99$;

$$\begin{aligned} C &= U_\gamma (\log_2 2 \\ &\quad + q \log_2 q \\ &\quad + p \log_2 p) = U_\gamma (1 + 0.01 \log_2 0.01 + 0.99 \log_2 0.99) = U_\gamma 0.91 \frac{\text{бит}}{\text{с}} \end{aligned}$$

Задача 6. Определить энтропию системы каскадов, которая описывается дискретной случайной величиной x со следующим рядом распределения вероятностей: $p(x_1) = p(x_2) = p(x_3) = p(x_4) = 0,01$ и $p(x_5) = 0,96$.

Решение. Запишем выражение для определения энтропии дискретной случайной величины

Задача 7. Определить энтропию системы каскадов, которая описывается дискретной случайной величиной x , со следующим рядом распределения вероятностей $p(x_1) = p(x_2) = p(x_3) = p(x_4) = p(x_5) = 0,2$.

Решение. Запишем выражение для определения энтропии дискретной случайной величины:

$$H(X) = - \sum_{i=1}^n p(x)_i \log_2 p(x)_i = -5 * 0.2 \log_2 0.2 = 2.322 \text{ бит.}$$

Задача 8. Определить отношение сигнал/шум на выходе системы каскадов (рисунок 81) с коэффициентами усиления G_1 , G_2 и G_3 . Записать в числовом виде и выразить в децибелах. Мощность входного сигнала составляет 2 мВт, уровень входных шумов - 5 мкВт. Каждый каскад вносит собственные шумы уровней $n_1 = 100$ мкВт, $n_2 = 1$ мВт и $n_3 = 10$ мВт. Коэффициенты передачи каскадов составляют $G_1 = 40$, $G_2 = 10$ и $G_3 = 8$.

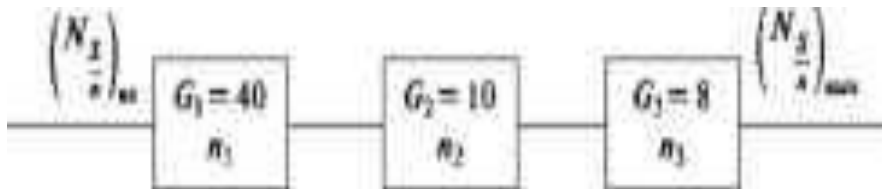


Рисунок 81 - Система каскадов для задачи 8

Решение. Определим уровень сигнала на выходе системы каскадов:
 $S_{\text{вых}} = S_{\text{вх}} * G_1 * G_2 * G_3 = 2 \text{ мВт} * 40 * 10 * 8 = 6,4 \text{ Вт.}$

Определим уровень шумов на выходе системы с учетом внесенных шумов на выходе каждого каскада:

$$n_{\text{вых1}}(t) = 5 * 10^{-6} * 40 + 100 * 10^{-6} = 300 \text{ мкВт}$$

$$n_{\text{вых2}}(t) = 300 * 10^{-6} * 10 + 1 * 10^{-3} = 4 \text{ мВт}$$

$$n_{\text{вых3}}(t) = 4 * 10^{-3} * 8 + 10 * 10^{-3} = 42 \text{ мВт}$$

Определим отношение сигнал/шум на входе системы:

$$(N \frac{S}{n})_{\text{вх}} = \frac{2 \text{ мВт}}{5 \text{ мкВт}} = 400 \text{ или } (N \frac{S}{n})_{\text{вх}} = 10 \log \frac{2 \text{ мВт}}{5 \text{ мкВт}} = 26 \text{ дБ.}$$

Определим отношение сигнал/шум на выходе системы:

$$(N \frac{S}{n})_{\text{вых}} = \frac{6,4 \text{ Вт}}{42 \text{ мВт}} = 152 \text{ или } (N \frac{S}{n})_{\text{вых}} = 10 \log \frac{6,4 \text{ Вт}}{42 \text{ мВт}} = 21,8 \text{ дБ}$$

Из этого примера видно, что отношение сигнал/шум уменьшается.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала с помехами при вероятностях искажения элементарного символа $q = 0,1$ и $q = 0,0001$.

Задача 2. Определить энтропию системы каскадов, которая описывается дискретной случайной величиной x со следующим рядом распределения вероятностей: $p(x_1) = 0,1$; $p(x_2) = 0,2$; $p(x_3) = 0,5$; $p(x_4) = 0,1$ $p(x_5) = 0,1$.

Задача 3. Определить энтропию системы каскадов, которая описывается дискретной случайной величиной x , со следующим рядом распределения вероятностей: $p(x_1) = p(x_2) = 0,1$ и $p(x_3) = p(x_4) = p(x_5) = 0,3$.

Задача 4. Сколько в среднем букв русского текста за 1 с можно передать по каналу передачи информации с пропускной способностью $C = 500$ бит/с при условии, что средняя энтропия русского языка на одну букву составляет 2 бита.

Задача 5. Источник, вырабатывающий символы с априорными вероятностями $p_1 = 0,01$; $p_2 = 0,2$; $p_3 = 0,5$ и $p_4 = 0,29$, подключен к каналу передачи информации с пропускной способностью $C = 1000$ бит/с. Передача информации осуществляется равномерным двоичным кодом. Определить скорость передачи информации по каналу.

Задача 6. Определить отношение сигнал/шум на выходе системы каскадов (рисунок 82) с коэффициентами усиления G_1, G_2, G_3 . Записать в числовом виде и выразить в децибелах. Мощность входного сигнала составляет 5 мВт, уровень входных шумов - 10 мкВт. Каждый каскад вносит собственные шумы уровней $n_1 = 10$ мВт, $n_2 = 100$ мВт и $n_3 = 100$ мВт. Коэффициенты передачи каскадов составляют $G_1 = 30$, $G_2 = 20$ и $G_3 = 10$.

Задача 7. Источник вырабатывает символы с вероятностями $p_1 = 0,25$; $p_2 = 0,7$; . Передача информации осуществляется равномерным двоичным кодом, длительность каждого символа которого составит 2 мс. Определить скорость



Рисунок 82 - Система каскадов для задачи 6

передачи информации по дискретному каналу без помех.

Задача 8. В дискретном канале связи без помех для передачи сообщений используется алфавит с шестью символами. Длительность каждого символа составляет 2,5 мс. Определить пропускную способность канала передачи информации.

Задача 9. Определить отношение сигнал/шум на выходе системы каскадов (рисунок 83) с коэффициентами усиления G_1, G_2 и G_3 . Записать в числовом виде и выразить в децибелах. Мощность входного сигнала составляет 3 мВт, уровень входных шумов - 8 мкВт. Каждый каскад вносит собственные шумы уровней $n_1 = 100$ мкВт, $n_2 = 1$ мВт и $n_3 = 100$ мкВт. Коэффициенты передачи каскадов составляют $G_1 = 60$, $G_2 = 30$ и $G_3 = 15$.

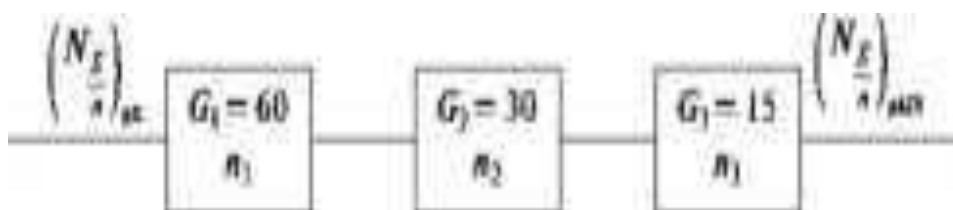


Рисунок 83 - Система каскадов для задачи 9

Задача 10. Сколько в среднем букв русского текста можно передать за 2 с по каналу передачи информации с пропускной способностью $C = 5000$ бит/с при условии, что средняя энтропия русского языка на одну букву составляет 3 бита.

Контрольные вопросы

1. Назовите основные характеристики сигналов.
2. Каким образом можно определить ширину спектра сигнала?
3. Объясните термин «отношение сигнал/шум».
4. Выразите отношение сигнал/шум в децибелах.
5. Как описывается случайный сигнал?
6. Какие характеристики служат для описания случайного сигнала?
7. Объясните термин «энтропия».
8. Опишите свойства энтропии.
9. Запишите формулу энтропии для дискретных сообщений и объясните, почему эта величина неотрицательная.
10. Как записывается формула энтропии для непрерывных сообщений?
11. Перечислите характеристики каналов связи.
12. Объясните термин «емкость канала связи».
13. Как определяется количество информации?
14. В чем разница между определением энтропии и дискретных сообщений и количеством информации?
15. В чем измеряется количество информации?
16. От каких величин зависит скорость передачи информации?
17. Что такое пропускная способность канала передачи информации?
18. Как определяется затухание канала связи?
19. Что характеризует достоверность передачи информации?
20. Запишите формулы для определения скорости передачи информации и пропускной способности дискретного канала связи с помехами и без помех.
21. Запишите формулы для определения скорости передачи информации и пропускной способности непрерывного канала связи с помехами.
22. Приведите классификацию линий связи.
23. Какие разновидности кабельных линий связи вам знакомы?
24. Как классифицируются помехи по форме и характеру воздействия?
25. Какие помехи возникают в линиях связи?
26. Перечислите типы шумов и причины их возникновения.

6 Сотовые системы передачи цифровой информации

6.1 История развития сотовой связи

Сотовая связь берет свое начало в 1946 г., когда в г. Сент-Луис (США) начала работать компания, специализировавшаяся на предоставлении платных услуг населению в сфере радиотелефонной связи. Клиенты компании пользовались радиотелефонами, которые имели несколько фиксированных частот. В случае если канал связи занят, абонент мог бы с помощью переключателя перейти на свободную частоту. Аппаратура того времени была довольно громоздкой и энергоемкой.

Понадобилось около 40 лет, чтобы появилась малогабаритная переносная приемопередающая радиоаппаратура, отвечающая потребностям клиентов и духу времени. В 1981 г. в Скандинавских странах и в Саудовской Аравии были введены в промышленную эксплуатацию несколько сетей радиотелефонной связи. В 1983 г. в районе г. Чикаго (США) после ряда успешных полевых испытаний введена в коммерческую эксплуатацию сотовая сеть стандарта AMP5.

В Казахстане первая система сотовой связи начала работать в 1994 г. Ее владельцем была компания «Алтел». С этого времени начал формироваться казахстанский рынок услуг сотовой связи. Компания представляла услуги стандарта AMPS, действующего более чем в 70 странах мира, используя технологию и оборудование фирмы Motorola. В рекламе настойчиво подчеркивалась социальная престижность владения сотовым телефоном. Исходя из этого операторы сотовой связи ориентировались в основном на состоятельных клиентов и не были заинтересованы в массовом привлечении клиентов со скромным достатком.

Коренной перелом на рынке услуг сотовой связи широким слоям населения произошел после экономического кризиса в Казахстане в 1998 г. в связи с массовым оттоком клиентов. Потеря абонентов сотовых операторов из-за кризиса, по оценке средств массовой информации составила в среднем 20%, а в отдельных регионах и все 50%. В борьбе за клиентуру сотовые компании пошли на резкое снижение цен на услуги.

Для привлечения новых клиентов компании стали предлагать новые продукты, цены, тарифы и услуги. Так, компания «Билайн» первая в Казахстане предложила коробочный продукт, включающий в себя мобильный телефон, оплаченную карточку и разрешение на использование телефона. Стоимость коробочного продукта составляла всего 49 дол. плюс ежемесячная плата оператору за трафик в размере 20 дол. Предложенная стоимость услуг стала доступной слоям населения со средним достатком. Сотовая связь перестала быть связью для избранных.

В настоящее время все сотовые компании в борьбе за клиентов, кроме экономических рычагов, используют и другие (в частности, вводятся новые дополнительные услуги). К этому виду сервисного обслуживания относятся доступ к Интернету через мобильный телефон, отправка сообщений электронной почтой с использованием мобильного телефона, банковское обслуживание через мобильный телефон (телефонный банкинг), справочные услуги через мобильный телефон, электронная коммерция, автоматический роуминг среди операторов одного стандарта (в настоящее время) и среди операторов разных стандартов (в будущем). Оплата дополнительных услуг может производиться вне зависимости от основного пакета услуг, а может быть включена в его стоимость.

6.2 Принципы работы сотовой связи

Основные принципы сотовой телефонии довольно просты. Первоначально Федеральная комиссия по связи установила географические зоны покрытия сотовых радиосистем на основе измененных данных переписи населения 1980 г. Идея сотовой связи состоит в том, что каждая зона подразделяется на шестиугольные ячейки (СОТЫ) которые, совмещаясь, образуют структуру, напоминающую пчелиные соты (рисунок 84, а). Такая форма обеспечивает наиболее эффективную передачу, почти соответствуя круговой диаграмме направленности, но при этом устраняя щели, которые всегда возникают между соседними окружностями [16].

Сота определяется своими физическими размерами, численностью населения и структурой трафика. Федеральная комиссия по связи не регламентирует количество сот в системе и их размер, предоставляя операторам возможность устанавливать эти параметры в соответствии с ожидаемой структурой трафика. Каждой географической области выделяется фиксированное количество сотовых речевых каналов. Физические размеры соты зависят от абонентской плотности и структуры вызовов. Например, крупные соты (макросоты) обычно имеют радиус 1,6...24 км при мощности передатчика базовой станции 1...6 Вт. Самые маленькие соты (микросоты) обычно имеют радиус 460 м или меньше при мощности передатчика базовой станции от 0,1 Вт до 1 Вт.

На рисунке 84, б, в показана сотовая конфигурация с ячейками двух размеров и классификация сот.

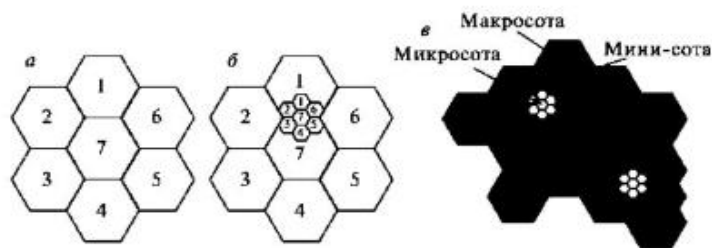


Рисунок 84 - Сотовая структура ячеек (а), сотовая конфигурация с ячейками двух размеров (б) и классификация сот (в)

Микросоты чаще всего используются в регионах с высокой плотностью населения. В силу своего небольшого радиуса действия микросоты менее подвержены воздействиям, ухудшающим качество передачи (например, отражениям и задержкам сигнала).

Макросота может накладываться на группу микросот, при этом микросоты обслуживают медленно перемещающиеся мобильные аппараты, а макросота быстро перемещающиеся аппараты. Мобильный аппарат способен определять скорость своего перемещения как быструю или медленную. Это позволяет уменьшить число переходов из одной соты в другую и коррекций данных о месте нахождения.

Алгоритм перехода из одной соты в другую может быть изменен при малых расстояниях между мобильным аппаратом и базовой станцией микросоты.

Иногда радиосигналы в соте слишком слабы, чтобы обеспечить надежную связь внутри помещений. Особенно это касается хорошо экранированных участков и зон с высоким уровнем помех. В таких случаях используются очень маленькие соты пикосоты. Пикосоты внутри помещений могут использовать те же частоты, что и обычные соты данного региона, особенно при благоприятной окружающей среде (например, в подземных тоннелях).

В системах, использующих шестигранные соты, передатчики базовой станции могут размещаться в центре, на ребре или в вершине соты (рисунок 85). В сотах с передатчиком в центре используются обычно всенаправленные антенны, в сотах с передатчиками на ребре или в вершине секторные направленные антенны. Всенаправленные антенны излучают и принимают сигналы одинаково во всех направлениях.

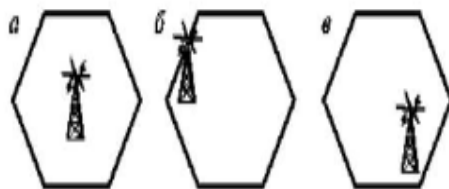


Рисунок 85 - Размещение передатчиков базовой станции
в центре (а), на ребре (б) и в вершине (в) соты

В системе сотовой связи одна мощная стационарная базовая станция, расположенная высоко над центром города, может заменяться многочисленными одинаковыми маломощными станциями, которые устанавливаются в зоне покрытия на площадках, расположенных ближе к земле.

Соты, использующие одну и ту же группу радиоканалов, могут избежать взаимных влияний, если они правильно разнесены. При этом наблюдается повторное использование частот (рисунок 86) выделение одной и той же группы частот (каналов) нескольким сотам при условии, что эти соты разделены значительными расстояниями. Повторному использованию частот способствует уменьшение зоны обслуживания каждой соты.

Базовой станции каждой соты выделяется группа рабочих частот, отличающихся от частот соседних сот, а антенны базовой станции выбираются такими, чтобы охватить желаемую зону обслуживания в пределах своей соты. Поскольку зона обслуживания ограничена границами одной соты, то различные соты могут использовать одну и ту же группу рабочих частот без взаимных влияний при условии, что две такие соты находятся на достаточном расстоянии друг от друга. Географическая зона обслуживания сотовой системы, содержащая несколько групп сот, делится на **кластеры** (см. рисунок 84). Каждый кластер состоит из семи сот, которым выделяется одинаковое количество полнодуплексных каналов связи. Соты с одинаковыми буквенными обозначениями используют одну и ту же группу рабочих частот. Как видно из рисунка, одинаковые группы частот используются во всех трех кластерах, что позволяет в три раза увеличить количество доступных каналов мобильной связи. Буквы А, В, С, D, Е, F и G обозначают семь групп частот.

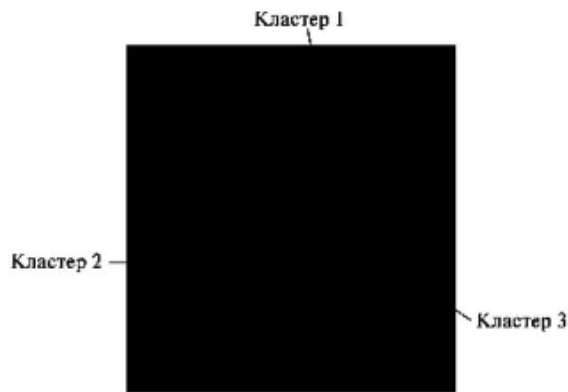


Рисунок 86 - Принцип повторного использования частот в сотовой связи

Рассмотрим систему с фиксированным количеством полнодуплексных каналов, доступных в некоторой области. Каждая зона обслуживания разделяется на кластеры и получает группу каналов, которые распределяются между N сотами кластера, группируясь в неповторяющиеся комбинации. Все соты имеют одинаковое количество каналов, но при этом они могут обслуживать зоны разного размера.

Таким образом, общее число каналов сотовой связи, доступных в кластере, можно представить выражением

$$F = GN \quad (110)$$

где F - число полнодуплексных каналов сотовой связи, доступных в кластере;

G - число каналов в соте;

N - число сот в кластере.

Если кластер «повторяется» в пределах заданной зоны обслуживания m раз, то суммарное число полнодуплексных каналов составит

$$C = mGN = mF, \quad (111)$$

где C - суммарное число каналов в заданной зоне;

m - число кластеров в заданной зоне.

Из выражений (110) и (111) видно, что суммарное число каналов в сотовой телефонной системе прямо пропорционально количеству «повторений» кластера в заданной зоне обслуживания. Если размер кластера уменьшается, а размер соты остается неизменным, то для покрытия заданной зоны обслуживания потребуется больше кластеров и суммарное число каналов в системе возрастет.

Число абонентов, которые могут одновременно использовать одну и ту же группу частот (каналов), находясь не в соседних ячейках небольшой зоны обслуживания (например, в пределах города), зависит от общего числа ячеек в

данной зоне. Обычно число таких абонентов равно четырем, однако в густонаселенных регионах оно может быть значительно больше. Это число называют **коэффициентом повторного использования частот** (в зарубежных источниках *Frequency reuse factor* - FRF). Математически его можно выразить отношением:

$$FRF = \frac{N}{C} \quad (112)$$

где N - общее число полнодуплексных каналов в зоне обслуживания;
 C - общее число полнодуплексных каналов в соте.

В условиях прогнозируемого увеличения трафика сотовой связи возросший спрос на обслуживание удовлетворяется путем уменьшения размера соты: ее разделяют на несколько сот, каждая из которых имеет свою базовую станцию. Эффективное разделение сот позволяет системе обрабатывать больше вызовов при условии, что соты не будут слишком маленькими. Если диаметр соты становится меньше 460 м, то базовые станции соседних ячеек будут влиять друг на друга.

Соотношение между повторным использованием частот и размером кластера определяет, как можно изменить **масштаб** сотовой системы в случае увеличения абонентской плотности. Чем меньше сот в кластере, тем больше вероятность взаимных влияний между каналами.

Поскольку соты имеют шестиугольную форму и у каждой из них всегда есть шесть равноудаленных соседних сот, то углы между линиями, соединяющими центр любой соты с центрами соседних сот, кратны 60°. Поэтому число возможных размеров кластера и схем размещения сот ограничено. Для соединения сот между собой без пробелов (мозаичным способом) геометрические размеры шестиугольника должны быть такими, чтобы число сот в кластере удовлетворяло условию

$$N = i^2 + ij + j^2, \quad (113)$$

где N - число сот в кластере;
 i, j - неотрицательные целые числа.

Отыскание маршрута к ближайшим сотам с совмещенным каналом (рисунок 87) сотам первого яруса происходит следующим образом: перемещение на i сот (через центры соседних сот); поворот на 60° в направлении против часовой стрелки; перемещение на j сот вперед (через центры соседних сот).

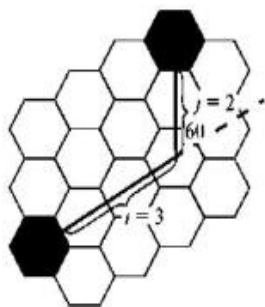


Рисунок 87 - Отыскание маршрута к ближайшим сотам с совмещенным каналом

Например, число сот в кластере и местоположение сот первого яруса для значений $j = 2$ и $i = 3$ будет определяться из выражения (113):

$$N = 3^2 + 3 \cdot 2 + 2^2 = 19.$$

На рисунке 88 приведен пример определения сот первого яруса с совмещенным каналом, когда шесть ближайших сот используют те же каналы, что и сота А.

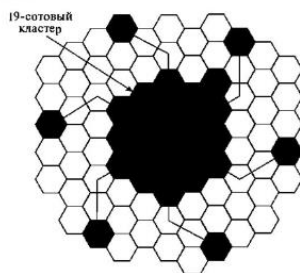


Рисунок 88 - Определение сот первого яруса с совмещенным каналом

Процесс передачи обслуживания от одной базовой станции к другой (рисунок 89), т.е. когда мобильный аппарат удаляется от базовой станции 1 к базовой станции 2, включает в себя четыре основных этапа:

- 0 инициирование мобильный аппарат или сеть выявляет необходимость в передаче обслуживания и инициирует необходимые сетевые процедуры;
- резервирование ресурсов с помощью соответствующих сетевых процедур резервируются сетевые ресурсы (речевой канал и канал управления) сети, необходимые для передачи обслуживания;
- исполнение непосредственная передача управления от одной базовой станции к другой;
- окончание излишние сетевые ресурсы освобождаются, становясь доступными другим мобильным аппаратам.

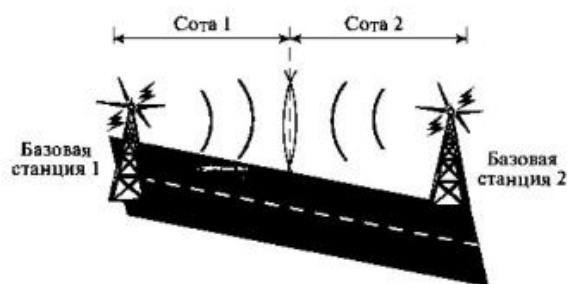


Рисунок 89 - Передача обслуживания от одной базовой станции к другой

6.3 Многоканальные системы связи

6.3.1 Особенности

Сотовые системы связи являются многоканальными системами. Используемые методы разделения каналов (РК) можно классифицировать на линейные и нелинейные (комбинационные) [8].

В большинстве случаев разделения каналов каждому источнику сообщения выделяется специальный сигнал, называемый **канальным**. Промодулированные сообщениями канальные сигналы объединяются, в результате чего образуется **групповой сигнал**. Если операция объединения линейна, то получившийся сигнал называют **линейным групповым сигналом**. За основной (или стандартный) канал принимают канал тональной частоты (канал ТЧ), обеспечивающий передачу сообщений с эффективно передаваемой полосой частот 300...3400 Гц, соответствующей основному спектру телефонного сигнала. Многоканальные системы образуются путем объединения каналов ТЧ в группы.

Структурная схема многоканальной системы связи приведена на рисунке 90.

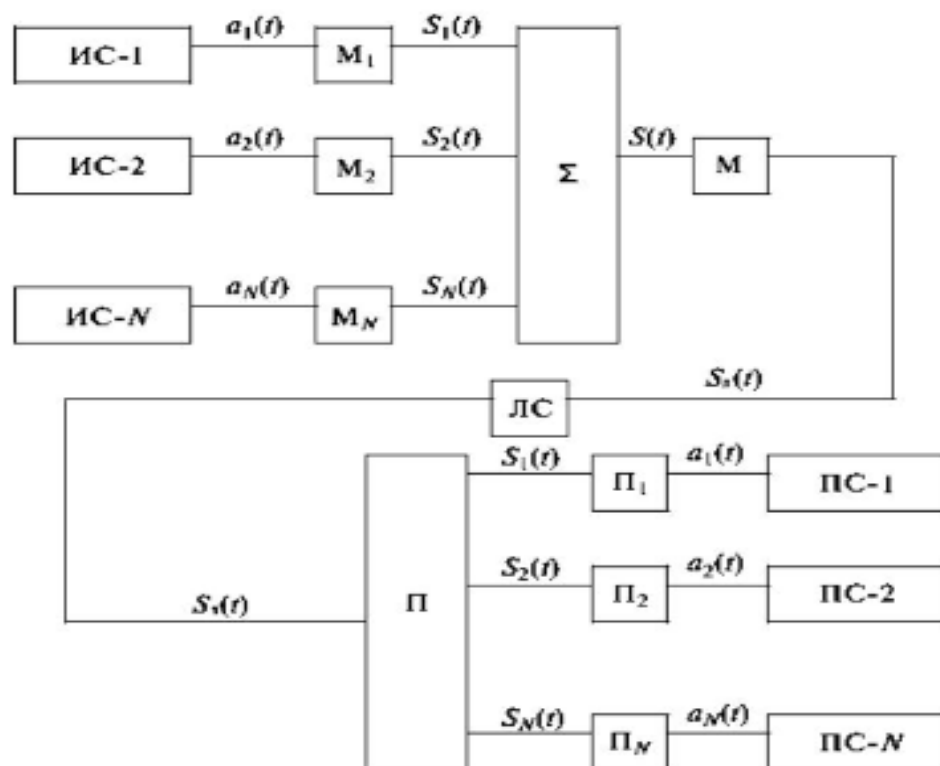


Рисунок 90 - Структурная схема многоканальной системы связи

Сообщения $a_1(t), a_2(t), \dots, a_N(t)$ каждого источника ИС-1, ИС-2, ... ИС-N с помощью индивидуальных модуляторов $M_1, M_2, \dots, M_N$ преобразуются в соответствующие каналные сигналы $S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t)$. Совокупность каналных сигналов на выходе суммирующего устройства Σ образует групповой сигнал $S(t)$. В групповом передатчике M сигнал $S(t)$ преобразуется в линейный сигнал $S_{\text{л}}(t)$, который и поступает в линию связи ЛС. Допустим, что линия пропускает сигнал практически без искажений и не вносит шумов. Тогда на приемном конце ЛС линейный сигнал $S_{\text{л}}(t)$ с помощью группового приемника Π может быть вновь преобразован в групповой сигнал $S(t)$. Канальными (или индивидуальными) приемниками $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_N$ из группового сигнала $S(t)$ выделяются соответствующие каналные сигналы $S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t)$ и затем преобразуются в предназначенные получателям сообщения $a_1(t), a_2(t), \dots, a_N(t)$.

Канальные передатчики вместе с суммирующим устройством образуют **аппаратуру объединения**. Групповой передатчик M , линия связи ЛС и групповой приемник Π составляют групповой канал связи (тракт передачи), который вместе с аппаратурой объединения и индивидуальными приемниками составляет **систему многоканальной связи**.

Индивидуальные приемники системы многоканальной связи Π_N наряду с выполнением обычной операции преобразования сигналов $S_N(t)$ в соответствующие сообщения $a_N(t)$ должны обеспечить выделение сигналов

$S_N(t)$ из группового сигнала $S(t)$. В составе технических устройств на передающей стороне многоканальной системы должна быть предусмотрена *аппаратура объединения*, а на приемной стороне *аппаратура разделения*.

В общем случае групповой сигнал может формироваться не только простейшим суммированием канальных сигналов, но также и определенной логической обработкой, в результате которой каждый элемент группового сигнала несет информацию о сообщениях источников. Это так называемые *системы с комбинационным разделением*.

Для того чтобы разделяющие устройства были в состоянии различать сигналы отдельных каналов, должны существовать определенные признаки, присущие только данному сигналу. Такими признаками в общем случае могут быть параметры переносчика (например, амплитуда, частота или фаза в случае непрерывной модуляции гармонического переносчика). При модуляции дискретных видов отличительным признаком может служить и форма сигналов. Соответственно и разделение каналов может быть частотным, временным, фазовым и др.

6.3.2 Частотное разделение каналов

Функциональная схема простейшей системы многоканальной связи с частотным разделением каналов представлена на рисунке 91 [8].

В зарубежных источниках для обозначения принципа частотного разделения каналов (ЧРК) используется термин Frequency Division Multiply Access(FDMA).

Проследим основные этапы преобразования спектров сигналов, а также изменение этих сигналов в процессе передачи (рисунок 92).

Сначала в соответствии с передаваемыми сообщениями первичные (индивидуальные) сигналы, имеющие энергетические спектры $G_1(\omega)$, $G_2(\omega)$, ..., $G_N(\omega)$ модулируют поднесущие частоты ω_k каждого канала.

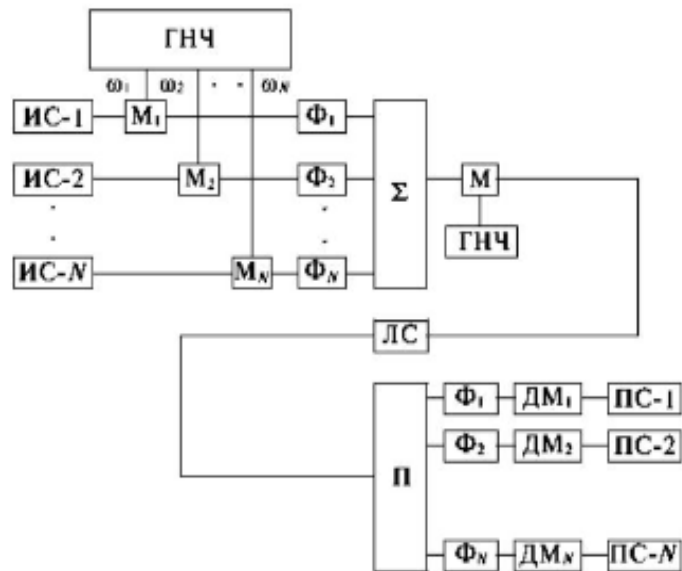


Рисунок 91 - Функциональная схема многоканальной системы связи с частотным разделением каналов

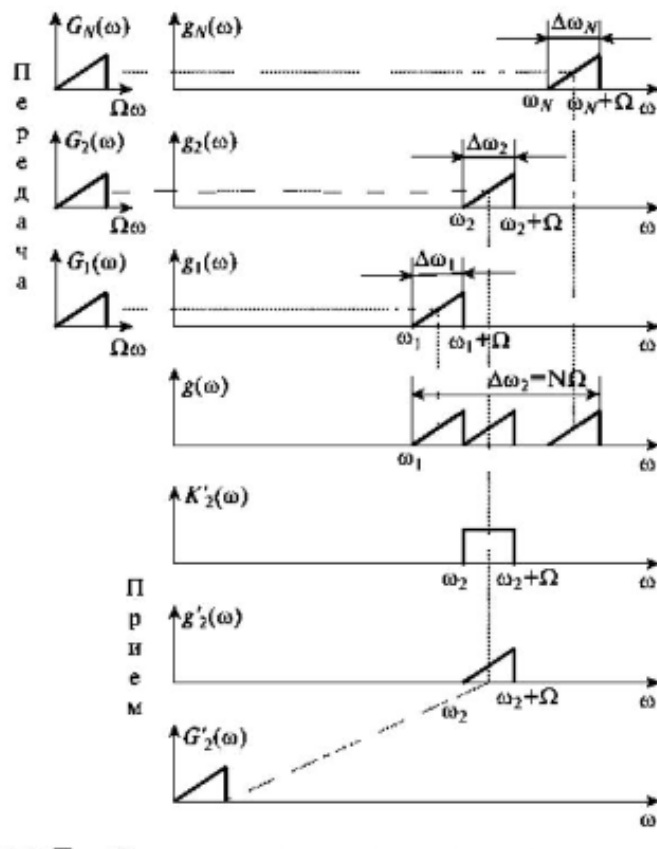


Рисунок 92 - Преобразование спектров сигналов в процессе передачи в многоканальной системе связи с частотным разделением каналов

Эту операцию выполняют модуляторы $M_1, M_2, \dots, M_N$ канальных передатчиков. Полученные на выходе частотных фильтров $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N$ спектры $g_k(\omega)$ канальных сигналов занимают полосы частот $\Delta\omega_1, \Delta\omega_2, \dots, \Delta\omega_N$ которые в общем случае могут отличаться по ширине от спектров сообщений $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_N$

Спектры сигналов $g_1(\omega), g_2(\omega), \dots, g_N(\omega)$ суммируются (Σ), и их совокупность $g(\omega)$ поступает на групповой модулятор M . Здесь спектр $g(\omega)$ с помощью колебания несущей частоты ω_0 переносится в область частот, отведенную для передачи данной группы каналов, т.е. групповой сигнал $S(t)$ преобразуется в линейный сигнал $S_L(t)$. При этом может использоваться любой вид модуляции.

На приемном конце линейный сигнал поступает на групповой демодулятор (приемник Π), который преобразует спектр линейного сигнала в спектр группового сигнала $g'(\omega)$. Спектр группового сигнала затем с помощью частотных фильтров $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N$ вновь разделяется на отдельные полосы $\Delta\omega_k$, соответствующие отдельным каналам. Наконец, канальные демодуляторы ДМ преобразуют спектры сигналов $g_k(\omega)$ в спектры сообщений $G'_k(\omega)$, предназначенные получателям.

Смысл ЧРК состоит в следующем: реальная линия связи обладает ограниченной полосой пропускания и при многоканальной передаче каждому отдельному каналу отводится определенная часть общей полосы пропускания.

На приемной стороне одновременно действуют сигналы всех каналов, различающиеся положением частотных спектров на шкале частот. Чтобы без взаимных помех разделить такие сигналы, приемные устройства должны содержать частотные фильтры. Каждый из фильтров Φ_k , должен пропустить без ослабления лишь те частоты $\omega \in \Delta\omega_k$, которые принадлежат сигналу данного канала: частоты сигналов всех других каналов фильтр должен подавить.

Для снижения переходных помех до допустимого уровня вводятся защитные частотные интервалы $\Delta\omega_{\text{зщ}}$ (рисунок 93).

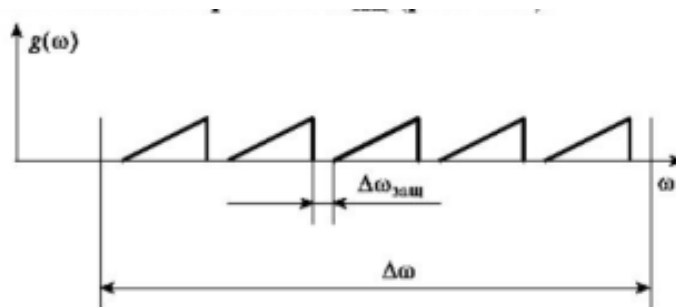


Рисунок 93 - Частотный спектр группового сигнала с защитными частотными интервалами

В современных системах многоканальной телефонной связи каждому телефонному каналу выделяется полоса частот 4 КГц, хотя частотный спектр передаваемых звуковых сигналов ограничивается полосой 300...3400 Гц, т.е. ширина спектра составляет 3,1 КГц. Между полосами частот соседних каналов предусмотрены интервалы шириной по 0,9 КГц, предназначенные для снижения уровня взаимных помех при фильтрации сигналов. Это означает, что в многоканальных системах связи с частотным разделением сигналов эффективно используется лишь около 80% полосы пропускания линии связи.

6.3.3 Временное разделение каналов

Принцип временного разделения каналов (ВРК), показанный на рисунке 94, состоит в том, что тракт передачи предоставляется поочередно для передачи сигналов каждого канала многоканальной системы. В зарубежных источниках для обозначения принципа используется термин *Time Division Multiply Access (TDMA)*

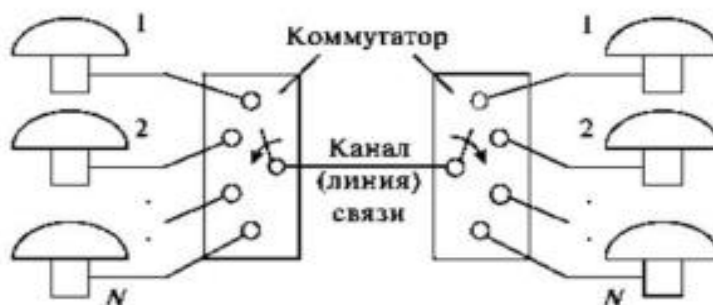


Рисунок 94 - Принцип временного разделения каналов

При передаче используется дискретизация во времени (импульсная модуляция). Сначала передается импульс первого канала, затем следующего канала и так до последнего канала за номером N , после чего опять передается импульс первого канала и процесс повторяется периодически. На приеме устанавливается коммутатор, который поочередно подключает тракт передачи к соответствующим приемникам. В определенный короткий промежуток времени к групповой линии связи оказывается подключена только одна пара приемник/передатчик. Это означает, что для нормальной работы многоканальной системы с ВРК необходима синхронная и синфазная работа коммутаторов на приемной и передающей сторонах. Для этого один из каналов занимают под передачу специальных импульсов синхронизации.

На рисунке 95, а, б, в приведены диаграммы преобразования трех непрерывных аналоговых сигналов $S_1(t)$, $S_2(t)$, ..., $S_N(t)$ и соответствующий им групповой сигнал. Импульсы разных АИМ-сигналов сдвинуты относительно друг друга по времени. При объединении индивидуальных

каналов образуется групповой сигнал $S_T(t)$ (рисунок 95, г) с частотой следования импульсов в N раз больше частоты следования индивидуальных импульсов. Интервал времени между ближайшими импульсами группового сигнала T_k называется **канальным интервалом** или **тайм-слотом** (Time Slop). Промежуток времени между соседними импульсами одного индивидуального сигнала называется **циклом передачи** ($T_{\text{ц}}$). От соотношения $T_{\text{ц}}$ и T_k зависит число импульсов, которое можно разместить в цикле, т.е. число временных каналов.

При ВРК, как и при ЧРК, существуют взаимные помехи, обусловленные двумя причинами. Первая состоит в том, что линейные искажения, возникающие за счет ограниченности полосы частот и неидеальности амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик всякой физически осуществимой системы связи, нарушают импульсный характер сигналов. При временном разделении сигналов это приведет к тому, что импульсы одного канала будут накладываться на импульсы других каналов. Иначе говоря, между каналами возникают взаимные **переходные помехи (межсимвольная интерференция)**. Кроме того, взаимные помехи могут возникать за счет несовершенства синхронизации тактовых импульсов на передающей и приемной сторонах.

В силу данных причин ВРК на основе АИМ не получило широкого практического применения, но его используют в цифровых системах передачи плезиохронной и синхронной иерархий.

В общем случае для снижения уровня взаимных помех приходится вводить «защитные» временные интервалы, что соответствует некоторому расширению спектра сигналов. Так, в системах передачи полоса эффективно передаваемых частот $F = 3100$ Гц. В соответствии с теоремой Котельникова минимальное значение частоты дискретизации $f_0 = \frac{1}{T_d} = 2F = 6200$ Гц. Однако в реальных системах частоту дискретизации выбирают с некоторым запасом: $f_0 = 8$ кГц. При временном разделении каналов сигналы всех каналов занимают одинаковую полосу частот, определяемую в идеальных условиях, согласно теореме Котельникова, из соотношения (без учета канала синхронизации)

$$\Delta t_k = \frac{T_0}{N} = \frac{1}{2NF} = \frac{1}{2NF_{\text{общ}}}, \text{ где } F_{\text{общ}} = FN, \text{ что совпадает с общей полосой}$$

частот системы при частотном разделении.

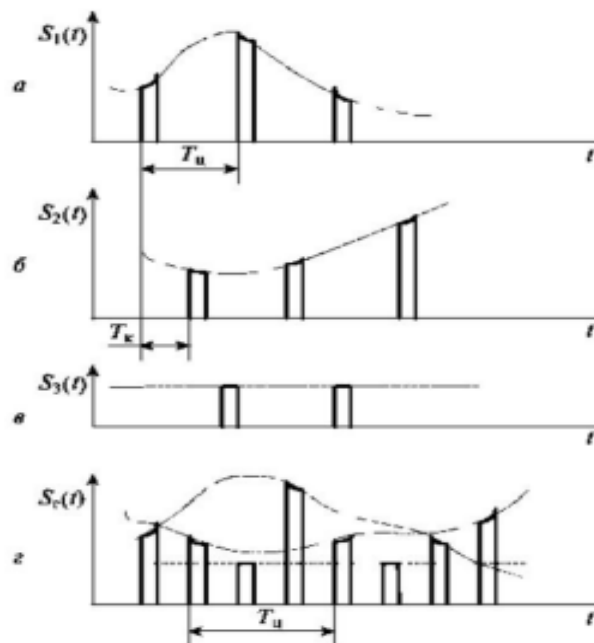


Рисунок 95- Временные диаграммы преобразования сигналов (а, б, в) и образование группового сигнала (г) при временном разделении каналов

Теоретически ВРК и ЧРК позволяют получить одинаковую эффективность использования частотного спектра, тем не менее системы временного разделения уступают системам частотного разделения по этому показателю. Вместе с тем системы с временным разделением имеют неоспоримое преимущество, связанное с тем, что из-за разновременности передачи сигналов разных каналов отсутствуют переходные помехи нелинейного происхождения. Кроме того, аппаратура временного разделения значительно проще, чем аппаратура частотного разделения, где для каждого индивидуального канала требуются соответствующие полосовые фильтры.

Для разделения сигналов могут использоваться не только такие очевидные признаки, как частота, время и фаза. Общим признаком сигналов является также форма. Различающиеся по форме сигналы могут передаваться одновременно и иметь перекрывающиеся частотные спектры. Тем не менее такие сигналы можно разделить, если выполняется условие их ортогональности. Такое разделение называется кодовым разделением каналов (КРК). В зарубежных источниках для обозначения данного принципа используется термин Code Division Multiply Access (CDMA).

В последние годы успешно развиваются цифровые методы разделения сигналов по их форме. В частности, в качестве переносчиков различных сигналов используются дискретные ортогональные последовательности в виде функций Уолша, Радемахера и др. Широкое развитие методов КРК привело к созданию систем связи с разделением «почти ортогональных» сигналов, представляющих собой псевдослучайные последовательности, корреляционные

функции и энергетические спектры которых близки к аналогичным характеристикам «ограниченного» белого шума. Такие сигналы называют шумоподобными (ШПС).

6.4 Помехи в сотовых системах связи

В сотовых системах связи выделяют два основных типа помех это соканальные помехи и помехи соседних каналов.

Две соты, использующие одну и ту же группу частот, называют сотами с совмещенным каналом, а возникающие между ними помехи соканальными помехами.

Базовая станция в соте А кластера 1 (рисунок 96) передает сигнал с частотой f_1 , и в это же время с той же частотой передает сигнал базовая станция в соте А кластера 2. Хотя эти соты находятся в разных кластерах, обе они используют группу рабочих частот F_A . Мобильный аппарат, находящийся в кластере 2, получает сигналы одинаковой частоты от двух базовых станций. Хотя мобильный аппарат находится под контролем базовой станции кластера 2, он также принимает сигнал малой мощности из кластера 1 как помеху совмещенного канала.

Взаимные влияния между двумя сотами пропорциональны не расстоянию D между сотами, а скорее отношению этого расстояния к радиусу R соты. Поскольку радиус соты пропорционален передаваемой мощности, то увеличить число радиоканалов в системе можно, предприняв ряд мер: уменьшить мощность передатчика в каждой соте, сделать соты меньше, разместить в освободившихся зонах обслуживания новые соты.

В сотовых системах, где все соты имеют примерно одинаковые размеры, соканальные помехи зависят от радиуса R соты и расстояния D до центра ближайшей соты с совмещенным каналом.

Отношение $\frac{D}{R}$ называется коэффициентом использования совмещённого канала (рисунок 97), а также коэффициентом уменьшения соканальных помех, или коэффициентом соканального повторения.

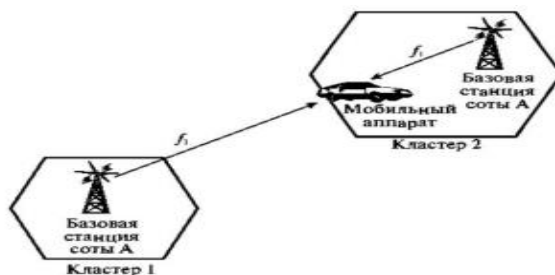


Рисунок 96 - Базовая станция в соте А кластера 1

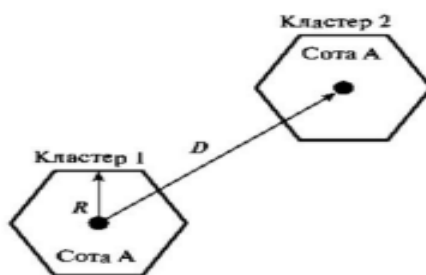


Рисунок 97- Коэффициент использования совмещённого канала

С ростом коэффициента увеличивается пространственное разнесение сот с совмещенным каналом по отношению к размерам зоны обслуживания. Поэтому при увеличении коэффициента использования совмещенного канала помехи совмещенного канала могут быть снижены.

$$\text{Для сот шестиугольной формы } Q = \frac{D}{R}, \quad (114)$$

где Q - коэффициент использования совмещенного канала, величина безразмерная;

D - расстояние до центра ближайшей соты с совмещенным каналом, км;

R - радиус соты, км.

Чем меньше значение коэффициента Q , тем больше будет суммарное число каналов, так как размер кластера также будет малым.

В отличие от теплового шума, помехи совмещенного канала нельзя подавить путем простого увеличения мощности передаваемых сигналов: с повышением мощности передатчика в одной соте возрастает вероятность того, что сигналы из этой соты будут мешать передаче в другой соте. Для снижения соканальных помех необходимо, чтобы соты с совмещенным каналам были достаточно изолированы друг от друга.

Помехи соседних каналов (рисунок 98) возникают в том случае, когда сигналы от соседних каналов мешают друг другу.



Рисунок 98 - Помехи соседних каналов

Мобильный аппарат 1 принимает сигнал на частоте f_1 от базовой станции. В это же время базовая станция передает сигнал на частоте f_2 мобильному аппарату 2.

Поскольку мобильный аппарат 2 находится намного дальше от базовой станции, чем мобильный аппарат 1, сигнал с частотой f_2 передается с уровнем мощности, намного большим, чем мощность сигнала с частотой f_1 . Частоты f_1 и f_2 являются соседними, но мобильный аппарат 1 находится очень близко от базовой станции, поэтому сигнал с частотой f_2 поступает в мобильный аппарат 1 с более высоким уровнем мощности, чем сигнал с частотой f_1 . Из-за высокого уровня мощности фильтры мобильного аппарата 1 не могут полностью подавить сигнал с частотой f_2 , предназначенный для мобильного аппарата 2, и этот сигнал мешает мобильному аппарату 1 принимать сигнал с частотой f_1 . В то же время сигнал с частотой f_1 не мешает мобильному аппарату 2 принимать сигнал с частотой f_2 , так как уровень мощности сигнала с частотой f_1 намного ниже уровня мощности сигнала с частотой f_2 .

Помехи соседних каналов можно минимизировать, применяя точную фильтрацию и тщательно распределяя каналы. Поддержание приемлемого разнеса частот между каналами в соте также может уменьшить помехи соседних каналов. Однако при малых значениях коэффициента повторного использования (FRF) частот разнос между соседними каналами может оказаться недостаточным для соблюдения допустимого уровня помех соседних каналов.

Помехи соседних каналов особенно распространены в случаях, когда передача по соседнему каналу ведется в непосредственной близости от мобильного аппарата, в то время как этот аппарат пытается принять сигнал базовой станции на соседней частоте. Такую ситуацию называют эффектом ближнего и дальнего конца. Чаще всего она возникает, когда мобильный аппарат принимает от базовой станции слабый сигнал.

6.5 Элемент сотовой телефонной системы

Основных элементов сотовой телефонной системы шесть: электронный центр коммутации, контроллер базовой станции, радиоприемопередатчики, линии передачи, мобильные и портативные телефонные аппараты, протокол обмена данными [16].

Электронный центр коммутации – сердце сотовой телефонной системы. Он представляет собой цифровую телефонную станцию, которая располагается на центральном узле. Электронный центр коммутации – это коммутатор, который выполняет две основные функции:

-управляет коммутацией между проводной телефонной сетью общего пользования и базовыми станциями, обслуживания вызовы от стационарного

телефонного аппарата к мобильному и от мобильного к стационарному, а также между мобильными аппаратами;

-обрабатывает данные, полученные от контроллеров базовых станций, информацию о состоянии мобильных аппаратов, диагностические данные и информацию тарификации.

Электронные центры коммутации взаимодействуют с контроллерами базовых станций, используя протокол канала передачи данных (например, X.25) на скорости передачи 9,6 Кбит/с или выше.

Контроллер базовой станции управляет всеми радиоканалами данной соты, контролирует вызовы, включает и выключает радиоприемник и радиопередатчик, помещает данные в речевые каналы и каналы управления, а также выполняет диагностические тесты оборудования на узле. Контроллер базовой станции является одной из частей подсистемы базовой станции. Вторая часть – приемопередатчик базовой станции (Base Transceiver Station - BTS).

Радиоприемопередатчик сотовых телефонных систем могут использовать узкополосную частотную модуляцию – в аналоговых системах, а также фазовую манипуляцию (ФМ) или квадратурную амплитудную модуляцию (КАМ) – цифровых системах с эффективной полосой пропускания тональной частоты, сравнимой с полосой частот стандартного телефонного канала – 300.3000 Гц. КАМ – это форма амплитудной модуляции, при которой сигналы двух каналов модулируют одну несущую частоту одновременно. Модуляция несущего сигнала осуществляется после его разделения на два несущих сигнала, сдвинутых по фазе на 90° относительно друг друга.

Каналы управления используют частотную или фазовую манипуляцию. Максимальная выходная мощность передатчика зависит от типа сотовой системы.

Базовая станция каждой соты обычно имеет один радиопередатчик и два радиоприемника, настроенные на один и тот же канал (частоту). При этом выбирается тот радиоприемник, который детектирует более сильный сигнал. Такую схему называют разнесением приемников. Радиоприемопередатчики базовых станций имеют антенны (передающие и приемные).

Линия связи служат для соединения центров коммутации с базовыми станциями и телефонной сетью общего пользования. Обычно применяются четырехпроводные выделенные (арендованные) линии связи. Для каждого речевого канала соты выделяется одна четырехпроводная межстанционная соединительная линия. Кроме того, необходимо иметь хотя бы по одной четырехпроводной соединительной линии от электронного центра коммутации до каждого контроллера базовой станции – для передачи сигналов управления.

Мобильный и портативный сотовые телефонные аппараты идентичны. Единственное отличие состоит в том, что портативные аппараты имеют меньшую выходную мощность и менее эффективную антенну и работают только от аккумуляторов.

Структурная схема сотового телефона представлена на рисунке 99 [9]. Каждый мобильный телефонный аппарат содержит устройство управления (контроллер), память, кодер, каналный кодер, модем, блок радиотракта, жидкокристаллический индикатор (ЖКИ), клавиатуру, микрофон (МК), динамик (Д), аналогово-цифровой преобразователь (АЦП), цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП).

Контроллер (устройство управления) вырабатывает управляющие сигналы для организации работы всех устройств телефонного аппарата, поддерживает всепользовательские интерфейсы, т.е. обеспечивает

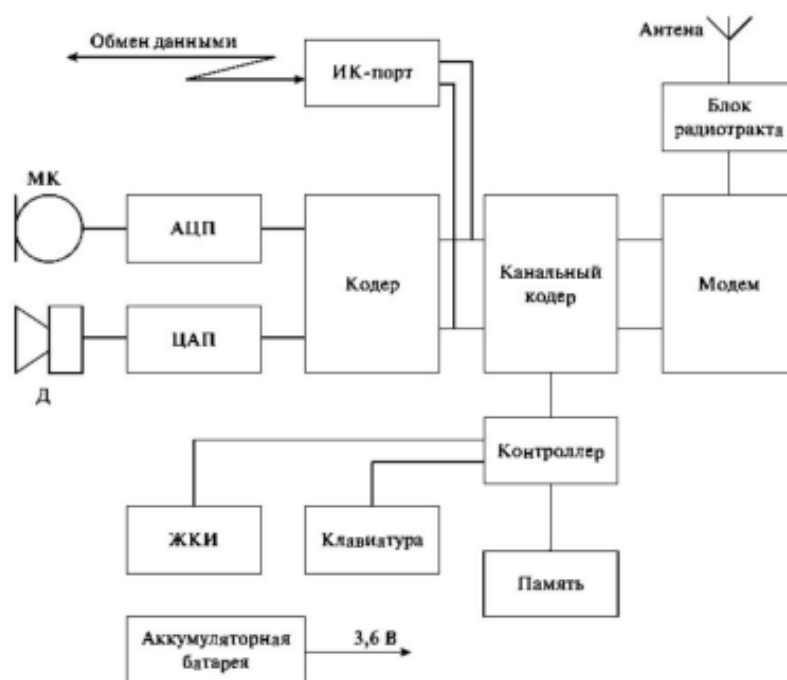


Рисунок 99 - Структурная схема мобильного сотового телефона

работу какого-либо блока телефонной трубки по требованию пользователя. Контроллер также коммутирует периферийные устройства, которые подключаются к трубке с помощью специального соединительного кабеля или посредством инфракрасного (ИК) либо другого порта, например *Bluetooth*.

Память телефонной трубки используется как устройство хранения программ и данных. Трубка имеет несколько видов памяти: статическую ОЗУ (SRAM) – для хранения программ и временных данных; стековую ОЗУ – для выполнения программ; флэш-память – для сохранения справочника телефонной трубки и приобретенных программ (например, мелодий, игр). В качестве флэш-памяти используется SIM-карта телефона.

Кодер осуществляет кодирование сигнала, представленного в цифровом виде. Метод кодирования выбирается производителем.

Канальный кодер предназначен для формирования кодирующего сигнала по протоколу канала.

Модем выполняет функции кодирования сигнала и демодуляции принятого сигнала.

Блок радиотракта представляет собой многочастотный (многоканальный) радиоприемник и антенну, чаще всего круговую.

ЖКИ – это дисплей, который отображает информацию.

АЦП преобразует аналоговый сигнал в цифровой, который подлежит дальнейшей обработке.

ЦАП выполняет обратное преобразование, восстанавливает аналоговый сигнал по цифровому. Примером работы ЦАП может служить услышанная нами речь из телефонной трубки.

Аккумуляторная батарея служит для питания блоков структурной схемы.

Протокол обмена данными управляет процедурами установления и прерывания телефонных соединений. В сотовых телефонных системах используется протоколы нескольких уровней, которые отличаются в различных сотовых сетях. Выбор протокола зависит от того, являются ли речевые каналы и каналы управления аналоговыми или цифровыми, а также от метода доступа абонентов к сети. В системах сотовой связи используются такие протоколы обмена данными, как IS-54, IS-136.2 и IS-95.

Для организации телефонного соединения в сотовой сети требуется одновременное использование двух полнодуплексных радиоканалов – абонентского канала и канала управления. Абонентский канал – это тот речевой канал, по которому мобильные абоненты соединяются через базовую станцию с другими абонентами мобильной или проводной связи. Канал управления используется для передачи контрольной и диагностической информации между мобильными абонентами и центром коммутации сотовой связи через базовую станцию. Базовые станции передают информацию по прямому каналу управления и прямому речевому каналу, а принимают – по обратному каналу управления и обратному речевому каналу. Мобильные аппараты передают информацию по обратному каналу управления и обратному речевому каналу, а принимают – по прямому каналу управления и прямому речевому каналу.

Установление соединения в сотовой телефонной системе происходит так же, как и в проводной телефонной сети общего пользования. После включения мобильного аппарата он выполняет набор стандартных процедур, а затем оценивает уровень сигналов, принимаемых из всех абонентских каналов. Мобильный аппарат автоматически настраивается на канал управления с наибольшим уровнем принимаемого сигнала и синхронизируется по управляющей информации, поступающей от контроллера базовой станции; интерпретирует эти данные и продолжает выполнять мониторинг каналов управления, периодически сканируя их, чтобы убедиться, что используется наилучший канал управления.

В настоящее время наиболее популярен стандарт GSM (*Global System of Mobile communication*) – всемирная система мобильной связи (иногда эту

аббревиатуру расшифровывают как *Group Special Mobile* – группа разработчиков стандарта GSM)

Основные технические характеристики стандарта представлены в таблице 10.

Таблица 10 - Основные технические характеристики стандарта GSM

Параметры	Значения параметров
Диапазон частот, МГц	
Разнос между несущими частотами, кГц	200
Количества речевых каналов на несущей частоте	8(16 – для GSM-1800)
Вид модуляции	0,3 (для GMSK)
Скорость преобразования речевого сигнала, Кбит/с	13 (6,5)
Алгоритм преобразования речевого сигнала	RPE-LTP
Скорость передачи информации, Кбит/с	270
Радиус соты, км	0,5...35

Обозначение стандарта GSM-400 представляет собой обобщение обозначений стандартов GSM-450 и GSM-480. В Казахстане его пока не используют, однако в Европе он проходит испытания, и вскоре начнут выпускать трехдиапазонные сотовые телефоны стандартов GSM-400/900/1800. Стандарт GSM-400 призван заменить стандарт *NMT-450/NMT-450I*. В технической литературе стандарт GSM-1800 иногда обозначают как DCS-1800. Этот стандарт разработали и впервые использовали в Великобритании, где он получил наименование Digital Cellular System – система цифровой сотовой связи диапазона 1800 МГц. Он лишь незначительно отличается от стандарта GSM.

В США система сотовой связи стандарта GSM работает в диапазоне частот до 1900 МГц и имеет обозначение PCS-1900 (*Personnel Communication Device*), кроме этого используется и привычное для нас обозначение - GSM-1900. Американский стандарт GSM-1900 функционирует по технологии CDMA (кодовое разделение каналов с множественным доступом), в отличие от европейских стандартов GSM, использующих технологию TDMA (временное разделение каналов с множественным доступом). Полосы частот, указанные в характеристиках стандарта, записываются в виде дроби: в числителе указывается диапазон передачи от сотового телефона к базовой станции, а в знаменателе – диапазон передачи от базовой станции к сотовому телефону.

Как следует из характеристик стандарта, ширина каждой из частотных полос составляет 25 МГц, что обеспечивает 124 канала связи (124 пары частот) с разносом несущих частот в 200 кГц. Разнос частот передачи и приема каждого канала составляет 45 МГц. Любая базовая станция сотовой связи может обеспечить работу на одной или нескольких несущих частотах, число которых зависит от плотности сети сотовой связи в зоне работы станции. При этом реализуется принцип множественного доступа с частотным разделением каналов - FDMA. Использовать же два соседних канала в одной ячейке невозможно. Каждой базовой станции назначают одну или более несущих частот, - принцип множественного доступа с временным разделением каналов - TDMA. При использовании восьми слотов "оцифрованная речь" в каждом канале передается короткими пачками (пакетами) импульсов, а терминал стандарта GSM передает только 1/8 часть от каждого сообщения (рисунок 100) [3]. При использовании восьмислотового кадра TDMA и 248 физических полудуплексных каналов (2 x 124 канала) теоретически обеспечивается передача $8 \times 248 = 1984$ логических полудуплексных каналов на каждую ячейку. Каналы называют полудуплексными потому, что при соединении двух абонентов из разговор передается поочередно (один говорит - другой слушает). На самом деле обеспечивается передача только 283 (из расчета $1984/7$) логических полудуплексных каналов на ячейку. Это обусловлено тем, что в каждой ячейке можно использовать только семь пар из общего количества частот (рисунок 101). Каждый из частотных каналов разделен на восемь временных слотов длиной 0,577 мс ($15/26$ мс). Эти слоты составляют TDMA-кадр длиной 4,615 мс ($120/26$ мс). Повторение отдельно взятого временного слота каждые 4,615 мс образует один основной канал (логический канал).

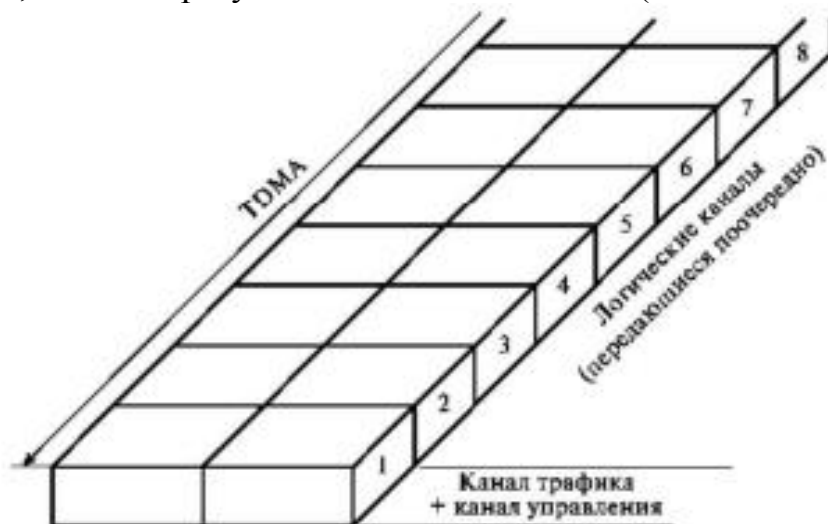


Рисунок 100 – Принцип образования канала связи в системе сотовой связи стандарта GSM с временным разделением каналов по технологии TDMA

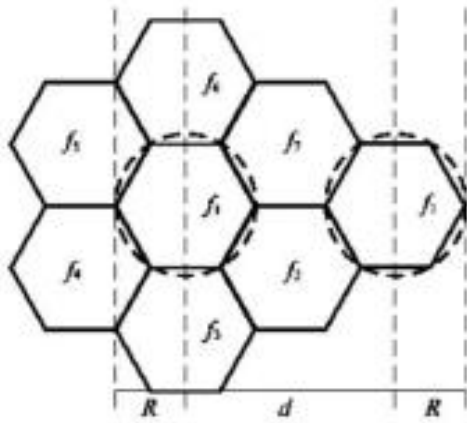


Рисунок 101 – Распределение частот физических каналов между ячейками: R - радиус ячейки; d – защитный интервал

В системах связи стандарта GSM различают два вида каналов:

-каналы трафика TCH (Traffic Channels) для передачи информации пользователя (речь, данные)

-каналы управления, которые в сети резервируют для передачи сообщений при ее обслуживании. Считается, что для передачи речи достаточно скорости 13 Кбит/с.

Системы стандарта GSM используют «медленную скачкообразную перестройку частоты», или SFH (Slow Frequency Hopping), когда мобильная и базовая станции каждый TDMA-кадр передают на новой фиксированной частоте с сохранением постоянного разнеса часто в 45 МГц между каналами приема и передачи. Время перестройки частоты составляет около 1 мс. Последовательность переключения частот в процессе установления связи для каждого сотового телефона индивидуальна. Именно принцип SFH успешно решает проблему качества связи, которое при многолучевом распространении сигнала может ухудшаться с изменением значения несущей частоты.

Контрольные вопросы

- 1.Опишите основные элементы многоканальной системы связи и укажите их назначения.
- 2.Что такое групповой сигнал?
- 3.Какими способами выполняется разделение канала связи?
- 4.Объясните с использованием схемы, в чем заключается частотное разделение канала. Приведите временные диаграммы.
- 5.В чем заключается временное разделения сигнала? Объясните с использованием временных диаграмм.
- 6.Классифицируйте сотовые ячейки по размерам.
- 7.Как определяется число каналов сотовой сети, доступных в кластере?
- 8.Дайте определение коэффициенту повторного использования частот.
- 9.Какое условие должно выполняться для объединения соседних сот?

10. Назовите этапы процесса передачи обслуживания из одной соты в другую.
11. Какие основные помехи выделяют в сотовых системах связи?
12. В каких случаях образуется соканальные помехи?
13. В каких случаях возникают помехи соседних каналов?
14. Назовите основные элементы сотовой телефонной сети.
15. Какие функции выполняет электронный центр коммутации?
16. Каково назначение контроллера базовой станции?
17. Для чего служат радиоприемопередатчики?
18. Объясните структурную схему сотового телефона.
19. Какой стандарт используется в Казахстане для работы систем сотовой связи?

Список использованных источников

1. Акулов О.А., Медведев Н.В. Информатика: базовый курс, М.: Омега-Л, 2007.
2. Вернер М. Основы кодирования: учеб. для вузов. М. : Техносфера, 2006.
3. Широкополосные беспроводные сети передачи информации /В.М. Вишневский, А.И. Ляхов , С.Л. Портной ,И.В. Шахнович. М. : Техносфера, 2005.
4. Дмитриев В.И. Прикладная теория информации . М. : Высш. Шк.,1989.
5. Золоторев В.В., Овечкин Г.В. Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы: справ. М. : Горячая линия - Телеком ,2004.
6. Игнатов В.А. Теория информации и передачи сигналов: учеб. для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1991.
7. Кузьмин И.В., Кедрус В.А. Основы теории информации и кодирования. Киев: Виша школа, 1997.
8. Кунегин С.В. <http://www.kunegin.narod.ru>
9. Пестриков В.М. Новейшая азбука сотового телефона.СПб. : Наука и техника,2005.
10. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды.Специальные функции .М., Наука, 1938.
11. Рид Р. Основы теории передачи информации .М.: Вильямс ,2005.
12. Савельев А.Я. Основы информатики .М.:Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2001.
13. Сато Ю. Обработка сигналов. Первое знакомство.М.:Додэка-21, 2002.
14. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. СПб .:Питер, 2003.
15. Справочник по радиоэлектронике : в 2 т. Т.1./ под ред. А.А. Куликовского. М. : Энергия,1967.
16. Томаси У. Электронные системы связи. М.: Техносфера , 2007.

Приложение А

Кодировка ASCII

(American Standart Code for Information interchange)

Для русского алфавита

С ИМВОЛ	К од 10	К од 8	К од 16	С ИМВОЛ	К од 10	К од 8	К од 16
А	1 28	2 00	8 0	а	1 60	2 40	А 0
Б	1 29	2 01	8 1	б	1 61	2 41	А 1
В	1 30	2 02	8 2	в	1 62	2 42	А 2
Г	1 31	2 03	8 3	г	1 63	2 43	А 3
Д	1 32	2 04	8 4	д	1 64	2 44	А 4
Е	1 33	2 05	8 5	е	1 65	2 45	А 5
Ж	1 34	2 06	8 6	ж	1 66	2 46	А 6
З	1 35	2 07	8 7	з	1 67	2 47	А 7
И	1 36	2 10	8 8	и	1 68	2 50	А 8
Й	1 37	2 11	8 9	й	1 69	2 51	А 9
К	1 38	2 12	8 А	к	1 70	2 52	А А
Л	1 39	2 13	8 В	л	1 71	2 53	А В
М	1 40	2 14	8 С	м	1 72	2 54	А С
Н	1 41	2 15	8 D	н	1 73	2 55	А D
О	1 42	2 16	8 E	о	1 74	2 56	А E
П	1 43	2 17	8 F	п	1 75	2 57	А F
Р	1 44	2 20	9 0	р	2 24	3 40	Е 0
С	1	2	9	с	2	3	Е

	45	21	1		25	41	1
Т	1	2	9	т	2	3	Е
	46	22	2		26	42	2
У	1	2	9	у	2	3	Е
	47	23	3		27	43	3
Ф	1	2	9	ф	2	3	Е
	48	24	4		28	44	4
Х	1	2	9	х	2	3	Е
	49	25	5		29	45	5
Ц	1	2	9	ц	2	3	Е
	50	26	6		30	46	6
Ч	1	2	9	ч	2	3	Е
	51	27	7		31	47	7
Ш	1	2	9	ш	2	3	Е
	52	30	8		32	50	8
Щ	1	2	9	щ	2	3	Е
	53	31	9		33	51	9
Ъ	1	2	9	ъ	2	3	Е
	54	32	А		34	52	А
Ы	1	2	9	ы	2	3	Е
	55	33	В		35	53	В
Ь	1	2	9	ь	2	3	Е
	56	34	С		36	54	С

