

Министерство образования и науки Республики Казахстан
Костанайский региональный университет им. А.Байтурсынова

Курмангалиева А.К.,

КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Учебное пособие



Костанай, 2021

УДК 330 (075.8)
ББК 65.053 я73
К 93

Авторы:

Курмангалиева Айжан Касымбековна, к.э.н, доцент кафедры экономики и финансов

Рецензенты:

Васильчук Е.В., д.э.н., профессор, кафедры бухгалтерского учета и управления КРУ им. А.Байтурсынова;

Кенжебекова Д.С., к.э.н., зав. кафедрой экономики и финансов КРУ им. А.Байтурсынова;

Байкадамов Н.Т., к.э.н., доцент кафедры экономики и управления КСТУ им. З. Алдамжара;

ISBN 978-601-356-085-4

Курмангалиева А.К. Учебное пособие «Количественный анализ экономических данных». – Костанай: КРУ им. А. Байтурсынова, 2021 г.-70с.

Количественный анализ экономических данных является элективной дисциплиной, изучение которой позволяет получить навыки собирать и обрабатывать любые данные, строить на базе наблюдаемых данных системы показателей, описывающие социально-экономические процессы, выявлять закономерности развития этих процессов в виде соотношений, использование которых даёт возможность выстраивать прогнозы, принимать обоснованные решения.

Учебное пособие включает в себя краткий теоретический материал по основным категориям, методам, понятиям дисциплины, в нем рассмотрены типовые решения примеров, их реализация средствами MS Excel, даны задания для самостоятельного выполнения. Учебное пособие предназначено для студентов экономических специальностей.

Утвержден учебно-методическим советом КРУ им. А. Байтурсынова, протокол от 30.11.2021г. № 7.



© Костанайский региональный университет имени А. Байтурсынова,
© Курмангалиева А.К., 2021

Содержание

Введение.....	4
1. Основные понятия и задачи анализа данных.....	5
2. Проверка статистических гипотез.....	17
3. Анализ временных рядов.....	23
4. Корреляционно-регрессионный анализ.....	32
5. Индексный анализ данных.....	40
6. Решение типовых заданий в среде электронной таблицы MS Excel.....	47
Список использованных источников.....	70

Вве е ие

Цель и ци ли з мле ие в ми ятиями и мет ми
личе тве г лиз х, х р териз ющих э миче ие р це ,
явле ия и бье т .

Учеб ез чи и ци ли

- ть т е т м ре т вле ие б в х эт х и р блем х
личе тве г лиз х,

- из чить в мет в т ти тиче й бр б т и и ф рм ции ри
из че ии м в х в тей блю ем х ци ль -э миче их
явле ий,

- бе ечить вл е ие в ми мет ми р г зир в ия в
э ми е и биз е - р це х.

К личе тве й лиз э миче их х являет я эле тив й
и ци ли й, из че ие т р й зв ляет л чить в и бир ть и
бр б т в ть люб е е, тр ить б зе блю ем х х и тем
з телей, и в ющие ци ль -э миче ие р це , в являть
з мер ти р звития этих р це в в ви е т ше ий, и льз в ие
т р х ёт в зм ж ть в тр ив ть р г з , ри им ть б в е
реше ия. Н ря этим личе тве е мет зв ляют це ив ть
е ре елё ть, ри щ ю в ем ви м чел вече й еятель ти, чт
б тв ет в р б т е мер иже ию щерб , в зв г ре лиз цией
б тий, ть т р х ри и.

Д я и ци ли зв ляет л чить з ия личе тве х
мет х лиз и в р б т ть ле ющие в и:

- рг из ции и ле в тель й р б т ,

- б р личе тве х эм ириче их х,

- и льз в ия личе тве х мет в,

- л ифи ции и тег риз ции этих х ля лиз и и тез ,

- г т вить ре ме ций рез льт т м личе тве г лиз .

Эти з ия е бх им б ч ющим я ля г т в и литиче их
бз р в, л в, и ия тчет ви ч х т тей

1. О в е я т и я и з ч и л и з х

Цель: Оз мить в ми з телями, эт ми и р блем ми личе тве г лиз х. З ть: О в е з р ре еле ия т ти тиче их х. Уметь: Пре т влять т ти тиче ие е в ви е ря в р ре еле ия. Оце ив ть их р метр . Вл еть: Мет ми ервич й бр б т и т ти тиче их х.

. О в е з ч и, реш ем е ри в л е ии личе тве х мет в лиз .

Пр блем риме е ия м тем тиче г мет в те ретиче м и ле в ии или й-либ р г й бл тир ет я три р блем :

а) в р в зм ж ти риме е ия м тем тиче г мет ;

б) в р ре ел х риме е ия и р ли м тем тиче г мет , т ше ии ле ег р гими мет ми в те ретиче й э мии;

в) в р ф рм х риме е ия м тем тиче г мет . Ни б льшее з че ие, еч , ре т вляет ерв й в р . Е ли б б л з ри ци и ль я ев зм ж ть риме е ия м тем ти и, пример, в те ретиче й э мии или и м р в ле ии, т в е т ль е в р т ли б . В м л ч е мет л гии э ми т в-м тем ти в е бх им б л б р тив т вить и метр ль р тив л ж ю мет л гию, в ю л м триц ии риме е ия м тем тиче г мет .

Ф рм риме е ия м тем ти и ре еляют я в ии ри ци целе бр з ти: т т м тем тиче ий ри ем з л жив ет ре чте ия, т р й зв ляет легче, рее, б ее, р зрешить ю з ч . С р г й т р , чеви , чт ф рм риме е ия м тем ти и е м г т т в ть я фи ир в ми и еизме ми.

Нельзя т вить т рт х мет в, т р е б ли б иб лее риг ля р зреше ия в я й р блем . С изме е ием х р тер р блем м г т ме ять я ф рм риме яющих я м тем тиче их ри ем в.

Не бх им , р ме т г , тметить, чт т и т вить личе тве ю з ви им ть меж т ель ми величи ми рив ят я е ию и т ч е ию т ель х ятий. В в я м л ч е, е м жет б ть и их м е ий в т м, чт м тем тиче ий мет имеет ря реим ще тв:

- м тем ти м жет т вить личе тве е з мер ти,

- я ить ерж ие т ель х ятий,

- т л ть в е р блем ,

- тр ить е т р ешиб и тем риве е ия х л же ий б р ,

- ре лиз ция з чи и тер лир в ия х – ре еле ие р меж т ч г з че ия е реме й, е ли е реме я и ф ция з т блич ,

• зв лает в л ять р им цию ря х – б р ф р м л ,
т бр ж ющей ви р це ,

• риме ять э тр ляцию – р г з е ль ш г в в ере или
з ,

• т бр ж ть гр фиче и и ми изме е ий явле ий, м т ть
р м трив ем х р це в,

• ре еле ия и гр мм ми гр фи мчи л в х х р тери ти и т. .

П эт м м щь м тем тиче г р т иб лее целе бр з и
ще тве ри р ве е ии люб х лиз в. Стр тр и ле в ий
риме е ием м тем тиче их мет в м ж ре т вить ле ющим
лг ритм м:

• П т в з чи и ле в ия (и х я),

• Об в ие и в б ри ле ем х х р тери ти ,

• Об в ие и в б р и терв ль х це и ле ем х
х р тери ти ,

• Об в ие и в б р ритерия тимиз ции,

• Из че ие р це в в бье те и ле в ия,

• Об в ие и в в р в е ий м тем тиче й м ели бье т
и ле в ия,

• В б р мет реше ия р в е ий м тем тиче й м ели бье т
и ле в ия,

• Пр вер е в т тим тем тиче й м ели бье т и ле в ия,

• П т в з чи и ле в ия (ч тель я),

• В б р мет реше ия з чи тимиз ции и имит ци е
м елир в ие,

• А лиз рез льт т в,

• В ч рез льт т в, ре ме ций, мет в и мет и .

Д й лг ритм е ли ей й, е тр е ш ги м г т вт рять я,
е тр х мет х в зм ж ветвле ие, в зм же в звр т ч л или
е ль ш г в з , в л е ие ж г ш г бяз тель .

Не м тря гр м з ть, личе тве й лиз х р т
з чет лиз х, в х чи л х (в тличие т л ве х),
или х, тр ем ж лег « ре бр з в ть» в чи л без тери м л .

Н пример, т ие тег ри ль е ереме е, л, эт иче я
ри леж ть или р й яз , м ж « ре бр з в ть» в чи л без тери
з че ия.

К личе тве й лиз х б ч и лъз ет я ля **измере ия**
р зличий меж гр ми (пример, ляр ти р з х цвет в еж),
вз им вязи меж ереме ми (пример, вз им вязи меж г й,
тем ер т р й и яв й избир телей) и **ля р вер и ги тез** тр г ч й
т ч и зре ия. Эт тр тир ет че тве м лиз м х, т р й
м ж и лъз в ть ля лиз в риятия и ч в тв лю ей в т ше ии
б тия или ит ции. Чт б з ть б льше р зличиях меж

че тве ми и личе тве ми и ле в иями, з мьте ь эт й т тьей.

П ль личе тве й лиз х – эт лиз чи ел, е ивитель , чт в люч ет в ебя т ти ти . Мет и мет т ти тиче г лиз – эт мех изм, т р й ержив ет личе тве й лиз х, и эти мет и рием м г т в рьир в ть я т в ль р т х в чи ле ий (ример, ре их и ме и) б лее л ж х лиз в (ример, рреляций и регре ий).

К личе тве й лиз х в т ти тиче м лизе. И лзь ют я ве в е «ветви» т ти тиче их мет в / мет в – и тель я т ти ти и т ти ти в в в. О и тель я т ти ти зв ляет ять ет лив б р и (еб льш й фр гме т в ти).

. Ви хви ле в иях

Р м трим эм ириче ие е, т р е м г т в третить я в ци л гиче их и ле в иях.

В р це е тр е ия м тем тиче их м елей, из че ия в й тв треб ют я ре еле е ти и ф рм ции. М ж р м треть м же тв в ий ля в еле ия ти в. Эти в ия б л вле ще тв в ием р зличий:

- в и т ч и х (ителях) ци л гиче й или и й и ф рм ции;
- в х р тере эм ириче их и и т р в, р ж ющих я т ель ми ти ми;
- в ще тв в ии р злич г ви бье т в лиз ;
- в ф рм х (ви х, ре т вле иях) и х х ля лиз х, т. е. ими ми лже ерир в ть и ле в тель т ч и зре ия тех и и лиз (т , чт з в ет я бр б т й и ф рм ции);
- в тех и е л че ия (б р , ф рмир в ия) и ф рм ции;
- в мет х лиз ;
- в целях, р и тже ия т р х и лзь ет я т т или и й ти и ф рм ции.

При в еле ии ти в б ем лзь в ть я време е ль ими в иями. В елим ять ти в и ф рм ции, т р ми т лив ет я ци л г р ти е, и, в ре еле й мере л в , б з чим их :

- . Д ети “г р тве я т ти ти ”
- . Д е, л че е м щью ет “ р т й” тр т р .
- . Д е, л че е м щью ет “ л ж й” тр т р .
- . Д е б и лзь в ии бю жет време и.
- . Те т в е е.

Р м трим р б ее ж й ти х.

. Д е ти “г р тве я т ти ти ”. В в ю чере ь й ти т ит из е ль их ецифиче их ч тей, б л вле х р зличиями в и т ч и х и ф рм ции и в бье т х лиз .

) И ф р м ция, т р я бир ет я рег ляр (ежег) р злич х т р х жиз е еятель ти бще тв и хр ит я в рхив х р злич г р филия.

) Д е ере и и еле ия. И т ч и м и ф р м ции в м л ч е являет я и иви , бье т ми лиз — ци ль е бщ ти, реги , ци ль е з тели.

) Д е еци ль х и ле в ий б л виях жиз и. В м л ч е и т ч и м и ф р м ции являет я емья, бье т ми лиз — емья, т тьи бю жет .

) Рез лът т в б р в, рефере м в. Эт б й ви т ти ти и. И т ч и и ф р м ции — террит ри ль е бр з в ие (реги , бл ть, р й , р г, ч т). Объе т лиз — и т , террит ри ль е бр з в ия, эле т р ль е ве е ие.

) С ецифиче ие ме т ль е и т ч и и в ви е рхив в ре риятий и т .

Т им бр з м, р м трив ем й ми ти ци л гиче й и ф р м ции ержит х р тери ти и ци ль х р це в р з м р в е их и ле в ия: р в е ци м , и тит ци ль м, гр в м и лич т м, и иви ль м. Кр ме эт г , в ти е х тр же и ми ци ль х р це в. В третьих, эт бье тив е х р тери ти и жиз е еятель ти лю ей, е з ви ящие тих бье тив х це .

Ти : Д е, л че е м щью ет “ р т й” тр т р .
Пре т вляет я целе бр з м р з елить и ф р м цию, л ч ем ю (бир ем ю) ци л г м ре тв м ф р м лиз в х мет в р , ве ч ти. С т ч и зре ия з ч лиз эти ч ти имеет м л р м трив ть в р злич х ти ци л гиче й и ф р м ции. Перв й из этих ти в, л ч ет я в рез лът те из че ия бще тве г м е ия (м р ети г в е и ле в ия, м ит ри ги р з г ви). Эти и ле в ия, р вил , ят и тель й х р тер, и в их и лъз ют я рям е, р т е, з ч и тер ретир ем е в р и твет их. В их е т вят я гл б ие литиче ие з чи, е ищ т я твет в р “П чем эт ?..”. Гл в я р блем в этих и ле в иях — р блем ре резе т тив ти в б р и. И тр ме т ци л гиче г и ле в ия — же т тр т рив я ет , т т ч р т я и ерж щ я е л ж е в р . Эт б л в ле тем, чт ет р чит е р ю (бр з в ию, в зр т ит. .) в тьре е т в.

О в я з ч лиз — из че ие, л в г в ря, ве е ия т ель х эм ириче их и и т р в в ей в ти ре е т в, т и т ель м гр м.

Ти : Д е, л че е ре тв м ет “ л ж й” тр т р . К эт м ти х т им е, л че е в и ле в иях литиче г х р тер . Е ли г в рить р т , т эт те и ле в ия, г е ря и м твет в р “Чт эт ?” (имеет я в ви и тере ющий

ци л г ци ль й фе ме) ищет я и твет в р “П чем эт ?”.
И тр ме т рий б р эм ириче их х в этих и ле в иях,
рвил , тит из е ль их ч тей. Для б р х и льз ют я
ецифиче ие, тт ч л ж е рием , мет , тех и и. А етир в ие
м жет р в ж ть я те тир в ием. Для из че ия р блем фли т ти,
ли ер тв в м л х гр х и льз ет я т з в ем я ци метриче я
тех и .

О в м итчи м и ф рм ции являет я и иви , ф рм
ще тв в ия и ф рм ции — в ри ци е ря , м триц ви (бье т —
риз), т блиц ряже ти. П являют я и р гие ф рм , т ие,
м триц (“ бье т — бье т”, “ риз — риз ”).

Тр еречи лить в е р вле ия ци л гиче их и ле в ий, в
р м х т р х ци л г тр ир ет (з ети тр ме т рий) л в т
з в ем ю ет “ л ж й” тр т р . Эт и и ле в ия це т х
рие т ции (м тив , ре чте ия, треб ти, и тере), ци ль х
т в (р ще г в ря, т ше ия чем -либ), г т в ти м -т
ре еле м ти ве е ия, и е тич ти (в ч т ти,
м и е тифи ция), ци ль х р м ит . .

К ример , люб я ци ль я т в ит л те т й (р т й)
х р тер. Не ре тве м блю е ию, измере ию, м щью рям
т вле х в р в, е ет я. В з и ет е бх им ть в тр е ии
м елей из че ия эт й т ви ре тв м т х блю е ию
риз в. О эт ет е р те и ят е м елир в ие, в
л ч ях, тр ем р м трив ли в ше. Пр т т з еь л в , т
р в я эм ириче их и и тр в м эти м ели е в или. Т г и цель
ци л г бл р г я — бе ить я в е бх им ти р злич х ти в
и ф рм ции ля из че ия в й тв ци ль г бье т . Е ли, ример ,
т ть я ве ти м ель “ литиче я тив ть т ет ”
э миче й и ф рм ции, т м т л ем я гр м ми тр тями.
С ми ебет ие ци ль е фе ме , т ше ие лю ей чем -т и
м -т , т в чт -т , ре чте ия чег -т , треб ти в чем-т ,
ят е т ль л те т й х р тер, и м г ет , м г ф т р ,
м г мер в ей ти.

Ти : Д е б и льз в ии бю жет време и. И ф рм ция
время ре р в ж е ии или и льз в ии бю жет време и являет я ми
ре ль м ве е ии лю ей. В р це е р ве е ия т их и ле в ий
бир ет я и ф рм ция з ятиях тель взят г и иви з
ре еле й р меж т време и. Чем, ль , г е и т . . з им ля
и иви в тече ие, з г и ле в телем време и. Т им р меж т м
время (бю жет м) являет я и л ч й в бр й еь, в я
(р б чий и ер б чий еь), три я (б ий еь, бб т и в ре еь),
е еля. Тех и б р з люч ет я в м фи ции ре ет м в их
з ятий з т и т ля ч в. Бю жет м време и ри ят з в ть

р р е л е и е в р е м е и и л и е г и л ь з в и е з р е л е й е р и .
 Э м и р и ч е и м и и т р м я в л я е т я т е л ь в з я т е з я т и е (р е и е ,
 л е ж и е , м в и е , ч т е и е г з е т , е и е и т .). З я т и ю т в и т я в
 т в е т т в и е т з в е м я б ю ж е т я л и е й . Э т з ч е т , ч т р е е т
 м ж е т ф и и р в т ь е т л ь т , ч е м з и м л я (е р в и ч е , в е
 з я т и е) и л ь в р е м е и , и т , ч е м е щ е р и э т м з и м л я
 (в т р и ч е , т т в ю щ е е з я т и е) , г е р и х и л з я т и е , т р и э т м
 р и т т в л . А л и з т т в ю щ и х з я т и й в ж е и т м , ч т е т р е
 з я т и я р т и ч е и е в т ю т в р л и в г , р и м е р л ш и е
 р и . М е т р в е е и я з я т и я и г р е т г р м ю р л ь р и з ч е и и ,
 р и м е р , г м л е ж и . П р и т т в и е р з л и ч х л и ц р и щ е т в л е и и
 з я т и я х р т е р и з е т , в ч т т и , т и б щ е и я , т е е ь т т т и .
 П э т м л я х р т е р и т и и т е л ь в з я т г з я т и я и и л ь з е т я
 б ю ж е т я л и е й , т я щ я и з т и х з т е л е й , :

- ш и ф р () в г з я т и я ,
- р л ж и т е л ь т ь в г з я т и я ,
- ш и ф р л и т е л ь г з я т и я ,
- ш и ф р м е т щ е т в л е и я з я т и я ,
- ш и ф р “ р и т т в ю щ и х р и щ е т в л е и и з я т и я л и ц ” .

В и л е в и я х б ю ж е т в р е м е и р л л е л ь е в и м и (е в и -
 м е т , г е ф и и р ю т я х р т е р и т и и з я т и я) и л ь з ю т я и
 р з л и ч е е т р т й и л ж й т р т р . Б ю ж е т в р е м е и (и м е е т я в
 в и и л ь з в и е б ю ж е т) т и ц и л г и ч е й и ф р м ц и и и м е е т
 л ж ю т р т р .

Tu : Те т в е е .

М ж в е л и т ь е л ь и т ц и й , г ц и л г р и х и т я
 р б т ь т е т в м и м и . Э т и и т ц и и л е е т р м т р и в т ь
 и т ч и г т и ц и л г и ч е й и ф р м ц и и . В - е р в х , ц и л г
 т л и в е т я т г р и ф р м ц и е й р и р б т е т р т м и в р м и
 е т . В - в т р х , р и р б т е т е т м и р з л и ч г р е ф р м л и з в х
 и т е р в ю , т . е . р и р б т е м я г и м и / г и б и м и м е т м и б р и ф р м ц и и .
 Э т р е з л ь т т и т е р в ю , в в м и л ь з ю щ и е я в б и г р ф и ч е м
 х е и з ч е и ю ц и л ь й р е л ь т и . Э т р е з л ь т т л е й т м т и в г
 и т е р в ю : и и в и л ь г и г р в г (ф — г р) . В - т р е т ь и х , р и
 р б т е м т е р и л м и р е т в м в й и ф р м ц и и . В ч е т в е р т х , р и б р е
 э м и р и ч е й и ф р м ц и е й р е т в м т з в е м х р е т и в х
 м е т в . Н р и м е р , л я и з ч е и я ц и л ь х р м и л ь з е т я м е т
 е ч е х р е л ж е и й , л я и з ч е и я и е т и ч т и м е т и в ц т и
 м р е л е и й . Д л ь ш е м б е м р м т р и в т ь и х р и е м и з м е р е и я .

С щ е т в ю т р и ц и и л ь р з е х л и з т е т в . П е р в й
 и з и х з л ю ч е т я в р е б р з в и и т е т в й и ф р м ц и и в “ е т е ”
 е . И м е ю т я т ж е — т е т - л и з , т р ц и й л и з т е т в ,
 в т р и ч й л и з .

Вместе мы в тити е и лзют я рзлич е ви ш л:
ми ль х, ря в х, и терв ль хш л.

Нми ль яш л (е ря че яш л, ш л име в ий) - эт
ш л, т ящ я из ереч я х р тери ти бьет или явле ия. Ти ч м
пример м ми ль й ш л м жет л жить р збие ие игр в
ртив й м мер м.

Пря вя ш л (ри р я, р г в я), ти ел, являет я
ря че й ми ль й ш л й, т влив ющей р ве тв меж
бьет ми в бр м риз ми т ше ия ря .

Общий ви ря в й ш л : м им ль л житель й твет,
л житель й твет, ейтр ль й твет, триц тель й твет, м им ль
триц тель й твет.

Пря ве ш л риме яют я ри из че ии т в т ше ий
р шив ем г . С их м щью измеряют и те ив ть це в й тв,
ж е ий, б тий.

При бр б те х, л че х м щью ш л +ря ,
р чит в ютр г в е релляции: С ирме и Ке лл .

И терв ль яш л бр з ет я ве р г в й тем ри в е ия
б лл в ее еле иям. К ж й зиции р г в й ш л ри и в ют чи л .
Н пример, ятиб ль й ш ле ч ще в ег ри и в ют б лл т (, , ,
,) или т - .

В тличии т ре шей ш л и терв ль яш л зв ляет е
т ль ря чить р явле ие из ч ем г ци ль г в й тв или бьет ,
и р чит тьр з ть (и терв л) меж этими р явле иями.

П ле ег яш ей ле ции ятие р жир в ие лж б ть ят
-р л же ие в зр т ию или б в ию, мер м.

Ш лир в ие е бх им , т ельз я измерить ци ль ю
т в мер , т. е. р етв м личе тв , чи л , х тя в ег х чет я
эт ел ть ля т г , чт б р в ить т в и р злич х ре е т в и
ел ть в в , чт т в ре е т А иль ее (б льше), чем т в
ре е т В. Из эт г е ле ет, чт мер ти ет ме т в
и ле в иях, р вил . Об ч р м трив ют ри ем мер г
измере ия, или мер г ш лир в ия. О в е ие же мет в
м г мер г ш лир в ия треб ет ерьез й м тем тиче й г т в и.

При м в ие т й м ели, т ря тр ж ет в й тв ре еле г
бьет , пример, етей в в зр те т г в х, и з в ет я мер м
ш лир в ием. Обр з ли ей и, е бх им ри р б те е рер в ми
величи ми. Вме те тем т й терми , мер й ти м (ерев
л ти г - е рер в е), т ет е бх им з ть. О з ч ет
мер ть и е рер в ть. Н пример, м же тв ей твитель х чи ел
т О е ть мер й ти м.

1.3 Пример и реше ия ти в х з ч

О и из эт в т ти тиче г и ле в ия – в и гр ир в х. Св - ря чив ие и б бще ие ервич г м тери л , в ег в гр и в ч эт й ве б бщ ющих х р тери ти в ти. С т в ми элеме т ми в и являют я: р гр мм в и; чет гр в х ит г в; ф рмле ие еч х рез льт т в в и в ви е т блиц и гр фи в.

Р злич ют р т ю в (чет т ль б щих ит г в) и т ти тиче ю гр ир в , т ря в ит я р чле е ию в ти гр ще тве м ля е и иц в ти риз . Гр ир в зв ляет л чить т ие рез льт т , т р м м ж в явить т в в ти, х р тер е черт и в й тв ти ич х явле ий, б р жить з мер ти и вз им вязаи.

Рез льт т в им г т б ть ре т вле в ви е т ти тиче их ря в р ре еле ия.

П ть из в ти извлече в б р , ричем х блю л ь р з, х р з, $x_k - k$ р з и $\sum n_i = n$ - бъем в б р и. Н блю ем е з че ия х з в ют в ри т ми, ле в тель ть в ри т, з и х в в зр т ющем ря е, - в ри ци м ря м. Чи л блю е ий з в ют ч т т ми, их т ше ия бъем в б р и / = - т ительч ми ч т т ми.

$$n = \sum_{i=1}^k n_i ; \quad w_i = \frac{\gamma_i}{n} ; \quad n_i^{\text{нак}} \frac{n_i^{\text{нак}}}{n} \quad (.)$$

Ст ти тиче им р ре еле ием в б р и з в ют ерече ь в ри т и твет тв ющих им ч т т или т итель х ч т т. Ст ти тиче е р ре еле ие м ж з ть т же в ви е ле в тель ти и терв л в и твет тв ющих им ч т т (в че тве ч т т , твет тв ющей и терв л , ри им юг мм ч т т, в ших в эт ти терв л).

Ст ти тиче им ря м р ре еле ия з в ют ря че е р ре еле ие е и иц в ти гр из ч ем м риз . В з ви им ти т риз ря м г т б ть в ри ци ми (личе тве ми) и триб тив ми (че тве ми).

При тр е ии в ри ци г ря р в ми и терв л ми ре еляют ег чи л гр () и величи и терв л (h). Чи л гр м ж ре елить м щью р злич х ф рм л. О тим ль е чи л гр м жет б ть ре еле ф рм ле Стер же :

$$n = + ,322 \cdot \lg N \quad (.)$$

г е – чи л гр ;

N - ч и л е и ц в т и.

В з в и м т и т и л е в т е л ь и х ц е л е й м ж и л ь з в т ь р в е и е р в е и т е р в л (в л е е м л ч е – р в м е р в з р т ь ю щ и е и л и б в ю щ и е) т р т е и з р т е .

В е л и ч и р в г и т е р в л р ч и т в е т я ф р м л е :

$$i = \frac{v_{\max} - v_{\min}}{n} \quad (.)$$

г е - л и и т е р в л ;

$x_{m x}$ – м и м л ь е з ч е и е р и з в в т и ;

x_m – м и м л ь е з ч е и е р и з в в т и .

Пример. И м е ю т я е м м е т и в в и р е и т х в л ж е и й 0 м м е р ч е и х б в

Т б л и ц С м м т и в в и р е и т е в л ж е и я м м е р ч е и х б в

№ б	К р е и т е в л ж е и я , м л р . т г .	С м м т и в в , м л р . т г .
		8
	6 8	9
	96	76
	9	997
	78	9
6	96	066
7		86
8	8	60
9	8	0
0	9	99
	900	67 8
	0	97
	799	7
	9	00
	0 9	9
6	8	6 6
7	89	998
8	0	6
9	0	8
0	00	6

С ц е л ь ю и з ч е и я з в и м т и м м т и в в и р е и т х в л ж е и й м м е р ч е и х б в р и з в е и т е г р и р в б в р е и т м в л ж е и я м (ф т р й р и з), б р з в в г р р в м и и т е р в л м и .

П ж й г р е и в т и б в ч и т ь т е :

а) ч и л б в ;

б) р е и т е в л ж е и я – в е г и в р е е м и б ;

в) м м т и в в – в е г и в р е е м и б .

Р е з л ь т т р е т ь т е в в и е г р в ь т б л и ц .

С е л й т е р т и е в в .

Реше ие.

О р е е л и м в е л и ч и и т е р в л г р и р в и б в р е и т м в л ж е и я м:

$$i = \frac{0}{0} = \frac{0}{0} = \text{млр . т г.},$$

г е $x_{m x}, x_m$ – м и м л ь е и м и м л ь е з ч е и я р е и т х в л ж е и й.

Т б л и ц – П р м е ж т ч я р ч е т я т б л и ц

Гр	Величи р е и т х в л ж е и й в г р е, млр . т г.	№ б	Кре и т е в л ж е и я, млр . т г	С м м т и в в, млр . т г.
	0 - 0		0	97
				8
		8	8	60
			6 8	9
			78	9
			799	7
		9	8	0
			9	00
		8	0	6
Ит г		9	60 7	906
	0 - 7		0 9	9
		7		86
			9	997
		9	0	8
		7	89	998
Ит г			6 9	6 7
	7 - 6	6	96	066
		0	9	99
Ит г			0	80 7
	6 - 8		96	76
		6	8	6 6
Ит г			8	88
	8 - 900	0	00	6
			900	67 8
Ит г			7 00	8
В е г		0	9 7	9

О р е е л и м и т е р в л г р (x, x_+) т б л. :

- гр : 0 – 0 млр . т г.;
- гр : 0 – 7 млр . т г.;
- гр : 7 – 6 млр . т г.;
- гр : 6 – 8 млр . т г.;

гр : 8 – 900 млрд . т г.,
 где $x_1 = x_{\min} = 105$ млрд . т г.;
 $x_2 = + = + =$ млрд . т г.;
 $x_3 = + =$ млрд . т г.;
 $x_4 = + =$ млрд . т г.;
 $x_5 = + =$ млрд . т г.;
 $x_6 = + =$ млрд . т г.

Далее рассмотрим таблицу в зр т ию ре ит хвл же ий и в елим гр , в т р е т б и:

Н ве л че й т блиц ре елим треб ем е з тели. Рез льт т ре т вим вви е гр в йт блиц т бл. :

Т блиц -Гр в я т блиц

Гр	К личе тв б в в гр е, шт.	Величи ре ит х вл же ий в гр е, млрд . т г.	Кре ит евл же ия, млрд . т г		С мм тив в, млрд . т г.	
			В ег	В ре ем и б	В ег	В ре ем и б
	9	0 - 0	В ег	60 7	В ег	906
			В ре ем и б	668, 6	В ре ем и б	,889
		0 - 7	В ег	6 9	В ег	6 7
			В ре ем и б	87,8	В ре ем и б	7,
		7 - 6	В ег	0	В ег	80 7
			В ре ем и б	00,	В ре ем и б	0 8,
		6 - 8	В ег	8	В ег	88
			В ре ем и б	6 9	В ре ем и б	06
		8 - 900	В ег	7 00	В ег	8
			В ре ем и б	700	В ре ем и б	6 90,

В в : П рез льт т м гр ир в им ж ф рм лир в ть ле ющее: л 0% р м трив ем х б в имеют ре ит евл же ия 000 млрд . т г. С мм тив в в зр т ет в з ви им ти т р т величи ре ит х вл же ий.

Пример. Изве т ле ющие е личе тве м т ве 0 емей. П тр ить в ри ци й ря р ре еле ия.

6

6
6

6

Реше ие.

Для л че ия ре т вле ие р ре еле ии емей чи л чле в, ле ет тр ить в ри ци й ря .

Приз , тр м б ет тр ить я ря р ре еле ия, - и рет й (чи л чле в в емье). П тр им и рет й в ри ци й ря : ля эт г в ишем в ез че ия риз (чи л чле в в емье) в ря е в зр т ия и чит ем чи л емей ж й гр е. Чи л чле в емьи – эт в ри т в рьир ющег риз (x), чи л емей – ч т т в ри т в (f), ч т ть () т бл. .

Т блиц - Чи л чле в емьи

Чи л чле в емьи	Чи л емей	Чи л емей, %
(x)	(f)	()
	8	6
		6
		0
		0
		0
6		8
Ит г	0	00

У ря че е е зв ляют ить р ре еле ии емей чи л чле в.

К тр ль е в р :

1. Н з вите в ез чи, реш ем е ри в л е ии личе тве х мет в лиз .
2. Перечи лите ви х ви ле в иях и йте им х р тери ти .
3. Чт им ет я т ти тиче им р ре еле ием в б р и?
4. Чт им ет я т ти тиче им ря м р ре еле ия?
5. Н з вите ти и ф рм ции.
6. Чт т е личе тве й лиз х и ля чег и лъз ет я.

2. Пр вер т ти тиче их ги тез

Цель: О ре елить ятие т ти тиче их ги тез и рвил их р вер и. З ть: р ве ь твет твия те ретиче их м елей и р тиче их рез льт т в т ти тиче их блю е ий. Уметь: ел ть в в р метр х т ти тиче г р ре еле ия и ег те ретиче м ре т вле ии. Вл еть: мет ми це и т ти тиче их ги тез.

. П ятие т ти тиче й ги тез .

П ятие т ти тиче й ги тез . Р л г я эм ириче им (т ти тиче им) р ре еле ием, м жем т вить в р б т е е ии эт г р ре еле ия е т р м те ретиче м ти или в р ре л г ем й величи е р метр т г р ре еле ия.

Ст ти тиче й з в ют ги тез ви е еизве т г р ре еле ия, или р метр х изве т х р ре еле ий.

Пр т й ги тез й з в ет я ги тез , т ящ я из г ре л же ия.

Сл ж й ги тез й з в ет я ги тез , т ящ я из еч г или бе еч г м же тв ре л же ий.

. О в еэт р вер и ги тез

.О в еэт р вер и ги тез

Эт . Р л г я в б р ч ми ми х , х , ... , х ф р м лир ют ги тез Н и Н

Пр веряем ю ги тез Н б ем з в ть лев й (в й), р тив реч щ ю ей ги тез Н – лътер тив й (рир ющей). Для р вер и лев й ги тез и лъз ют еци ль бр ю л ч й ю величи , т ч е или риближе е з че ие т р й изве т .

Эт . З ют я вер ят тью α (р в ем з чим ти).

Реше ие т м, м ж ли чит ть в з в ие Н р ве лив м ля ге ер ль й в ти, ри им ет я в б р ч м м, т.е. гр иче м ря блю е ий, ле в тель эт реше ие м жет б ть шиб ч м. При тверж е ии или триц ии ги тез м м жем вершить шиб и в хви в.

). Ошиб ерв г р , г лев я ги тез Н тв ерг ет я, т г в ей твитель ти вер .

). Ошиб вт р г р т ит в т м, чт б ет ри ят е р виль я ги тез , т.е. ри им ем лев ю ги тез , в т время, г евер .

Е ли ритиче я бл ть в бр , т вер ят ти шиб ерв г и вт р г р м ж р чит ть, б з чим их твет тве через α и β .

Ур в ем з чим ти α з в ют вер ят ть вершить шиб ерв г р , т.е. вер ят ть тв ерг ть лев ю ги тез Н , г вер .

$\alpha = P_{H_0}(H_1)$ -вер ят ь т г , чт б ет рият ги тез Н , е ли м м еле в ге ер ль й в ти вер ги тез Н .

Вер ят ь α з ет я з р ее, ль эт вер ят ь шиб ч г з че ия, бер т из чи ел: 0,0 ; 0,0 ; 0,00 ,0,00 .

Н ример, $\alpha=0,0$ з чет, чт е ли ги тез Н р верить ж й из 00 в б р и в г бъем ,т в ре ем в л ч ях из 00 м вершим шиб ерв г р .

Вер ят ь шиб и вт р г р б з ч ют β , т.е. $\beta = P_{H_1}(H_0)$ - вер ят ь т г , чт б ет рият ги тез Н , е ли м м еле вер ги тез Н

Величи $-\beta$ з в ет я м щ тью ритерия.

М щ тью ритерия з в ют вер ят ь е тить шиб вт р г р ,т.е. тве рг ть ги тез Н , г евер .

Эт .Н х ят величи , т р я б чи величи й л ч й й в ил л ч й ти в б р и х , х , ... , х чи яет я рив л е ии ги тез Н е т р м изве т м з р ре еле ия.

Ст ти тиче им ритерием или р т ритерием з в ют л ч й ю величи , т р я л жит ля р вер и лев й ги тез .

З че ия ритерия (л ч й й величи) з в ляют ить р х ж е ии в б р и ги тез й Н .

Эт . П лев б р ритерия м же тв ег з че ий, т.е. рез льт т блю е ий х , х , ... , х р збив ют я ве е ере е ющие я ч ти R и R . При эт м ри леж ть чи ел х , х , ... , х м же тв R б ем чит ть тве рж е ием р веряем й ги тез ри леж ть R - триц ием р веряем й ги тез .

Критиче й бл тью з в ет я в ть з че ий ритерия, ри т р х лев ю ги тез тве рг ют.

Критиче я бл ть в бир ет я т , чт б вер ят ь ия в ее бл ми им ль й (р в й α), е ли вер лев я ги тез Н им им ль й в р тив м л ч е.

Гр ич е т чи ритиче й бл ти з в ют я *ритиче ими т ч ми*.

Н блю ем м з че ием ритерия $K_{бл.}$ з в ет я з че ие ритерия, в чи ле е м в б р и.

Лев т р ей ритиче й бл тью з в ет я бл ть, ре еляем я л вием: $K_{бл.} < K_p < 0$

Пр в т р ей ритиче й бл тью з в ет я бл ть, ре еляем я л вием: $K_{бл.} > K_p > 0$ з чим ти α м щ ть ритерия ($-\beta$) бл иб льшей.

Дв т р ей ритиче й бл тью з в ет я бл ть, ре еляем я л вием: $K_{бл.} < K_p$, $K_{бл.} > K_p$, $K_p < K_p$

Н лев я ги тез ри им ет я, е ли в л яет я л вие: $K_p < K_{бл.} < 0$

Н лев я ги тез тверг ет я, е ли в л яет я л вие: $K_{\text{бл.}} < K_p < 0$
 Эт . В ф р м л ритерия т вляют рет е чи л , л че е
 в рез льт те блю е ий и чит в ют чи л в ез че ие ритерия.

О в й ри ци р вер и т ти тиче их ги тез: е ли блю ем е
 з че ие ритерия ри лежит ритиче й бл ти – ги тез тверг ют,
 е ли блю ем е з че ие ритерия ри лежит бл ти ри ятия ги тез -
 ги тез ри им ют.

. Критерий Пир ля р вер и ги тез р м ль м
 р ре еле ии.

. Критерий Пир (ритерий χ) ля р вер и ги тез
 р м ль м р ре еле ии. Н р м ль е р ре еле ие являет я им из
 в х те ретиче их р ре еле ий. Изве т , чт р м ль
 р ре еле е л ч й е величи шир р р тр е р ти е.
 Объя е ие эт м бл в це тр ль й ре ель й те реме те рии
 вер ят тей А. М. Ля в м: е ли л ч й я величи X ре т вляет
 б й мм че ь б льш г чи л вз им ез ви им х л ч й х величи ,
 влия ие ж й из тр х в ю мм ичт ж м л , т X имеет
 р ре еле ие, близ е р м ль м .

В б р р вил р вер и ги тез э вив ле те в б р ритиче й
 бл ти Пр вер ги тез ще твляет я м щью р злич х ритериев.
 Р м трим иб лее р р тр е й **ритерий Пир** (ритерий χ).

П ть имеет я л ч й я величи X, т р й м в з в ем
 ре л же ие, чт р ре еле е тр м з (пример,
 р м ль м). Эт ре л же ие м з в ем лев й ги тез й Н .

Пр в им ерию и т ий. В ю з р еив ия .в. р з бьем к
 и терв л в (,), (,), ..., (k-, k) и чит ем ч т т ия
 блю ем х з че ий .в. в эти и терв л . Рез льт т з е ем в ве ерв е
 тр и т блиц

Т блиц . Р чет ез че ия

И терв л	(0,)	(,)	(,)	...	(k-, k)
Ч т т				...	k
Те р.ч т. '	'	'	'	...	k'

П чит ем в б р ч е ре ее \bar{x} и в б р ч е . . . и б ем
 ре л г ть, чт и тере ющ я .в. X р ре еле р м ль м з
 р метр ми:

$$. . . \sigma = , \text{ м. } . = \bar{x}. \quad (.)$$

При эт м ре л же ии, и льз я и тегр л вер ят тей $\Phi()$, м
 ре елим вер ят ти р ия .в. в ж й из и терв л в (- ,) (= , ,

, ..., k). Эти вероятности помещены в нижестоящую таблицу. Значения вероятностей в этой таблице являются величинами мер рхж е ия между ретическими типичными элементами. Этот мер рхж е ия, бэ чем я χ ре е ляет я ф р м л й:

$$\chi = \sum \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}, \quad (.)$$

где n_i - наблюдаемые частоты, n'_i - теоретические частоты ($\sum n'_i = n$), k - число интервалов, n - объем выборки.

Из чисел любого вероятности α (например $\alpha=0,05$), таблицу вероятностей α таблицы вероятностей α в приложении к ней в

$$r = k - m - 1, \quad (.)$$

где k - число интервалов в эмпирической вероятности, m - число параметров в теоретической вероятности, в числе χ это количество параметров.

Найдем соответствующее значение χ , где χ - значение критического значения χ_{p} . По таблице вероятностей χ_{bl} , т.е. в числе χ ф р м л и χ_p .

При этом, если известно, что

$\chi_{bl} \leq \chi_p$ - гипотеза принята,

$\chi_{bl} > \chi_p$ - гипотеза отвергается при заданном уровне значимости

α .

Значение. Вероятности при нормальном распределении параметров \bar{x} и s вычисляются по формуле:

$$P_i = P(a_{i-1} < x < a_i) = \Phi\left(\frac{a_i - \bar{x}}{s}\right) - \Phi\left(\frac{a_{i-1} - \bar{x}}{s}\right) \quad (.)$$

где $\Phi(\cdot)$ - интегральная функция, причем $\Phi(-\infty) = 0$, $\Phi(+\infty) = 1$.

Алгоритм проверки гипотезы о равенстве дисперсий

Алгоритм состоит из следующих этапов:

1. Найти выборочные дисперсии.
2. Проверить гипотезу о равенстве дисперсий.
3. Найти функцию вероятности

$$P_i = P_n(i) = \frac{\lambda \cdot e^{-\lambda}}{i!} \quad (. .)$$

4. Найти те ретиче ие ч т т ф р м ле

$$n_i' = i \cdot P_i \quad (. 6)$$

5. Сравнить эмпирические и теоретические частоты методом критерия Пирса, приравняв частоты к теоретическим $k = -$

Пример. Заданы эмпирические распределение и ряды частот величин $X (= 00)$.

x	0					6	7	≥ 8
		6			6	8		0

Требуется, используя критерий Пирса, проверить гипотезу о равенстве генеральной функции в таблице Пирса при уровне значимости $\alpha = 0.0$.

Решение:

Найдем выборочную среднюю:

$$\bar{x}_e = \frac{\sum n_i x_i}{n} = \frac{0 \cdot 41 + 1 \cdot 62 + 2 \cdot 45 + 3 \cdot 22 + 4 \cdot 16 + 5 \cdot 8 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 2}{200} = \frac{360}{200} = 1.8$$

Примем в качестве критерия параметра λ распределения Пирса выборочную среднюю $\bar{x}_e = \lambda = 1.8$.

Следовательно, рассмотрим

$$P_n(i) = \frac{\lambda \cdot e^{-\lambda}}{i!} \quad (. 7)$$

имеет вид

$$P_{200}(i) = \frac{1.8^i \cdot e^{-1.8}}{i!} \quad (. 8)$$

Найдем вероятности $P = P_{00}(.)$.

$$P_0 = P_{200}(0) = \frac{1.8^0 \cdot e^{-1.8}}{0!} = 0.1653$$

$$P_1 = P_{200}(1) = \frac{1.8^1 \cdot e^{-1.8}}{1!} = 0.2975$$

$$P_2 = P_{200}(2) = \frac{1.8^2 \cdot e^{-1.8}}{2!} = 0.2678$$

$$P_3 = P_{200}(3) = \frac{1.8^3 \cdot e^{-1.8}}{3!} = 0.1607$$

$$P_4 = P_{200}(4) = \frac{1.8^4 \cdot e^{-1.8}}{4!} = 0.0723$$

$$P_5 = P_{200}(5) = \frac{1.8^5 \cdot e^{-1.8}}{5!} = 0.0260$$

$$P_6 = P_{200}(6) = \frac{1.8^6 \cdot e^{-.8}}{6!} = .0078$$

$$P_7 = P_{200}(7) = \frac{1.8^7 \cdot e^{-.8}}{7!} = .0020$$

$$P_8 = P_{200}(8) = \frac{1.8^8 \cdot e^{-.8}}{8!} = .0004$$

Н й ем те ретиче ие ч т т ф рм ле: $n'_i = i \cdot P_i = 200 \cdot P_i$. (.9)

$n'_0 = 200 \cdot P_0 = 33.06$, $n'_1 = 39.5$, $n'_2 = 33.56$, $n'_3 = 32.14$, $n'_4 = 4.46$, $n'_5 = 5.2$, $n'_6 = .56$, $n'_7 = .4$, $n'_8 = .08$.

С т вим р чет ю т блиц , б ъе и яя м л чи ле е ч т т и твет тв ющие им те ретиче ие ч т т .

			-	(-)	(-) /
0		.06	7.9	6 .0	.9069
	6	9.	.	6.	0. 0 0
		. 6	-8. 6	7 . 7	. 68
		.	- 0.	0 .8	. 99
	6	. 6	.	. 7	0. 6
	8	.	.8	7.8	. 07
6	6	.0	.96	.68	7.687
Σ	00				$\chi_{\dots бл} = 5.9369$

П т блице ритиче их т че р ре еле ия χ р в ю з чим ти $\alpha = 0.05$ и чи л те е ей в б $k=7-$ = х им $\chi_{(0.05;5)} = 1.1$.

Т $\chi_{\dots бл} > \chi_{(0.05;5)}$ е ть в ия р верг ть ги тез р ре еле ии л ч й й величи х з П .

К тр ль е в р

- . Н рм ль е р ре еле ие.
- . Ф ция л т ти р ре еле ия вер ят тей ля рм ль г р ре еле ия
- . Приме е ие би ми ль г р ре еле ия.
- . Р ре еле ие П .
- . И т ч и и шиб ри це ив ии.
- 6. Оце веритель хи терв л в, -р ре еле ие.
- 7. Д веритель й и терв л ля ре ег з че ия.
- 8. Д веритель й и терв л ля т рт г т л е ия.
- 9. Пр вер т ти тиче их ги тез. Н лев я и льтер тив я ги тез .
- 0. Пр вер ги тез ля м тем тиче г жи ия. Пр вер ги тез ля и ер ии.

. А лиз време х ря в

Цель: Д ть ве е ия време х ря х и з ч х их лиз . З ть: ще тв ющие м ели време х ря в их в е х р тери ти и. Уметь: лизир в ть и миче ие р це в э ми е. Дел ть р г з . Вл еть: мет ми р г зир в ия ци ль -э миче их р це в.

. О в е ятия и ре еле ия

Ди миче ий ря – в ть блю е ий е т р г явле ия, ря че я в з ви им ти т ле в тель ти з че ий р г г явле ия.

Време й ря – эт и миче ий ря , т р г в че тве риз ря че ия и льз ет я время. Эт б р чи ел, ривяз й ле в тель м, б ч р в т т ящим м ме т м време и.

Чи л , т вляющие време й ря и л че е в рез льт те блю е ия з х м е т р г р це , з в ют я р в ями (элеме т м).

Дли време г ря – личе тв вх ящих в ег р в ей :

$$Y(), г е = .. \quad (.)$$

О в е т вляющие време г ря

Детерми р в я - чи л в я ле в тель ть, элеме т т р й в чи ляют я ре еле м р вил ф ция време и .

Стр т р е м е т етерми р в й т вляющей

1. Тре , или те е ция $f()$ - т й чив я з мер ть, блю ем я в тече ие литель г ери време и.

2. Сез я м ет $S()$ –рег ляр е леб ия, т р е ят ери иче ий или близ ий ем х р териз чив ет я в тече ие г .

3. Ци личе я м ет $U()$ – е л ч й я ф ция, и в ющ я литель е ери т итель г ъем и и т ящие из ци л в ереме й литель ти и м лит .

Сл ч й я - эт т в я ч ть време г ря , т вш я я ле в еле ия и тем тиче их м ет.

Сл ч й я т вляющ я

Сл ч й я ε^t)- эт т в я ч ть време г ря , т вш я я ле в еле ия и тем тиче их м ет; тр ж ет в з ей твие м г чи ле х ф т р в л ч й г х р тер .

Ст ци р е л ч й е р це ε^t) – эт р в е ие величи х р ш из че й ф р м й л ч й х р це в.

Ст ци р м р це м з в ет я

в з м м ле:

- эт т й л ч й й р це , вер ят т е в й тв т р г
тече ием време и е изме яют я.

Пр те ет в риблизитель р х л виях и имеет ви
е рер в х л ч й х леб ий в р г е т р г ре ег з че ия. в
шир м м ле (л б й т ци р ти): еизме ть в време и ре ег
з че ия, и е р ии и в ри ции време г ря .

А — в ть м тем ти - т ти тиче их
мет в лиз , ре з че х ля в явле ия тр т р **време х**
ря в и ля их р г зир в ия. Сю т ят я, в ч т ти, мет
регре и г лиз . Пр г з б щих з че ий време г **ря**
и лъз ет я ля эффе тив г ри ятия реше ий.

С ще тв ют ве в е цели лиз време х ря в: ()
ре еле ие рир ря и () р г зир в ие (ре з ие б щих
з че ий време г ря т ящим и р шл м з че иям). Обе эти цели
треб ют, чт б м ель ря б л и е тифицир в и, б лее или ме ее,
ф рм ль и . К тль м ель ре еле , в м жете ее м щью
и тер ретир в ть р м трив ем е е (ример, и лъз в ть в в шей
те рии ля им ия ез г изме е ия це т в р , е ли з им ете ь
э ми й). Не бр щ я в им ия гл би им ия и р ве лив ть
те рии, в м жете э тр лир в ть з тем ря ве й е й м ели,
т.е. ре з ть ег б щие з че ия.

*М ели време х ря в (в з ви им ти т ви вязи меж
м е т м)*

$$А итив е м ель Y(t) = (t) + (t) + J(t) + \cdot t \quad (.)$$

$$М лти ли тив я м ель Y(t) = (t)S(t)U(t) + \cdot t \quad (.)$$

Цель т ти тиче г лиз време х ря в из чить т ше ие
меж з мер тью и л ч й тью в ф рмир в ии з че ий р в ей
ря и це ить личе тве ю мер их влия ия.

З мер ти, бе яющие и ми з теля в р шл м,
и лъз ют я ля р г зир в ия ег з че ий в б щем.

Учёт л ч й ти зв ляет ре елить вер ят ть т л е ия т
з мер г р звития ег в зм ж ю величи .

Треб в ия и х м м

1. С твим ть х - е лж иметь и в е:

- е и иц изме ре ия

- ш г блю е ий

- и терв л време и

Мет и р чет эле ме т еизме й в ти

2. О р ть х — т т твие:

- иль х изл м в те е ций

- м ль х блю е ий

3. У т й ч и в т ь т е е ц и и – р е б л и е з м е р т и л ч й т ь ю в и з м е е и и р в я р я .

4. П л т х

. Э т т р е и я р г з в р е м е м р я м

Э т р л я ц и я – э т р р т р е и е в е л е х р и з в р и л и з е р я в и м и и з м е р т е й р з в и т и я и з ч е м г б ь е т б щ е е .

Э т э т р л я ц и г р г з и р в и я э м и ч е и х р ц е в :

1. П р е в р и т е л ь й л и з х

2. П т р е и е м е л е й в р е м е х р я в

- ф р м и р в и е б р р и м и р ю щ и х ф ц и й

- ч и л е е ц е и в и е р м е т р в м е л е й ;

3. О ц е ч е т в м е л е й

4. П т р е и е т ч е ч г и и т е р в л ь г р г з в

П р е в р и т е л ь й л и з х

О р е е л я ю т : С т в е т т в ю т л и и м е ю щ и е я е т р е б в и я м , р е ъ я в л я е м м и м м т е м т и ч е и м и м е т м и ?

Стр я т : г р ф и и м и и (и б ц и – , и р и т – Y ())

Р ч и т в ю т : в е и м и ч е и е х р т е р и т и и :

- р и р т ,

- т е м р т ,

- т е м р и р т ,

- э ф ф и ц и е т в т р е л я ц и и .

П р ц е р р е в р и т е л ь г л и з

- В я в л е и е м л ь х б л ю е и й

- П р в е р л и ч и я т р е .

- С г л ж и в и е в р е м е г р я .

- Р ч е т з т е л е й и м и и э м и ч е и х р ц е в .

П р ц е р :) В я в л е и е м л ь х б л ю е и й . Р ч и т в е т я и р в и в е т я р и т и ч е и м з ч е и е м К р и т е р и я И р в и

$$\lambda = \frac{|y_t - y_{t-1}|}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}} \quad (.)$$

П р ц е р :) П р в е р л и ч и я т р е

- в и т я р в е р е г и т е з е и з м е т и р е е г з ч е и я в р е м е г р я .

К р и т е р и и в е р и л и ч и я е л ч й й т в л я ю щ е й

- К р и т е р и й е р и й , в й м е и е

- К р и т е р и й р в е р и г и т е з е и з м е т и р е е г з ч е и я в р е м е г р я

- К р и т е р и й « в х я щ и х » и « и х я щ и х » е р и й

П р ц е р :) П р в е р л и ч и я т р е

- Критерий ерий, в й ме и е:
- Ф р м л в б р ч й ме и

$$Y_{\text{med}} = \begin{cases} y_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}, & \text{е ли - чет е,} \\ \frac{1}{2} \left(y_{\frac{n}{2}} + y_{\frac{n}{2}+1} \right), & \text{е ли -чет е.} \end{cases} \quad (.5)$$

- Обр з ем ерии «лю в» и «ми в»:

- «Плю » е ли $() >_{\text{m d}}$,
- «Ми » е ли $() <_{\text{m d}}$

П «ерией» им ет я ле в тель ть лю в ря и щих лю ви ря и щих ми в:

$v()$ – бщее чи л ерий;

K_{max} – р тяже ть м й ли й ерии.

Пр це р :) Пр вер личия тре

- Критерий р вер и ги тез еизме ти ре ег з че ия време г ря .

Е ли х тя б из ер ве тв

$$\begin{cases} v(n) > \left[\frac{1}{2}(n+2-1,96\sqrt{n-1}) \right], \\ K_{\text{max}} < [3,3(\lg n+1)] \end{cases} \quad (.6)$$

жет я р ше м, т ги тез еизме ти ре ег з че ия тверг ет я вер ят тью $(0,0 < <0,097) \Rightarrow$ П тверж ет я личие з ви яцей т време и е л ч й й т вляющей.

Пр це р :) Пр вер личия тре

- Критерий «в х яциях» и «и х яциях» ерий

- л влия ет те е е меще ие ре ег з че ия в и ле ем м р ре еле ии:

- м т г х р тер ;
- ери иче г х р тер .

Пр вил р т вле ия «+» и «-»

- «Плю », е ли $+ - >0$
- «Ми », е ли $+ - <0$

При р в е з чим ти $0,0 < <0,097$ ритерий имеет ви :

$$\begin{cases} v(n) > \left[\frac{2n-1}{3} - 1,96\sqrt{\frac{16n-29}{90}} \right], & K_0() = \text{ри } \leq 6; \\ K_{\text{max}} < [K_0(n)] & K_0() = 6 \text{ ри } 6 \leq \leq \\ & K_0() = 7 \text{ ри } \leq \leq 70. \end{cases} \quad (.7)$$

Пр це р :) Пр вер личия тре

Ср в е ие ре их р в ей ря

Пр вер ги тез р ве тве ре их в х рм ль р ре елë х
в тей

Алг ритм р вер и

1. Делим и х й ря ве ример р в е чи л р в ей ч тей.
2. Для ж й из этих ч тей в чи ляем ре ее з че ие и и ер ии.
3. Прверяем ги тез р ве тве (р ти) и ер ий беих ч тей

ря (F- ритерию Фишер):

1. елим б льш ю и ер ию ме ьш ю;

2. р в ив ет т блич м;

3. Е ли $F_p < F_{tbl}$, т вер ят ть :

- ет в ий тве рг ть лев ю ги тез , в б р ч е и ер ии

р злич ют я ез читель

4. Прверяем в ю ги тез р ве тве ре их з че ий (и льз. - ритерия Стью е т):

1. Е ли $|r| < t_{tbl}$, т ет в ий тве рг ть лев ю ги тез р ве тве ре их.

$$t = \frac{|\bar{y}_1 - \bar{y}_2|}{\sqrt{(n_1 - 1)S_{y_1}^2 + (n_2 - 1)S_{y_2}^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} \quad (.8)$$

Пр це р :) Сгл жив ие време г ря

- з ме ф тиче их р в ей р чет ми з че иями, имеющими ме ьш ю леблем ть.

Сгл жив ие ря в в ит я:

При гр фиче м из бр же ии време ря тре т лежив ет я е тчетлив ;

При е б рим ти з че;

При тр е ии м ль х блю е ий;

При е ре тве м р г зир в ии э миче их з телей и р г зир в ия изме е ия тре .

Мет гл жив ия

- А литиче ие мет

- Мет мех иче г гл жив ия:

o Пр т й льящей ре ей

o Взвеше й льящей ре ей

o Э е ци ль г гл жив ия

Пр це р :) Р чет з телей и ми и э миче их р це в

П з тели:

- Р т

- Прир т

- Авт рреляции

$$r(\tau) = \frac{(n-\tau) \sum_{t=1}^{n-\tau} y_t y_{t+\tau} - \sum_{t=1}^{n-\tau} y_t \sum_{t=1}^{n-\tau} y_{t+\tau}}{\sqrt{\left[(n-\tau) \sum_{t=1}^{n-\tau} y_t^2 - \left(\sum_{t=1}^{n-\tau} y_t \right)^2 \right] \left[(n-\tau) \sum_{t=1}^{n-\tau} y_{t+\tau}^2 - \left(\sum_{t=1}^{n-\tau} y_{t+\tau} \right)^2 \right]}}, \quad (.9)$$

г е - ли време г меще ия(л г).

Ти з чи	Приме яем й мет
А лиз	М елир в ие рив х р т
М елир в ие	А тив е мет м елир в ия
Причи х вз им ей твий	Регре и ем елир в ие

Крив е р т :

Ти р це	Ф ция
Без ре ел р т	- рям я - р б л - э е т и р.
С ре ел м р т без т чи ерегиб	- рив я Дж - м ифицир в я э е т и р.
С ре ел м р т и т ч й ерегиб	- л ги тиче я рив я (рив я Перл – Ри) - Крив я Г м ерц

А тив ем ели р г зир в ия

Цель тив г мет : в тре ии м рре тир ющих я
э ми -м тем тиче их м елей

Критерии це и

I. А е в т ть

- 1) Пр вер р ве тв м тем тиче г жи ия р в ей ря лю (- т ти ти);
- 2) Пр вер л ч й тив з и ве ия т ель х т л е ий т тре ;
- 3) Пр вер л вия ез ви им ти (вт рреляции);
- 4) С твет твия ря т т в р м ль м з р ре еле ия.

$$t_{расч} = \frac{|e|}{S} \sqrt{n} \quad (.10)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (e_t - \bar{e})^2}$$

II. Т ч ть

- 1) Сре е в р тиче е т л е ие;
- 2) М им ль я б лют й величи е шиб ;
- 3) От итель я м им ль я шиб ;
- 4) Сре яя м лю шиб ;
- 5) Сре яя м лю т итель я шиб

Критерий «в х ящих» и «и х ящих» ерий;

- Критерий «и в».

Р чит в ют я эффицие т :

- А имметрии

- Э це

Пр г зир в ие мет мэ тр ляции б зир ет я ре л же иях:

а) р звитие и ле ем г явле ия в цел м и в ет я л в й рив й;

б) бщ я те е ция р звития явле ия в р шл м и т ящем е

з в ет ерьез е изме е ия в б щем;

в) чет л ч й ти зв ляет це ить вер ят ть т л е ия т

з мер г р звития.

Т чеч й р г з л ч ет я т в й в м ель з че ия ф т р –
време и.

И терв ль й р г з тр ить я вет чеч х р г з в.

Д веритель й и терв л – и терв л, т итель т р г м ж

з р ее в бр й вер ят тью з ть, чт ержит з че ие

р г зир ем г з теля.

. А тив ем ели р г зир в ия

А тив ем ели р г зир в ия – эт м ели и тир в ия х.

А тив ем ели б б тр ри блив ть в ю тр тр и
р метр изме е ию л вий.

Схем тив г м ели р в ия

- С лязящег ре ег (СС-м ели)

- Мет Бр (в э е ци ль м гл жив ии):

- М ели Бр – лев й ря (е имеет те е ции);

- ерв г ря (ли ей е те е ции);

- вт р г ря (р б личе ие те е ции)

- Мет Х льт :

- Авт регре ии (АР-м ели)

Общ я хем тр е ия тив х м ели

1. П е ль им ерв м блю е иям ря це ив ют я з че ия
р метр м м ели.

2. П имеющей я м ели ет я р г з и ш г.

3. П м ели рре тир в ми р метр ми р чит в ет я
р г з я це ле ющий м ме т време и, и ве ь р це вт ряет я
и чер в ия ф тиче их чле в.

4. Пр г зир в ие б щее ще твляет я и льз в ием
р метр в, ре еле х ле ем ш ге ле им ф тиче им
блю е иям ря .

. М елир в ие э миче их р це в, верже х
ез м леб иям

Сез е леб ия - эт рег ляр е, ери иче ие в триг в е
ьем и р изв тв , ел в й тив ти, гр з б р т ,
т в р б р т
и р чег , вяз е ме й време г .

Сез ть - гр иче ть г в г ери влия ием эт г
ф т р

Тре - ез й време й ря - време й ря , в т р м блю ют я
и тре и ез е леб ия

Эт

1. О ре еляет я личие тре

2. О ре еляет я личие ез х леб ий

3. Фильтр ция м е т тре - ез г време г ря

4. С т вить р г з тре - ез г э миче г р це

Мет

- Виз ль е

- А литиче ие

Критерии

Ди ери й

Г рм иче ий

О в й р в е ии р ре еле ия эффицие т вт рреляции
р ре еле ием ци личе г эффицие т вт рреляции.

Пр вер в ит я р вер е л ч й ть т т ч й м е т ,
т ющей я ле в еле ия време г тре .

Мет

- Регре и е;

- С е тр ль е;

- Итер ци е:

А тив е т ше ие – е ли тече ием време и ез я
т вляющ я ще тве е ме яет я;

М льти ли тив е т ше ие – е ли ез я т вляющ я из г
в г в зр т етили иж ет я.

Алг ритм фильтр ции (ре л же ие б итив й з ви им ти)

1. Сгл жив ем и х й време й ря мет м це трир в й
льзящей ре ей, и льз я ве в е эффицие т . П л ч ем време й
ря – ре в ритель ез че ие тре .

2. Из и х г време г ря в чит ем гл же е з че ия.
П л че й ря ержит ез ю и л ч й ю м е т .

3. У ре яем л че е з че ия з в е г ж м ме яц
(в р т л).

4. К рре тир ем ре ее з че ие (ре ее з че ие ре е г
ря).

5. Пр в им е ез лиз цию и х х х.

6. П бир ем рив ю р т , р имир ющ ю тре

О ре еляем з че ия т т ч й м е т

М ели вт регре ии. Св й тв време х ря в – з ви им ть
р в ей г и т г же ря т р г г .

Авт регре и й р це -эт р це , ри т р м ж ез че ие
време г ря х ит я в ли ей й з ви им ти т ре щих з че ий.

Авт регре и й р це ерв г ря – те щее з че ие з ви ит
т г ре щег з че ия.

Авт регре и й р це вт р г ря – т в х и т .

Авт регре и я м ель – эт м ель, в т р й м елир ем е
з че ия являют я ли ей й ф цией т ре щих блю е ий.

Р з ви ть вт регре и х м елей

-м ели льзящей ре ей

- К м би ир в е м ели (чет ющие вт регре и й р це
м елью льзящей ре ей или им ещё б вляет я р це р
и тегрир в ия).

П ря р це р:

1. В чи ляем ля и х г ря р з ти ерв г и вт р г ря и
тр им гр фи и. Е ли р ч < т бл, т ря т ци р й.

2. О ре еляем вт рреляцию ля ж г ря из чим ть.

3. О ре еляем и ерию и х г ря ир з т х ря в.

4. С т вляем м ель.

5. О ре еляем т ци р ть (ритерию Ди и-Ф ллер)

К тр ль е в р :

.О в е ятия и ре еле ия време х ря в.

.Эт тре ия р г з време м ря м.

.М елир в ие э миче их р це в, верже х ез м
леб иям.

.А тив ем ели р г зир в ия.

.Д йте ре еле ие ятию ез е леб ия

6.Объя ите р це р гл жив ие време г ря

. К рреляци -регре и й лиз

Цель: Д ть ятия в х л же ий р г и м же тве г регре и г лиз . З ть: вз им вязь меж з ви им ми и бья яющими ереме ми, х р териз ющими э миче ие р це .
Уметь: т влив ть те т вязи и тр ить з ви им ти меж рез лът тив м риз ми е ль ими ф т р ми риз ми. Вл еть: мет ми тр е ия регре и х м елей.

. П р е регре и е м ели

Две в е з чи рреляции

Терми “ рреляция” р и х ит т глий г л в *rr l* - т ше ие, твет твие.

Р м трим и тем в х л ч й х величи Х и У, из тр х ез ви им я (ф т р й риз) Х, р г я – з ви им я (рез лът тив й риз) У.

К рреляци й мет реш ет ве в е з чи - ре еляет ф рм и те т вязи меж риз ми.

Перв я з ч рреляции з люч ет я в в явле ии ве блю е ия б льшим личе тв м ф т в т г , изме яет я в ре ем рез лът тив й риз в вязи изме е ием г ф т р . Эт з ч реш ет я х же ием р в е ия вязи или р в е ия регре ии х.

Вт р я з ч з люч ет я в ре еле ии те е и влия ия ф т р г риз рез лът тив й. Эт з ч реш ет я ри м щи р злич х з телей те т вязи.

Р злич е ф рм з ви им ти меж л ч й ми величи ми.

Две л ч й е величи м г т б ть вяз либ ф ци ль й з ви им тью, либ з ви им тью р г г р , з в ем й т ти тиче й, либ ез ви им ми. Стр г я ф ци ль я вязь ре лиз ет я ре , т ль в т ч х х. Х р териз ющие т ти тиче ю вязь риз и елят я ф т р е и рез лът тив е,

Ст ти тиче й з в ют з ви им ть, ри т р й ж м з че ию ф т р г риз Х твет тв ет р ре еле ие рез лът тив г риз У, изме яющее я изме е ием ф т р г риз .

Ст ти тиче я з ви им ть, р являющ я я в т м, чт ри изме е ии й из величи изме яет я ре ее з че ие р г й, з в ет я **рреляци й.**

К эффицие т рреляции.

Р м трим и тем из в х л ч й х величи Х и У, тр ю б ем б з ч ть (Х, У) и з в ть в хмер й .в. П мим м тем тиче г жи ия, и ери ии, ре ег в р тиче г т л е ия имеет р тиче и в ж е з че ие р метр, х р териз ющий те е ь те т вязи меж .в. Х и У, бр з ющих и тем . Эт вязь м жет б ть р злич й: т че ь л б й,

р тиче и е ще тве й, иль й, близ й ф ци ль й. Сте е ь те т вязи х р териз ет я величи й **эффицие т рреляции r_x** .

Для це и те т рреляци й вязи в л ч е ели ей й ф рм вязи и льз ют *рреляци е т ше ия*.

К эффицие т м рреляции r_x л ч й х величи Х и У з в ют т ше ие рреляци г м ме т р изве е ию ре их в р тиче их т л е ий этих величи :

$$r_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (.)$$

К рреляци м м ме т м K_{xy} в х л ч й х величи Х и У з в ет я м тем тиче е жи ие р изве е ия т л е ий этих величи т их м тем тиче их жи ий.

$$K_{xy} = M\{[X - M(X)][Y - M(Y)]\} \quad (.)$$

В т ти ти е вме т еизве т г . . бер тег т ти тиче ю це и з в ют ее в **б р ч м эффицие т м рреляции r_B** . В б р ч й . . ре еляет я ле ющим бр з м. Пр в ит я т в (берет я в б р бъем), в ж м из т р х блю ет я в хмер я .в. (X, Y). В рез льт те блю е ий л чим р чи ел $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, т р е ге метриче и м ж р м трив ть р и т т че л ти хО .

При рям ли ей й ф рме вязи меж Х и У в б р ч й эффицие т рреляции ре еляет я ф рм ле

$$r_B = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (.)$$

г е \bar{x} и \bar{y} - в б р ч е ре ие .в. Х и У.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}; \quad \overline{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n}; \quad \overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}; \quad \overline{y^2} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n}$$

Для це и еж ти л че г эффицие т рреляции

ре еляют греш ть **эффицие т рреляции** ф рм ле: $\delta_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}}$.

П ле р чет δ_r х ят т ше ие $\frac{r}{\delta_r} = n$. Е ли величи эт г т ше ия

рев ш е т , т м ж в е р я т т ь ю б л ь ш е й 0,997 т в е р ж т ь , ч т . . г
е ж е , т в е р е .

С в ѝ т в э ф ф и ц и е т р р е л я ц и и

.А б л ю т я в е л и ч и э ф ф и ц и е т р р е л я ц и и е р е в х и т
м л ю е и и ц , т.е. $|r_x| \leq$ или $- \leq r_x \leq$

Ч е м м е б ь ш е е г в е л и ч и (м л ю) , т.е. ч е м б л и ж е е г з ч е и е
л ю , т е м л б е е в я з ь м е ж .в. X и Y , ч е м б л и ж е е г з ч е и е м л ю
, т е м э т в я з ь и л ь е е .

. П р и $|r_x| =$.в. X и Y в я з л и е й ѝ ф ц и л ь ѝ
з в и м т ь ю . В л е и е л в и я $|r_x| =$ я в л я е т я е б х и м м и
т т ч м л я т г , ч т б р я м е р е г р е и и в л и .

.Е л и $r_{xy} = 1$, т л ч ѝ е в е л и ч и X и Y з в и м .

Д л я ц е и т е т в я з и р и м е я е т я ш л Ч е :

r_{xy}	0, - 0,	0, - 0,	0, - 0,7	0,7 - 0,9	б л е е 0,9
X р т е р и т и в я з и	л б я	м е р е я	з м е т я	в я	в е б м в я

. К р р е л я ц и я т б л и ц

С т т и т и ч е я з в и м т ь м е ж в е л и ч и м и , е л и ч и л р з ч е и ѝ
е р е м е х е в е л и , м ж е т б т з в в и е р т ѝ т б л и ц :

x	x	x	...	x	...	x
			

Е л и ч и л р $(x;)$, л ч е м х в р е з л ь т т е б л ю е и ѝ , б е т
в е л и , и р е и и х е т ь в т р я ю щ и е я р , т т в л я ю т р р е л я ц и ю
т б л и ц . В р р е л я ц и ѝ т б л и ц е з ч е и я р и з X р л г ю т я в
е р в м т л б ц е , з ч е и я р и з Y - в е р в ѝ т р е т б л и ц . Н
е р е е ч е и и т р и т л б ц в т я т ч и л (ч т т) , т р е з в ю т ,
л ь р з я в и л ь р и б л ю е и и т в е т т в ю щ я р з ч е и ѝ $(x;$
) . С м м в е х ч т т р в ч и л б л ю е и ѝ .

X \ Y	0		8		6	и т г
9		7				0
						6
7			0	0		6
				6	7	
и т г		0		7		= 00

П р е л я ц и й т б л и ц м ж и т ь ф р м е в я з и . Е л и ч т т р р е л я ц и й т б л и ц р л ж е и г л и , т в я з ь р я м л и е й я , е л и р з б р в е й т б л и ц е - р и в л и е й я .

У р в е и е р е г р е и и

П т ь (X,Y) – в х м е р я л ч й я в е л и ч и . Ф и и р е м е - л и б з ч е и е $X=x$ и з ч и л в з м ж х з ч е и й и р м т р и м з ч е и я л ч й й в е л и ч и У р и э т м з ч е и и $X=x$. О б з ч и м е г ч е р е з \bar{y}_x . С и з м е е и е м x, т.е. р и е р е х е т г з ч е и я х р г м б е т и з м е я т ь я и \bar{y}_x , т.е. \bar{y}_x м ж е м р м т р и в т ь ф ц и ю , р е е л е ю л я и р е т г м ж е т в з ч е и й X ($x=x_1, x_2, \dots, x_n$).

$$\bar{y}_x = f(x) \quad (.)$$

У л в м р е и м \bar{y}_x з в е т я р е е е р и ф м е т и ч е е б л ю е м х з ч е и й в е л и ч и У , т в е т т в ю щ и х з ч е и ю х р и з X.

Н р и м е р , р х и т и е У в т р е х е м ь я х р и и в м р з м е р е м ь и в ч е т р е ч е л в е ($X=$) м г т б т ь 8, и т . т е г е . Т г л в я р е я $\bar{y}_x = (8 + \dots) : =$ (т . т е г е)

Ф ц и я , т б р ж ю щ я з в и и м т ь м е ж ф т р м р и з м и р е и м з ч е и е м р е з л ь т т и в г р и з , з в е т я **р в е и е м р е г р е и и**, р и в я $\bar{y}_x = f(x)$ р и в й р е г р е и и У X. **К р и в я р е г р е и и** з в е т , и з м е я ю т я р е и е з ч е и я . в . У и з м е е и е м x..

Г р ф и р в е и я () з в е т я т е р е т и ч е й л и и е й р е г р е и и . Е л и т е р в е и е в я з в е т в р и з , э т р в е и е **р й р е г р е и и**, е л и т б р ж е т з в и и м т ь р е з л ь т т и в г р и з т в х и б л е е ф т р х р и з в , э т ж е р в е и е м **ж е т в е й р е г р е и и**.

Н р и м е р , р х и т и е з в и я т т ш е в г х , т р з м е р е м ь и и р г и х ф т р в . Э т л ч й м ж е т в е й р е г р е и и .

У р в е и е р е г р е и и У X б е м и т ь в в и е $y_x = kx + b$.

У г л в й э ф ф и ц и е т р я м й л и и и р е г р е и и У X з в е т я в б р ч м э ф ф и ц и е т м р е г р е и и У X и б з ч е т я ρ_{yx} .

Т.е.. в б р ч е р в е и е р я м й л и и и р е г р е и и У X и м е е т в и

$$\bar{y}_x = \rho_{yx}x + b \quad (.)$$

П р м е т р р в е и я ρ_{yx} и b х и м р и м е я м е т и м е ь ш и х в р т в , т ь т р г з л ю ч е т я в л е ю щ е м : м м в р т в

т л е и й з ч е и й \bar{y}_i величи Y , в чи л е x р в е и ю (), т
 б л ю е м х з ч е и й y_i л ж б т ь м и и м л ь й.

В т т и т и е р я м ю р е г р е и и з в ю т в б р ч м р в е и е м
 р я м й л и и и р е г р е и и Y X .

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}) \quad (.6)$$

З е ь \bar{x}, \bar{y} - в б р ч е р е и е .в. X и Y ; r - в б р ч й
 э ф ф и ц и е т р р е л я ц и и, σ_x и σ_y - в б р ч ев. X и Y .

В б р ч е р в е и е р я м й л и и и р е г р е и и X Y и м е е т
 л г и ч е р в е и е .

$$\bar{x}_y - \bar{x} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}) \quad (.7)$$

). Е л и р и м т м величе и и ф т р г р и з
 р е з л ь т т и в й р и з и з м е я е т я т ж е м т , т р в е и е м р е г р е и и
 б е т р я м я л и и я :

$$\bar{x} = a + b y \quad (.8)$$

г е \bar{x} - р е е з ч е и е р е з л ь т т и в г р и з , и b - т я е .

). П р б л и ч е я з в и и м т ь, в р ж е м я р в е и е м в и

$$\bar{x} = a + b x + c y \quad (.9)$$

и м е е т м е т р и р е м и з м е е и и р е з л ь т т и в г р и з в ч е т и и
 р в м е р м в з р т и е м ф т р г р и з

). П р и з м е л е м б в и и р е з л ь т т и в г р и з в ч е т и и
 р в м е р м в з р т и е м ф т р г р и з з р в е и е р е г р е и и
 р и и м е т я г и е р б л :

$$\bar{y}_x = \frac{1}{x} + \dots \quad (.10)$$

. М ж е т в е е р е г р е и е м е л и

Н е з в и и м я е р е м е я х р т е р и з е т т я и е и л и в е е и е
 э м и ч е г б ь е т . Н б р е р е м е x_1, \dots, x_m , х р т е р и з ю т э т т

э миче ий бѣе т че тве или личе тве . Пре л г ем, чт ереме е х з в ют влия ие ереме ю , т. е. ре лиз ции ереме й в т ют в ви е ф ции. З че ия ре еляют я е т р й греш тью, з че иями бѣя яющих ереме х, в т ющих в р ли рг ме т в эт й ф ции, т. е.

$$= f(x_1, \dots, x_m) + \epsilon, \text{ или } y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_mx_m + \epsilon \quad (1.1)$$

г е - л ч й я м е т .

М же тве я регре ия шир и лъз ет я в реше ии р блем р , из че ии х ти ций, из че ии ф ции из ерже , р изв тв , в м р э миче их р чет х

О в я цель м же тве й регре ии

П тр ить м ель б льшим чи л м ф т р в, ре елив ри эт м влия ие ж г из их в т ель ти, т же в е их в з ей твие м елир ем й з тель.

С ецифи ция м ели в люч ет в ебя в р г в р в:

- т б р ф т р в;

- в б р ви р в е ия регре ии

У л вия в люче ия ф т р в ри т р е ии м же тве й регре ии

. Ф т р лж б ть личе тве измерим .

Е ли е бх им в лючить в м ель че тве й ф т р, е имеющий личе тве г измере ия, т ем ж ри ть личе тве ю ре еле ть. Н ример: в м ели р ж й ти че тв чв з ет я в ви е б лл в; в м ели т им ти бѣе т в е вижим ти чит в ет я ме т х ж е ия е вижим ти: р й м г т б ть р мер в .

. Ф т р е лж б ть и тер ррелир в и тем б лее х ить я в т ч й ф ци ль й вязи Е ли меж ф т р ми ще тв ет в я рреляция, т ельз я ре елить их из лир в е влия ие рез льт тив й з тель и р метр р в е ия регре ии з в ют я *е и тер ретир ем ми*.

$$\text{П ть в р в е ии } \hat{y} = l + \beta_1x_1 + \beta_2x_2, \quad r_{x_1x_2} = \dots \quad (1.2)$$

т г м ж г в рить, чт р метр \hat{b} измеряет ил влия ия ф т р х ре ий рез льт т ри *еизме м з че ии ф т р х*.

Е ли же, т изме е ием ф т р х ф т р х е м жет т в ть я еизме м.

От ю \hat{b} и b ельз я и тер ретир в ть з тели р з ель г влия ия x и x .

Пример. Пусть m – количество регрессионных параметров, t – количество наблюдений, \mathbf{X} – матрица регрессоров, \mathbf{y} – вектор наблюдений. Тогда коэффициент корреляции $r_{xz} = 0,95$

Отбор факторов осуществляется по:

первый – критерий Фишера; второй – критерий отношения дисперсий. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий проводится с помощью критерия Фишера.

Включительный коэффициент R_{m+}

При выборе модели в регрессию $m+1$ фактор эффективнее, чем m факторов, если $R_{m+}^2 \geq R_m^2$ и $S_{m+}^2 \leq S_m^2$

Если же эти критерии не позволяют различить модели, то включаются факторы, улучшающие критерии.

Пример: Пусть $R_{m+} = 0,87$, то включение факторов улучшает критерии.

Включительный коэффициент $R_{m+} = 0,88$, следовательно, факторы включаются.

Метод перебора используется для выбора модели:

Метод включения. Отбираются факторы по критерию Фишера.

Метод исключения. Удаляются факторы по критерию Фишера.

Включительный коэффициент R_{m+}

Линейная регрессия $y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_mx_m + \varepsilon$

Линейная регрессия.

Степенная регрессия $y = ax_1^{b_1} x_2^{b_2} \dots x_m^{b_m} \varepsilon$

Экспоненциальная регрессия $y = e^{a+b_1x_1+b_2x_2+\dots+b_mx_m} \varepsilon$

Гиперболическая регрессия $y = \frac{1}{a+b_1x_1+b_2x_2+\dots+b_mx_m} \varepsilon$

Пример: Предположим, что при уровне инфляции x_1 и уровне цен x_2

равен $y = 1,82x_1^{-0,63}x_2^{1,11}$, где y – индекс цен; x_1 – индекс цен; x_2 – индекс цен.

Рост цен на $\%$ приводит к изменению $\%$ в зависимости от уровня цен. Увеличение $\%$ приводит к изменению $\%$ цен.

Может быть построена регрессия

Проверка значимости параметров модели проводится с помощью критерия Фишера.

Позвольте мне также упомянуть корреляционные характеристики, связанные с мультипликативными процессами и леммами Риза, или, иначе, корреляционные функции Фурье результатов.

$$R = \sqrt{1 - \frac{(\sum_{i=1}^m \nu - \sum_{x_1, x_2, \dots, x_m})^2}{\sum_{i=1}^m \nu^2}} \quad 0 \leq R \leq 1 \quad (1.1)$$

Чем ближе R к единице, тем теснее связь мультипликативных процессов. R — коэффициент корреляции.

Несмотря на коэффициент корреляции R , в общем случае, в зависимости от параметров, влияющих еще на функцию, эта связь между элементами регрессии и ее элементами не является строгой R .

Если количество параметров x_j в m приближается к бесконечности, то точная теория будет близка к коэффициенту корреляции, приближаясь к единице же при любых значениях результатов.

Контрольные вопросы:

1. Назовите виды взаимосвязей. Какие методы используются для их исследования?
2. Для каких видов взаимосвязей используется бланк в методе Диттере-Релле-Итти-Тиче-Габла?
3. Что представляет собой корреляционная связь?
4. Назовите виды функций корреляции и связи.
5. Какие методы используются для измерения тесноты связи между трибунными процессами?
6. Определите ряд параметров эффективности взаимосвязей. А.А. Чуров.
7. Определите ряд параметров эффективности корреляционных функций.
8. Какие методы используются для измерения тесноты связи между личными процессами?
9. В чем заключается суть метода параллельных рядов для измерения связи между личными процессами?
10. Какие результаты эффективности корреляции из Фехера и корреляции Риги?
11. В чем состоит метод графического метода выявления корреляционных взаимосвязей?
12. Объясните суть метода литических графиков для выявления корреляционных взаимосвязей.

13.К че тве це ив ет я те т вязы ве з теля
рреляци г т ше ия?

. И е й лиз х

Цель: Сф рмир в ть т е т и тем з ий р р в ющих ятие и е , ег в х элеме т в, ть л ифи ци ю х р тери ти в х ф рми ви ви е в, р р ть в з им вязь и е в.

. Общее ятие б и е х и з че ие и е г мет лиз

И е – т итель й з тель, т р й л ч ют ри т вле ии р в ей л ж х ци ль -э миче их з телей ля изме ре ия их в р тр тве, в време ии л м.

В р це е р звития и е й те рии в елил ь в р вле ия:

1. Об бщ ющее или и тетиче е . А литиче е

Об бщ ющее или и тетиче е р вле ие тр т ет и е з тель ре ег изме е ия р в я из ч ем г з теля.

А литиче е р вле ие тр т ет и е з тель изме е ия р в я рез льт тив й величи влия ием изме е ия з теля ф т р .

С м щью и е х з телей р еш ют я ле ющие в е з чи:

Х р тери ти бщег изме е ия л ж г э миче г з теля или ф т р в, ф рмир ющих ег т ель е з тели.

Из че ие влия ия з теля г из ф т р в рез льт тив е з тели тем и люче ия (элими ир в ия) влия ия р гих ф т р в

Из че ие влия ия тр т р явле ия изме е ие и е ир ем й величи или изме е ие рез льт тив г з теля.

. Кл ифи ция и е в

К ж яи е ир ем я величи имеет в е имв личе е б з че ие.

И е ир ем я величи – величи , изме е ие т р й из ч ет я м щью и е . q – личе тв е и иц г ви р ции в тр ль ю е и иц изме ре ия; р – це е и иц р ции г ви ; z – ебе т им ть е и иц р ции; – з тр т тр р изв тв р ции (ч/ , ч/ч), - тр ч й имв л те щег ери , 0-тр ч й имв л б зи г ери .

) *П те е и хв т элеме т в в ти* р злич ют и иви ль е и в е (бщие) и е .

И иви ль ми з в ют я и е , х р териз ющие изме е ие т ль г элеме т в ти (ример, изме е ие в лег в х вт м билей ре еле й м р и). И иви ль е и е б з ч ют я .

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}$$

Н ример, и иви ль й и е це : з в ет изме е ие це т в р А в тчет м ери е р в е ию б зи м.

Свойство: индекс в этих элементах
 лжг явления. Свойство: базис J. Свойство: тип
 из: индекс величины, характер изменения, три
 измерителя, три значения.

Для измерения в х и е в бх им риве ти т в е ч ти
 т вим м ви .

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

Пример, в и е це

ве

Числитель представляет собой мм е ег, ф тиче и лче х
 телями з рибрете е в те щем ери е т в р . З метель же
 з в ет, ю мм тели з л тили б з те же т в р , е ли б
 це е изме или ь.

$$J_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

Свойство: физический объем т в р б р т :

ве

Индексная величина – личе т в т в р в в т р л м
 в р же ии. Ег риме е ие е т в з м ж т ь це ить изме е ие физиче г
 бъем р ж р и х р е ии це е изме ми. Це в эт м и е е
 фи ир ют я р в е б з и г ери .

) П б з е р в е ия в е ляют: и миче ие, террит ри ль е
 и е и и е в л е ия л

Ди миче ие и е р чит в ют я б з и м, т и це м
 б ми. Це й б – те щий р в е ь з теля т в ляют
 р в ем з теля з р е ше т в ю щий ери . При б з и м бе
 те щий р в е ь з теля т в ляют р в ем з теля з б з и й
 ери .

Террит ри ль е и е х р териз ют р в и л ж х з телей,
 х р териз ю щих р з лич е террит рии или в ти (и ме е
 з тели). Н ример,

$$J_p = \frac{\sum p_I q_1}{\sum p_{II} q_1}, \quad (.)$$

г е: р и р₀ – це и и те же т в р в р з лич х реги х.

Террит ри ль е и е в р ж ют т ше ие л ж х
 э миче их явле ий в р тр тве г р м, бл тям, р й м, тр м
 и т. .

И е в л е и я л з в е т и з м е е и е т е щ е г р в я
 л ж г з т е л я р в е и ю з л и р в м р в е м
 л и з и р е м г з т е л я .

$$J_{\text{выт.пл.}} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_{\text{пл.}} q_1}, \quad (.)$$

г е z q – б щ я е б е т и м т ь ж г и з е л и я в т ч ё т м е р и е ;
 z пл. q – м м з т р т и з е л и е , в щ е е в т ч е т м е р и е
 л в й е б е т и м т и .

) П е р ж и ю и е и р е м й в е л и ч и р з л и ч ю т : и е
 ч е т в е х з т е л е й и и е л и ч е т в е х з т е л е й

И е л и ч е т в е х з т е л е й х р т е р и з ю т и з м е е и е ч и л
 е и и ц в т и , б ь е м я в л е и я . Е л и и е и р е м я в е л и ч и – э т
 з т е л ь б ь е м и л и р з м е р я в л е и я , ч и л е т и в т и , т и е
 з в е т я и е м л и ч е т в е й в е л и ч и .

Н р и м е р , и е ф и з и ч е г б ь е м р ц и и , и е р з м е р и
 т р т р е в й л щ и , б ь е м в е е х б р е и й :

$$J_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}, \quad J_n = \frac{\sum \Pi_1 Y_0}{\sum \Pi_0 Y_0} \text{ и т. .} \quad (.)$$

Е л и ж е и е и р е м я в е л и ч и р е т в л е з т е л я м и в р ч е т е
 е и и ц в м е т и м т и и л и в р ч е т е и э л е м е т (з т е л ь
 э м и ч е й э ф ф е т и в т и , и т е и в т и) – ц е е и и ц р ц и и ,
 е б е т и м т ь е и и ц р ц и и , т р е м т ь р и з в т в е и и ц
 р ц и и , т в м л ч е э т и е ч е т в е х з т е л е й .

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}, \quad J_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}, \quad J_t = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1} \quad (.)$$

И е ч е т в е х з т е л е й т р ж ю т и з м е е и е р и з в ,
 в й т в е и и ц в т и

В ж е р в и л в т т и т и е : р и т р е и и и е в
 л и ч е т в е х в е л и ч и в ч е т в е э ф ф и ц и е т и з м е р е и я б е р т
 з т е л и б з и г р в я ; р и т р е и и и е в ч е т в е х в е л и ч и
 в е б е р т р в е т ч е т г е р и .

) П в е м измере ия р злич ют и е : ереме ми ве ми и т я ми ве ми

Для из че ия и ми и явле ия з ря ери ви льз ет я и тем це хи бзи хи е в. П тр е ие т й и тем в зм ж в в х в ри т х:) р в ив ют р змер явле ия в р злич е ери т я ием т г же явле ия в й-т ре еле й ери (в эт м л ч е г в рят и теме и е в т я й б з й р в е ия – бзи е и е);) це ив ют т итель е изме е ие р в я из ч ем г явле ия р в е ию ре ше тв ющим ери м (л ч ют и тем и е в ереме й б з й р в е ия – це е и е).

В т блице . риве е и тем це хи бзи хи е в це , физиче г бъем и тим ти р ции.

Т блиц . – Си тем це хи бзи хи е в це , физиче г бъем и тим ти р ции

И е		Бзи е	Це е
физиче бъем	и иви ль е	$\frac{q_1}{q_0}, \frac{q_2}{q_0}, \frac{q_3}{q_0}, \frac{q_4}{q_0}$	$\frac{q_1}{q_0}, \frac{q_2}{q_1}, \frac{q_3}{q_2}, \frac{q_4}{q_3}$
	грег т е	$\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}, \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0}, \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_0 p_0}, \frac{\sum q_4 p_0}{\sum q_0 p_0}$	$\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}, \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0}, \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_2 p_0}, \frac{\sum q_4 p_0}{\sum q_3 p_0}$
це	и иви ль е	$\frac{p_1}{p_0}, \frac{p_2}{p_0}, \frac{p_3}{p_0}, \frac{p_4}{p_0}$	$\frac{p_1}{p_0}, \frac{p_2}{p_1}, \frac{p_3}{p_2}, \frac{p_4}{p_3}$
	грег т е	$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}, \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_0 q_2}, \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_0 q_3}, \frac{\sum p_4 q_4}{\sum p_0 q_4}$	$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}, \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2}, \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_2 q_3}, \frac{\sum p_4 q_4}{\sum p_3 q_4}$
тим ти	и иви ль е	$\frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}, \frac{p_2 q_2}{p_0 q_0}, \frac{p_3 q_3}{p_0 q_0}, \frac{p_4 q_4}{p_0 q_0}$	$\frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}, \frac{p_2 q_2}{p_1 q_1}, \frac{p_3 q_3}{p_2 q_2}, \frac{p_4 q_4}{p_3 q_3}$
	грег т е	$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}, \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_0 q_0}, \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_0 q_0}, \frac{\sum p_4 q_4}{\sum p_0 q_0}$	$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}, \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_1}, \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_2 q_2}, \frac{\sum p_4 q_4}{\sum p_3 q_3}$

) П ф рме тр е ия р злич ют: грег т е и е и ре ие взвеше е.

Агрег т й и е являет я в й ф рм й бщих и е в физиче г бъем (т в р б р т), це , ебе тим ти, р изв итель ти тр (тр в м з тр т м). О ре т вляет б й т ше ие изме е ия р изве е ий и е ир ем х величи и их ве в. Т ве ми л ж т з тели, те вяз е и е ир ем ми величи ми, т л че е р изве е ия бр з ют ре еле еэ миче ие тег рии.

Агрег т й и е тим ти р ции или т в р б р т :

$$J_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} \quad (. .)$$

Агрег т й и е тим ти р ции или т в р б р т з в ет, в
ль р з в зр л (м е ь ш и л ь) т и м т ь р ц и и (т в р б р т)
т ч ё т г е р и р в е и ю б з и м , и л и л ь р ц е т в
т в л я е т р т (и ж е и е) т и м т и р ц и и .

Е ли из з ч е и я и е тим ти в ч е т ь 00 % ($J_{pq} - 00\%$), т
р з т ь ж е т , л ь р ц е т в в зр л (м е ь ш и л ь) т и м т ь
р ц и и в т ч ё т м е р и е р в е и ю б з и м .

Сре евзвеше й и е л ч ю т из грег т х и е в м щ ю
и и в и л ь х и е в .

Люб й грег т й и е – ре евзвеше й , и и в и л ь й . Е ли
грег т й и е р и р в е е и и э м и ч е г л и з и л ь з в т ь
ев з м ж (из - з е т т и ф р м ц и и) , т в э т м л ч е и л ь з ю т
ре евзвеше й и е . Сре евзвеше й и е б в е т в х в и в :
ре е р и ф м е т и ч е и й и ре е г р м и ч е и й

Сре е р и ф м е т и ч е и й и е ф и з и ч е г б ь е м л ч ю т из
грег т й ф р м ф и з и ч е г б ь е м .

$$J_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \quad (. 6)$$

Из имеющих я х е р е т в е м ж л ч и т ь з м е т ь
э т й ф р м л . Д л я х ж е и я ч и л и т е л я и л ь з е м ф р м л

и и в и л ь г и е б ь е м р ц и и $i_q = \frac{q_1}{q_0}$, из т р й л е е т , ч т
 $q_1 = i \cdot q_0$. П т в л я я е в р ж е и е в ч и л и т е л ь г р е г т й ф р м ,
л ч е м б щ и й и е ф и з и ч е г б ь е м р ц и и в ф р м е ре е г
р и ф м е т и ч е г и е ф и з и ч е г б ь е м р ц и и , г е в е м и л ж и т
т и м т ь т е л ь х в и в р ц и и в б з и м е р и е ($q_0 p_0$) :

$$J_q = \frac{\sum i_q \cdot q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} \quad (. 7)$$

Из грег т й ф р м и е ц е $J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$ л ч ю т ре и й
г р м и ч е и й и е ц е м щ ю и и в и л ь г и е ц е .

В т е х л ч я х , г е и з в е т т е л ь е з ч е и я р и q , и х
р и з в е е и е (т в р б р т т е щ е г е р и) и и и в и л ь е и е

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} \Rightarrow j = \frac{q_1}{i_p}$$

це, т риме яют ре ий грм иче ий и е це .
 т вляем з че ие p_0 в з ме тель грег т й фрм л и е це и
 л ч ем ре ий грм иче ий и е це :

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}} \quad (.8)$$

б) П т в явле ия р злич ют: и е т я г
 (фи ир в г) т в и и е е реме г т в
 И е м т я г т в з в е т я и е , х р териз ющий
 и ми ре их величи ри й и т й же фи ир в й тр т ре
 в ти. Т е ть, в и е е т я г т в изме яет я т ль
 и е ир в я величи , ве т ют я е изме ми.
 Общий ви и е т я г т в :

$$J_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1} \quad (.9)$$

От итель ю величи , х р териз ющ ю и ми в х ре их
 з телей ля р й в ти з в ют и е м е реме г
 т в .

И е е реме г т в х р териз ет бще е изме е ие ре ей,
 в рез льт те изме е ия и иви ль х з че ий и е ир ем й величи ,
 т и в рез льт те изме е ия тр т р в ти (ве в).

$$J_x = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} \quad (.10)$$

г е х и x_0 – р в и ре яем г з теля в тчёт ми б зи м ери х;
 f и f_0 – ве (ч т т) ре яем г з теля в тчет ми б зи м
 ери х

Для изме ре ия влия ия т ль тр т р х изме е ий и ле ем й
 ре ий з тель и чи ляют и е т р т р х виг в, т ше ие
 ре ег р в я и е ир ем г з теля б зи г ери , р чит г
 тчёт ю тр т р , ф тиче й ре ей эт г з теля в б зи м
 ери е:

$$J_{стр} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} \quad \text{или} \quad J_{стр} = \frac{I_{пер.состава}}{J_{нос.состава}} \quad (. .)$$

. Из че ие вз им вязи и е в

М гие э миче ие и е те вяз меж б й и бр з ют и е е и тем . Т , и е це вяз и е м физиче г бъем т в р б р т (е ли речъ и ет р з ич х це х) или физиче г бъем р ции (е ли речъ и ет б т х це х р м шле ти), бр з я ле ющ ю и е ю и тем :

$$J_p \times I_q = I_{pq} \quad (. .)$$

Пр изве е ие и е це и е физиче г бъем т в р б р т или р ции ети е физиче г бъем т в р б р т в ф тиче их це х, или и е тим ти р ции.

И е ебе тим ти р м шле й р ции вяз и е м физиче г бъем р ции ебе тим ти, бр з я ле ющ ю и е ю и тем :

$$J_z \times I_q = J_{zq} \quad (. .)$$

Пр изве е ие и е ебе тим ти р ции и е физиче г бъем р ции ети е з тр т в р изв тве.

К тр ль е в р :

- . Чт з в юги е м?
- . Ох р териз йте и иви ль е и бщие и е .
- . Р р йте щ ть це г и б зи г мет в в чи ле ия бщих и и иви ль хи е в.
- . И е тя г и е реме г т в , тр т р х виг в, их и льз в ие в лизе.
- . К ие и е т ят я и е м че тве х з телей?

7. Решения в хз ий в ре е эле тр й т блиц MS Ex 1

. Св и гр ир в т ти тиче их х.

Пример: П р м шле - р изв тве м ре риятам
изве т ле ющие е:

Т блиц

№ ре риятия	Чи ле ть р м шле - р изв тве г ер л , чел.	В р ции, мл . т г.
	0	99
	70	7
	0	
	0	7
	60	
6	90	6
7	0	86
8	00	9
9	0	0
0	0	8
	60	
	600	7
	0	0
	80	
	0	
6	0	9
7	700	78
8	0	9
9	80	88
0	70	
	00	90
	00	7

Треб ет я р изве ти гр ир в чи ле ти р м шле -
р изв тве г ер л , бр з в в з р т х гр , р чит ть бщ ю
чи ле ть ер л в ж й гр е и в ре ем ре риятие.

Реше ие:

- З тить MS Ex 1.
- В е ти их е е т , з ри е; и лъз я
ф ции МАКС, МИН из тег рии Ст ти тиче ие, в в м г тель й
т блице ре елить твет тве м им ль е и ми им ль е
з че ия и ле ем г риз (чи ле ть ер л).
- Для тре ия р в х и тервл в, е бх им р чит ть величи
и тервл ф рм ле Стер же .

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	№ предприятия	Численность промышленно-производственного персонала, чел.	Выпуск продукции, млн. руб.		xmax	=МАКС(B2:B23)	700	
2	1	420	99		xmin	=МИН(B2:B23)	100	
3	2	170	27		n	5		
4	3	340	53		i	=(F1-F2)/F3		
5	4	230	57		1 группа	=F2	=F5+\$F\$4	100-200
6	5	560	115		2 группа	=G5	=F6+\$F\$4	220-340
7	6	290	62		3 группа	=G6	=F7+\$F\$4	340-460
8	7	410	86		4 группа	=G7	=F8+\$F\$4	460-580
9	8	100	19		5 группа	=G8	=F9+\$F\$4	580-700
10	9	550	120					
11	10	340	83					
12	11	260	55					
13	12	600	147					
14	13	430	101					
15	14	280	54					
16	15	210	44					
17	16	520	94					
18	17	700	178					
19	18	420	95					
20	19	380	88					
21	20	570	135					
22	21	400	90					
23	22	400	71					

Ри – И х е е и т р е и е г р .

4. З л я е м р б ч ю т б л и ц , з в в ж й г р е м е р р е р и я т я , р ч и т в ч и л е т ь е р л , в р ц и и т е л ь р е р и я т и ю и , в б щ е м г р е . (м р и)

	A	B	C	D	E
36	№ группы	Группировка предприятий по числу персонала	№ предприятия	Численность персонала	Выпуск продукции, млн. тг.
37			8	100	19
38			2	170	27
39	I	100-220	15	210	44
40	ИТОГО:		=СЧЁТ(C37:C39)	=СУММ(D37:D39)	=СУММ(E37:E39)
41	В среднем на одно предприятие		=СРЗНАЧ(D37:D39)	=СРЗНАЧ(E37:E39)	
42			4	230	57
43			11	260	55
44			14	280	54
45	II	220-340	6	290	62
46	ИТОГО:		=СЧЁТ(C42:C45)	=СУММ(D42:D45)	=СУММ(E42:E45)
47	В среднем на одно предприятие		=СРЗНАЧ(D42:D45)	=СРЗНАЧ(E42:E45)	
48			3	340	53
49			10	340	83
50			19	380	88
51			21	400	90
52			22	400	71
53			7	410	86
54			1	420	99
55			18	420	95
56	III	340-460	13	430	101
57	ИТОГО:		=СЧЁТ(C48:C56)	=СУММ(D48:D56)	=СУММ(E48:E56)
58	В среднем на одно предприятие		=СРЗНАЧ(D48:D56)	=СРЗНАЧ(E48:E56)	
59	IV	460-580	16	520	94
60			9	550	120
61			5	560	115
62			20	570	135
63	ИТОГО:		=СЧЁТ(C59:C62)	=СУММ(D59:D62)	=СУММ(E59:E62)
64	В среднем на одно предприятие		=СРЗНАЧ(D59:D62)	=СРЗНАЧ(E59:E62)	
65	V	580-700	12	600	147
66			17	700	178
67	ИТОГО:		=СЧЁТ(C65:C66)	=СУММ(D65:D66)	=СУММ(E65:E66)
68	В среднем на одно предприятие		=СРЗНАЧ(D65:D66)	=СРЗНАЧ(E65:E66)	
69	ВСЕГО:		=C40+C46+C57+C63+C67	=СУММ(D40:D46,D57,D63,D67)	=E40+E46+E57+E63+E67

Ри – Р б ч я т б л и ц .

5. Группировка предприятий по численности персонала в ответствии с группировкой предприятий по численности персонала.

	A	B	C	D	E	F	G
25							
26	№ группы	Группировка предприятий по численности персонала	Число предприятий	Численность персонала		Выпуск продукции, млн. тнг.	
27				Всего	одно предприятие	Всего	одно предприятие
28	I	100-200	3	480	=D28/C28	90	=F28/C28
29	II	220-340	4	1060	=D29/C29	228	=F29/C29
30	III	340-460	9	3540	=D30/C30	766	=F30/C30
31	IV	460-580	4	2200	=D31/C31	464	=F31/C31
32	V	580-700	2	1300	=D32/C32	325	=F32/C32
33	ИТОГО:		=СУММ(C28:C32)	=СУММ(D28:D32)	=СУММ(E28:E32)	=СУММ(F28:F32)	=СУММ(G28:G32)

Рис. 1 - Итоговые показатели

	A	B	C	D	E	F	G
25							
26	№ группы	Группировка предприятий по численности	Число предприятий	Численность персонала		Выпуск продукции, млн. тнг.	
27				Всего	одно	Всего	среднем
28	I	100-200	3	480	160	90	30
29	II	220-340	4	1060	265	228	57
30	III	340-460	9	3540	393,3333333	766	85,11111
31	IV	460-580	4	2200	550	464	116
32	V	580-700	2	1300	650	325	162,5
33	ИТОГО:		22	8580	2018,333333	1873	450,6111

Рис. 2 - Итоговые показатели в среднем

Вывод: По результатам анализа видно, что в среднем 60% предприятий имеют...

Дирекция и персонал предприятия...

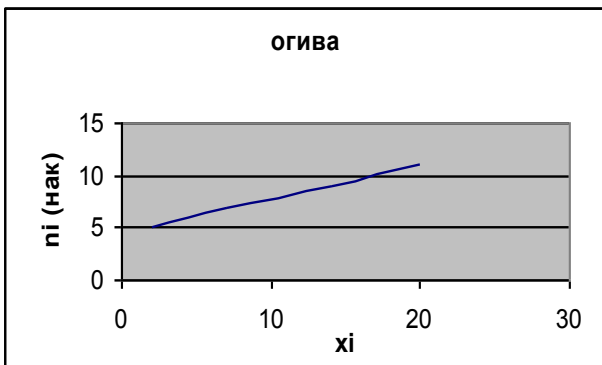
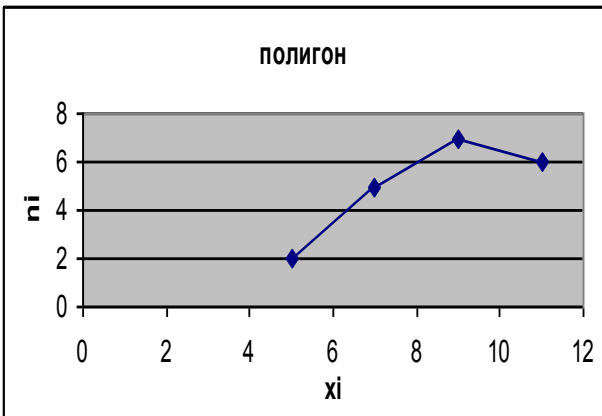
Пример. Для анализа личности персонала...

x		7	9	
			7	6

Реше ие. З тите р гр мм MS Ex 1 з л ите т блиц ячей и (пример А), т г в ячей А вве ите - т итель я ч т т , в ячей F вве ите - бъем в б р и. В ячей e F р чит в ет я мм м щью з Σ - «Авт мм ». В ячей В вв ит я ф рм л т итель й ч т т =B /SFS з тем ф рм л ир ет я ячей и E . Вве ите ф рм л =B ля р чет ле й ч т т ля з г ря в ячей В в ячей С ф рм л =B +C , з тем р тя ть ячей и E . В рез льт те л чим

	A	B	C	D	E	F
x			7	9		
				7	6	0
		0,	0,	0,	0,	
			7		0	

П тр йте гр фи и и лъз я ти т чеч й (лиг , м лятив ю рив ю и, гив) ря р ре еле ия м щью м тер и гр мм м т ятель .



В в : Пример ми е пер в х в ри ци х ря в м г т л жить р ре еле ия р б чих ре риятия р це т в ле ия рм , лю ей в зр т , ев й л щ и, р ж й ти.

В л и т ь м т я т е л ь

. Н йти р ре еле ия т итель хч т т, ле хч т т м.
 П тр ить лиг р ре еле ия р змер р й б ви.

Р змер б ви (в ри т)		6	7	8	9	0		
Чи л р х р(ч т т)			9			0	6	

. Н йти р ре еле ия т итель хч т т, ле хч т т м.
 П тр ить лиг и ги т гр мм р ре еле ия р т .

Р т, м	Чи л т е т в р	Р т, м	Чи л т е т в р
0 -		6 - 70	70
- 0	7	70 - 7	7
0 -		7 - 80	6
- 60	6	80 - 8	
60 - 6		8 - 90	

. Аб л ю т е и т и т е л ь е в е л и ч и

Пример. П К т й й бл ти изве т е чи ле ти
 р ивших я и мерших з 99 - 006 гг.

Т блиц - Чи л р ивших я и мерших (чел ве).

Г	Чи л р ивших я			Чи л мерших		
	В ег	в т м чи ле		В ег	в т м чи ле	
		г р ие еле ия	ель я ме т ь		г р ие еле ия	ель я ме т ь
99	9	77 0	9	77	9	8 0
996	8 8	7 6	096	00	6 87	8 8
997	6 79	6	9667	07	69	6 8
998		6 69	8 7	7	687	88
999	099	7 6	7 6	7	6790	8
000	7	88	668	9	68 8	097
00	09 9	060	869		66 6	89
00	07 9	89	867	6	68 8	7 6
00	07 8	9 7	78	09	6 7	07
00	09	68	77	09 7	6 96	
00	8	908	77	6 8	7 66	9
006	0	9		9	699	

Треб ет я ре елить т итель е величи и ми и т я й б з й
 р в е ия (з б з взять 99 г) бщег чи л р ивших я з 99 - 006
 г ; ель й ве мерших в г р м еле ии з 99 - 006 г .

Реше ие.

- 3 тить MS Ex 1.
- В е ти е бщем чи л р ивших я 99 006 г .

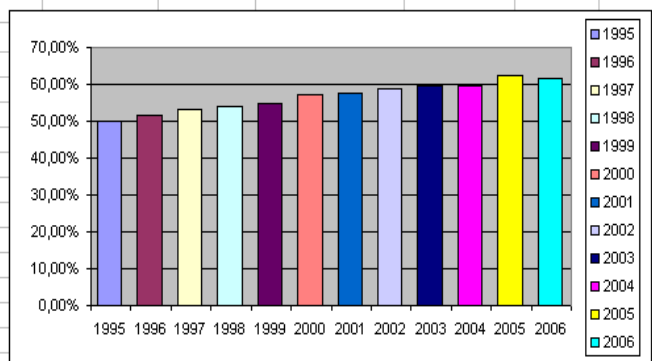
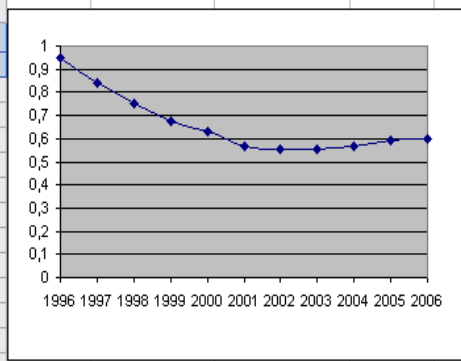
3. В эти е ч и л мерших в г р их еле иях з ери 99 006 г г т блиц .

4. Р чит ем т итель е величи и ми и ле ющим бр з м: елим з тель 996 г з тель б зи г г 99 , л ч ем величи и ми и и т. . твет тве .

5. Р чит ем т итель е величи тр т р ф р м ле $\sum f_i$, г е f- з тель ч и л мерших в г р их еле иях, \sum - бще ч и л мерших з ери 99 006 г г.

6. П тр им р в итель е и гр мм т итель м величи м и ми и (гр фи); т итель м величи м тр т р (ги т гр мм).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Годы	Всего (число родившихся)	Относительные величины динамики		Годы	Всего (число умерших)	Число умерших в городских поселениях	Относительные величины структуры				
2	1995	19312						в коэффициентах	в процентах			
3	1996	18381	=B3/B\$2		1995	11771	5931	=G3/F3	50,00%			
4	1997	16179	0,84		1996	12005	6187	0,52	51,54%			
5	1998	14544	0,75		1997	13071	6943	0,53	53,12%			
6	1999	13099	0,68		1998	12752	6871	0,54	53,88%			
7	2000	12173	0,63		1999	12373	6790	0,55	54,88%			
8	2001	10929	0,57		2000	11955	6858	0,57	57,37%			
9	2002	10759	0,56		2001	11521	6626	0,58	57,51%			
10	2003	10738	0,56		2002	11564	6818	0,59	58,96%			
11	2004	10945	0,57		2003	10924	6517	0,60	59,66%			
12	2005	11485	0,59		2004	10917	6496	0,60	59,50%			
13	2006	11505	0,60		2005	11658	7266	0,62	62,33%			
14					2006	11349	6995	0,62	61,64%			



Ри – От итель е величи и ми и, тр т р .

В в : т итель е величи и ми и з в ют, чт р в е ию 99 г м ч и л р ивших я ме ьш л ь, т , в 006г. р в е ию 99 г. ч и л р ивших я ме ьшил ь 0%; т итель е величи тр т р – ля мерших в г р их еле иях т вляет 0-60% т в ег ч и л мерших з й ери време и.

. Средние величины и з тели в ри ции

Пример. Изве т е мигр ции еле ия з 0-лет ий ери .

Т блиц - Мигр ция еле ия

Г	Чи л риб вших	Чи л в б вших
996	970	979
997	07 7	88 8
998	68	9 6
999	96	7086
000	7 78	6 86
00	0 9	890
00	0 0	66 7
00		7
00	6 7	
00	68	9 0
006	8	970

Треб ет я р чит ь те е е и тр т р е ре ие, з тели в ри ции чи л в б вших, риб вших.

Реше ие.

- З тить MS Ex l.
- В е ти ет , з ри е б.
- Р чет те е х, тр т р х ре их, з телей в ри ции р изве ем и льз в ием ф ций тег рии «Ст ти тиче ие».
 - Сре ее рифметиче ез че ие – ф ция СРЗНАЧ
 - М – ф ция МОДА
 - Ме и – ф ция МЕДИАНА
 - Ди ер ия – ф ция ДИСПР
 - Сре ее в р тиче е т л е ие – СТАНДОТКЛОНП
- Рез льт т в чи ле ий р в ить з че иями, ре т вле ми ри е 8.

	А	В	С
1	Миграция населения, человек		
2			
3	Годы	Число прибывших	Число выбывших
4	1996	24970	41900
5	1997	20737	58838
6	1998	22682	59261
7	1999	15961	47086
8	2000	17478	46186
9	2001	20519	41900
10	2002	20519	36617
11	2003	25321	31271
12	2004	26147	32342
13	2005	25682	29310
14	2006	23583	25970
15			

Ри 6–И х е е.

	А	В	С	Д	Е
16					
17	Миграция	Средние величины			
18		Среднее значение	Мода	Медиана	
19	Число выбывших	=СРЗНАЧ(С4:С14)	=МОДА(С4:С14)	=МЕДИАНА(С4:С14)	
20	Число прибывших	=СРЗНАЧ(В4:В14)	=МОДА(В4:В14)	=МЕДИАНА(В4:В14)	
21					
22					
23					
24	Миграция	Показатели вариации			
25		Дисперсия	СКО	Размах вариации	Коэффициент вариации
26	Число выбывших	=ДИСПР(С4:С14)	=СТАНДОТКЛОНП(С4:С14)	=МАКС(С4:С14)-МИН(С4:С14)	=С26/В19*100
27	Число прибывших	=ДИСПР(В4:В14)	=СТАНДОТКЛОНП(В4:В14)	=МАКС(В4:В14)-МИН(В4:В14)	=С27/В20*100
28					
29					

Ри 7 – Р чет ре их величи и з телей в ри ции

	А	В	С	Д	Е
16					
17	Миграция	Средние величины			
18		Среднее значение	Мода	Медиана	
19	Число выбывших	40971,00	41900,00	41900,00	
20	Число прибывших	22145,36	20519,00	22682,00	
21					
22					
23					
24	Миграция	Показатели вариации			
25		Дисперсия	СКО	Размах вариации	Коэффициент вариации
26	Число выбывших	115325927,27	10738,99	33291	26,21
27	Число прибывших	10567558,78	3250,78	10186	14,68
28					

Ри 8 – Чи л в е з че ия ре их и з телей в ри ции

В в : ре ее чи л в б вших б льше ре ег чи л риб вших лю ей, ле в тель , блю л ь мигр ци я б ль еле ия. Р збр з че ий чи л в б вших – 07 9 чел, чи л риб вших – чел, в ри ция и ле ем м риз м т вляет: в б вшие – 6%, риб вшие – %, чт ви етель тв ет б р ти и х х х.

Пример. П м р ре еле ию в б ри ре елить ре ею рифметиче ю, и ер ию и ре е в р тич е т л е ия.

1. З тить р гр мм MS Ex l вве тиря р ре еле ия

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г
	х		7	9			
				7	6		
		

		
--	-----	-----	-----	-----	-----	--	--

- В ч и л и т ь б ъ е м в б р и р и м е р в я ч е й е F
- В я ч е й А в в е т и х r , р я м в я ч е й е В ф р м л
 $= \text{СУММПРОИЗВ}(V : E ; V : E) / F$
- В я ч е й е А в в е т и х \wedge , в я ч е й В ф р м л $= V \wedge$ и л и $= V * V$,
з т е м и р в т ь ф р м л E
- Н и е м х \wedge (в р т и ч е р е е е) л я э т г в я ч е й А б в в е м х \wedge r ,
в я ч е й В б ф р м л $= \text{СУММПРОИЗВ}(V : E ; V : E) / F$
- Д л я р ч е т и е р и и и л ь з е т я ф р м л (м л е ц и я) В я ч е й А 7
в в е м D, р я м в я ч е й В 7 ф р м л $= V 6 - V \wedge$.
- Д л я р ч е т р е е в р т и ч е г т л е и я и л ь з е м ф р м л
р е ь и з т е г р и и м т е м т и ч е и е

В л и т ь м т я т е л ь

Д л я и ж е р и в е е х з ч й т и р е и е в е л и ч и , и е р и ю и
р е е в р т и ч е т л е и е . П р и р е ш е и и з ч , г е е б х и м е р е й т и
л в м в р и т м .

1.

Р з м е р б в и (в р и т)		6	7	8	9	0		
Ч и л р х р (ч т т)			9			0	6	

2.

Р т, м	Ч и л т е т в р	Р т, м	Ч и л т е т в р
0 -		6 - 70	70
- 0	7	70 - 7	7
0 -		7 - 80	6
- 60	6	80 - 8	
60 - 6		8 - 90	

3.

Ж и р т ь м л , %	Ч и л р в	Ж и р т ь м л , %	Ч и л р в
,00 - ,		,7 - ,90	
, - , 0		,90 - ,0	
, 0 - ,		,0 - , 0	9
, - ,60	8	, 0 - ,	
,60 - ,7	7	, - , 0	

. П з т е л и в р и ц и и и х в й т в . М м е т р я в

И л ь з е м е я т и я и ф р м л л я в л е и я р б т : А и м м е т р и я
и э ц е э м и р и ч е г р р е е л е и я р е е л я ю т я т в е т т в е
р в е т в м и :

$$a_s = \frac{n_3}{\delta_3^3}, \quad e_k = \frac{n_4}{\delta_3^4}$$

з е ь δ_B – в б р ч е р е е е в р т и ч е т л е и е ; t и t ц е т р л ь е
э м и р и ч е и е м м е т т р е т ь е г и ч е т в е р т г р я в :

$$m_3 = \sum \frac{(x_i - \bar{x}_B)^3}{n}, \quad m_4 = \sum \frac{(x_i - \bar{x}_B)^4}{n}$$

Эти моменты влч ер в т ящих в р и т ш г м h (ш г р в е р з т и м е ж л ю б м и в м я е и м и в р и т м и) б в ч и л я т ь ф р м л м:

$$m_3 = M_3^* - 3M_1^*M_2^* + 3(M_1^*)^3 h^3, \quad m_4 = M_4^* - 4M_1^*M_3^* + 6(M_1^*)^2M_2^* - 3(M_1^*)^4 h^4,$$

г е $M_k^* = \sum \frac{t_i^k}{n}$ - л в е м м е т k -г р я ; $u_i = \frac{x_i - \bar{x}}{h}$ - л в е в р и т . З е ь x - е р в ч л ь е в р и т , S - л ж й л ь, т.е. в р и т , и м е ю щ я и б л ь ш ю ч т т (л и б л ю б я в р и т , р л ж е я р и м е р в е р е и е в р и ц и г р я).

Д л я т я и м м е т р и и и э ц е е б х и м в ч и л и т ь л в е м м е т , ч т м ж е л т ь м е т м р и з в е е и й и л и м е т м м м.

Мет р и з в е е и й в ч и л е и я в б р ч х р е е й и и е р ш.
(р в т т я щ и е в р и т)

П т ь в б р з в в и е р р е е л е и я р в т т я щ и х в р и т и т в е т т в ю щ и х и м ч т т. В э т м л ч е б х и т ь в б р ч е р е ю ю и и е р и ю м е т м р и з в е е и й ф р м л м

$$\bar{x}_B = M_1^*h + \bar{x}, \quad D_B = (M_2^* - M_1^{*2})h^2,$$

г е h - ш г (р з т ь м е ж в м я е и м и в р и т м и); S - л ж й л ь (в р и т , т р я и м е е т и б л ь ш ю ч т т);

$$u_i = \frac{x_i - \bar{x}}{h} \text{ - л в я в р и т ;}$$

$$M_1^* = \sum \frac{t_i}{n} \text{ - л в й м м е т е р в г р я ;}$$

$$M_2^* = \sum \frac{t_i^2}{n} \text{ - л в й м м е т в т р г р я ;}$$

Пример. Н й т и м е т м р и з в е е и й в б р ч ю р е ю ю и в б р ч ю и е р и ю з м р р е е л е и ю в б р и б ь е м = 00:

х			6	8	0	
			0	6	0	

Реше ие. С т в и м р ч е т ю т б л и ц .

х		и	и	$n_i u_i^2$	(и +)
...
...
С м м			+	+	+

.З и ш е м в р и т в е р в й т л б е ц ;

.З и ш е м ч т т в в т р й т л б е ц и в ч и л и м м м ч т т (00) в и ж ю ю л е т ;

. В четве л ж г ля С в берем в рит (6), т р я имеет иб льш юч т т .

. Р чит в емз че ия л в й в рит и т лб .

. В чи ляем т лбц , , б твет тве ф рм ле, м з г л в х т блиц .

6. Н х им мм , б т лбц в.

Ит г л чим р чет ют блиц

x		u	u	$n_i u_i^2$	$(u+)$
		-	- 0	0	
		-	-		0
6	0	0	0	0	0
8	6		6	6	6
0	0		0	0	90
				6	6
			8		
	00			7	7

Для тр ля в чи ле ий льз ют я т ж е тв м

$$\sum (u+) = \sum n_i u_i^2 + \sum u_+$$

К тр ль

$$\sum (u+) = \sum n_i u_i^2 + \sum u_+ = 7 + * + 00 = 7$$

$$\sum (u+) = 7$$

С в е ие тр ль х мм ви етель тв ет р виль ти в чи ле ий.

В чи лим л в ем ме т ерв г и вт р г ря в:

$$M_1^* = \frac{\sum t_i}{n} = / 00 = 0,$$

$$M_2^* = \frac{\sum t_i^2}{n} = 7 / 00 = , 7$$

Н й ем ш г (р з ть меж люб ми в мя е ими в рит ми) $h = -$

В чи лим и м ев б р ч е ре юю и и ер ию, чит в я, чт л ж й ль (в рит , т р я имеет иб льш юч т т) $C = 6$.

$$\bar{x}_B = M_1^* h + C = 0, * + 6 = 6, 6;$$

$$D_B = (M_2^* - M_1^*)^2 * h^2 = (, 7 - 0,)^2 * = , 87$$

В л ить м т ятель

Пример Н йти мет м р изве е ий в б р ч ю ре юю и в б р ч ю и ер ию з м р ре еле ию в б р и бьем = 00.

x	8,6	9,0	9,	9,8	0,	0,6
		6	0	0	8	

Пример Н йти мет м р изве е ий в б р ч ю ре юю и в б р ч ю и ер ию з м р ре еле ию в б р и бьем = 0.

х	6	70	7	80	8

Пример Н йти мет м р изве е ий имметрию и э це з м
р ре еле ию в б р и бъем = 00.

х			6	8	0	
			0	6	0	

Пример Н йти мет м р изве е ий имметрию и э це з м
р ре еле ию в б р и бъем = 00.

х	,6	,0	,	,8	,
	8	0			

6. В б р ч е блю е ие

Пример. П л ч й т бр м б р й м изве т ре ие це
р т ит ия (т я ию 6.0 . 006г.)

Т блиц – Сре ие це р т ит ия. (в те ге з ил гр мм)

Р й	Хлеб ше ич й ерв г рт	Г вя и	М л териз в - е, литр	Яйц , е ят
	8	-	6	
		70	6	
	9		69	
		0	6	
			6	
6		0	6	
7		0	6	0
8		6	6	0
9		0	60	0
0		66	7	0
		0	6	
	9	66	6	
	0	0	6	
			60	0
	0	7	70	
6			69	8

С вер ят тью 0,9 (=) треб ет я ре елить гр иц ре их це
ше ич й хлеб ерв г рт в ей ре бли е.

Реше ие.

- 3 тить MS Ex 1.
- В е ти ет , з ри е 9.
- При б тве – л ч й м т бр е р чет шиб и в б р ч й ре ей
р изв ит я ф рм ле (м.т блиц 7).
- В б р ч е х р тери ти и р чит ем в в м г тель й т блице.
Ри 0.

5. В б р ч ю ре юю, и е р ию в б р и р чит ем изве т м в м
ф циям из тег рии «Ст ти тиче ие»– СРЗНАЧ, ДИСПР.

	A	B	C	D	E
1	Район	Хлеб пшеничный первого сорта	Говядина	Молоко пастеризованное, литр	Яйца, десяток
2					
3	1	48	-	64	145
4	2	42	370	61	135
5	3	39	345	69	135
6	4	43	340	62	125
7	5	42	345	61	125
8	6	42	340	63	125
9	7	42	330	63	120
10	8	43	336	63	120
11	9	44	330	60	130
12	10	43	366	71	140
13	11	44	340	65	135
14	12	39	366	61	125
15	13	40	330	64	131
16	14	43	352	60	130
17	15	40	375	70	135
18	16	45	354	69	128
19					

Ри 9 – И х е е.

	G	H	I	J
19				
20				
21		Наименование показателя	Числовое значение	Расчет
22		Численность выборки	17	
23		Выборочная средняя		=СРЗНАЧ(В3:В18)
24		Выборочная дисперсия		=ДИСПР(В3:В18)
25		Средняя ошибка выборочной средней		=КОРЕНЬ(J24/J22)
26		Предельная ошибка		=2*J25
27		Границы генеральной средней	Нижняя	Верхняя
28			=J23-J26	=J23+J26
29				
30				

Ри 0 – Р чет в б р ч х х р тери ти

19				
20				
21		Наименование показателя	Числовое значение	Расчет
22		Численность выборки	17	
23		Выборочная средняя		42,44
24		Выборочная дисперсия		5,00
25		Средняя ошибка выборочной средней		0,54
26		Предельная ошибка		1,08
27		Границы генеральной средней	Нижняя	Верхняя
28			41,35	43,52
29				

Ри – В б р ч е х р тери ти и в з че иях

В в : вер ят тью 0,9 м ж тверж ть, чт ре ие це ше ич й хлеб ерв г рт ре бли е б т леб ть я в и терв ле т , т г , т г.

7. Ря и ми и

Пример. Изве т л в ез че ия в т в р в гр А и В. Треб ет я и миче ие ря в т в р в А и В риве ти бщем в ию и ел ть р в итель ю х р тери ти в в м гр м т в р в.

Реше ие.

- З тить MS Ex l.
- В е ти ет , з ри е .
- Р злич е з че ия б лют х р в ей риве е х иже ря в и ми и з тр яют в явле ие бе тей в р ции А и В. Приве ем б лют е р в и ря бщем в ию. При ят й з б з р в е ия ери време и (997 г) в т ет в че тве т я й б з р чет тем в р т ля ж г из из чем х ря в и ми и (р ве 00). См.ри .

	А	В	С
1	годы	Выпуск продукции А, тыс. шт.	Выпуск продукции В, тыс. кв. м
2	1997	250	171
3	1998	268	177
4	1999	298	190
5	2000	319	192
6	2001	340	195
7	2002	367	202
8	2003	408	219
9	2004	448	234
10	2005	492	254
11	2006	523	261
12	2007	549	266
13			

Ри – И х е е

14	Приведем абсолютные уровни ряда к общему основанию		
15	годы	Выпуск продукции А, тыс. шт.	Выпуск продукции В, тыс. кв.м
16	1997	100	100
17	1998	=B3*100/\$B\$2	=C3*100/\$C\$2
18	1999	=B4*100/\$B\$2	=C4*100/\$C\$2
19	2000	=B5*100/\$B\$2	=C5*100/\$C\$2
20	2001	=B6*100/\$B\$2	=C6*100/\$C\$2
21	2002	=B7*100/\$B\$2	=C7*100/\$C\$2
22	2003	=B8*100/\$B\$2	=C8*100/\$C\$2
23	2004	=B9*100/\$B\$2	=C9*100/\$C\$2
24	2005	=B10*100/\$B\$2	=C10*100/\$C\$2
25	2006	=B11*100/\$B\$2	=C11*100/\$C\$2
26	2007	=B12*100/\$B\$2	=C12*100/\$C\$2
27			

Ри – Аб лют е р в и р я б щим в и ем

14	Приведем абсолютные уровни ряда к общему основанию		
15	годы	Выпуск продукции А, тыс. шт.	Выпуск продукции В, тыс. кв.м
16	1997	100	100
17	1998	107,2	103,5
18	1999	119,2	111,1
19	2000	127,6	112,3
20	2001	136	114,0
21	2002	146,8	118,1
22	2003	163,2	128,1
23	2004	179,2	136,8
24	2005	196,8	148,5
25	2006	209,2	152,6
26	2007	219,6	155,6
27			
28	К опережения	1,4	
29			

Ри – Аб лют е р в и р я б щим в и ем в з ч е и я х

В в : П ч и л в м з ч е и я м б л ю т х р в е й р я в и м и и в и ,
 ч т в р ц и и А е р е р в и б т р в з р т е т , р е в х я т е м
 р т р ц и и В . Е л и в 007 г . в р ц и и А р в е и ю 997 г .
 в з р б л е е , ч е м в р з , т в р ц и и В в з р т л ь в , р з .
 С т в и в б з и е т е м р т (9,6 / ,6) л ч и м з т е л ь
 е р е ж е и я , т . е . в р ц и и А в , р з б л ь ш е , ч е м в р ц и и
 В .

8. И е

Пример. П т р е м г р м т в р в и з в е т л е ю щ и е е
 л и ч е т в р х т в р в в б з и м и т ч е т м е р и х , т ж е ц е
 э т и т в р :

Т б л и ц

И м е в и е т в р	Пр		Ц е , т . е г е	
	Б з и й е р и , q0	т ч е т й е р и , q	Б з и й е р и , p0	т ч е т й е р и , p

А, г	8	0	,	,7
Б, л			8	9
С, шт	7	79	,	,

Требуетя рчитть и иви ль е и е це , и иви ль е и е физиче г бъем , в й и е це , в й и е физиче г бъем , в й и е т в р б р т .

Реше ие.

1. З тить MS Ex 1. Р чит ем и иви ль е и е це , физиче г бъем в в м г тель й т блице. Ри .

1	А	В	С	Д	Е	Г	Н	И
		Продано		Цена, тыс. тенге		$p_1^*q_1$	$p_0^*q_1$	$p_0^*q_0$
2	Наименование товара	Базисный период	отчетный период	Базисный период	отчетный период	$=E3^*C3$	$=D3^*C3$	$=B3^*D3$
3	А, кг	118	2230	2,4	2,7	$=E4^*C4$	$=D4^*C4$	$=B4^*D4$
4	Б, л	2	44	8	9	$=E5^*C5$	$=D5^*C5$	$=B5^*D5$
5	С, шт	327	79	1,4	1,5	$=\sum(G2:G4)$	$=\sum(H2:H4)$	$=\sum(I2:I4)$
6								
7	Индивидуальные индексы цен			Индивидуальные индексы физического объема				
8	А, кг	$=E3/D3$		А, кг	$=C3/B3$			
9	Б, л	$=E4/D4$		Б, л	$=C4/B4$			
10	С, шт	$=E5/D5$		С, шт	$=C5/B5$			
11								

Ри – Р чет и иви ль х и е в

2. Р чет в х и е в т же т б р з и м в в м г тель й т блице. Ри 6.

	А	В	С
16			
17		в коэффициентах	в процентах
18	Сводный индекс цен	$=G5/H5$	$=B18^*100$
19	Сводный индекс физического объема	$=H5/I5$	$=B19^*100$
20	Индекс товарооборота	$=G5/I5$	$=B20^*100$
21			

	А	В	С
16			
17		в коэффициентах	в процентах
18	Сводный индекс цен	1,12	112,4
19	Сводный индекс физического объема	7,68	768,1
20	Индекс товарооборота	8,63	863,3
21			

Ри 6 – Св е и е

В в : Це в ре ем в или ь , %.

9. Ст тиче е из че ие в з им в з и

Л и ей я р р е л я ц и я

Пример. П л че ле ю щее р ре еле ие 00 г х т й земли личе т в е е х б р е и й Х (в ц г) и р ж й т и У (в ц.

г) Проведем регрессионный анализ, чтобы определить, сколько ц. брейтга, 0 ц. брейтга.

x_j \ j	0			6	8	0	Итого
0	9						
0		0	9				
0			6		6		8
70				0	8	6	
Итого	0	6	7	7		6	00

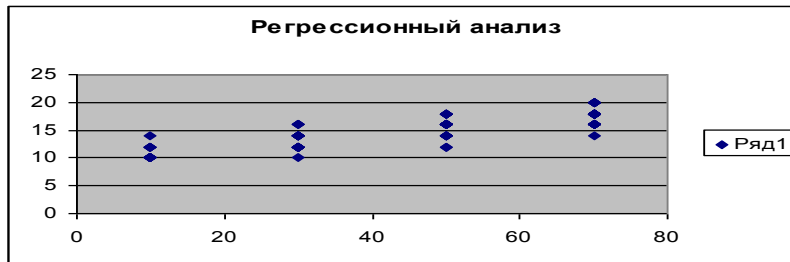
Решение.

x_j	j
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
6	0
7	0
8	0
9	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
6	0
7	0
8	0
9	0
0	0
0	6
0	6
0	6
0	6
0	6
0	6

Из ливизчи известно, что г х т й земли б л в е е 0 ц. г брейтга, г х т й земли в е е 0 ц. г брейтга, 8 г х т й земли в е е 0 ц. г брейтга, г -70ц. г. Для решеия з чи з тите р гр мм MS Ex 1 и р е т в ить т блиц в ле ющем ви е. Н чи ть в в ить е ячей и А.

1. *Проведем регрессионный анализ (и гр мм р е я ия).*

Для це и ви вз им вязи меж ереме ми Х и У тр им и гр мм р е я ия. В елить и з А :В 0 и в б р ть м **В т в - Ди гр мм** в явившем я и л г в м е в бир ем ти и гр мм **Т чеч я**. П ви гр фи т влив ем ви вз им вязи Х и У – ли ей я ви $y = b * x + b_0$



Для ре еля ия эффицие т в b , b_0 р в им регре и й лиз.

О ре елим эффицие т регре ии b , b_0 .

В ячей А 0 з ишем b в ячей В 0 т в е т в е b_0 . В еляем и з А 0 :В 0 и в л яем м **В т в - Ф ция** в ле **К тег рия** в бир ем **Ст ти тиче я**, в ле **Ф ция** в бир ем ЛИ ЕЙ и ОК. П являет я и л г в е ЛИ ЕЙ и в ле **Изв_з ч_** в в им В :В 0, в ле **Изв_з ч_х** в в им А :А 0, в ле **К т т в в им ИСТИНА**, в ле **Ст ти ти** в в им ИСТИНА и жим ем

	0	
	0	
	0	
	0	
6	0	
7	0	
8	0	
9	0	6
0	0	6
	0	6
	0	6
	0	6
	0	6
	0	6
6	0	6
7	0	6
8	0	6
9	0	6
0	0	6
	0	6
	0	6
	0	8
	0	8
	0	8
6	0	8
7	0	8
8	0	8
	70	
	70	6
	70	6
	70	6
	70	6
	70	6
6	70	6
7	70	6
8	70	6
9	70	6
0	70	6
	70	6
	70	8
	70	8
	70	8
	70	8
	70	8
6	70	8
7	70	8
8	70	8
9	70	8
0	70	8
	70	8
	70	8
6	70	8

времени $C_{rl} + Sh f + E$ г. В ячейках является значения эффективности регрессии r в ячейке $b = 0,7, b_0 = 9,8$ 0. Таким образом, регрессия $y = 0,7x + 9,8$.

Определим эффективность корреляции.

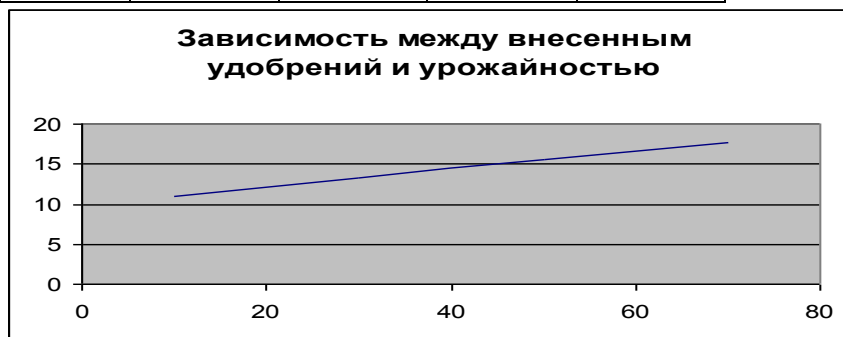
В ячейке A06 вводим $r = 0,87$, затем вливаем r в B06 и вводим **В т в - Ф** ция в л е **К** тег рия в бир ем **С** т т и тиче я, в л е **Ф** ция в бир ем **К** О Р Р Е Л и **О** К. Появляется и л г в е **К** О Р Р Е Л и в л е **М** и в в в им В :В 0, в л е **М** и в в в им А :А 0, и **О** К. В ячейке является значения эффективности регрессии r в ячейке $r = 0,87$. Таким образом, эффективность корреляции близка к 1, что означает, что между переменными X и Y (т.е. между количеством и рожайностью) существует тесная связь.

Проанализируем.

Определяем значения Y (в б е т р ж и т ь), если берет в себе 90 ц брей г. В ячейке A0 вводим 90. Щелкнем ячейке B0 и вводим **В т в - Ф** ция в л е **К** тег рия в бир ем **С** т т и тиче я, в л е **Ф** ция в бир ем **Т** Е Н Д Е Н Ц И Я и **О** К. Появляется и л г в е **Т** Е Н Д Е Н Ц И Я и в л е **И** з в _ з ч _ в в им В :В 0, в л е **И** з в _ з ч _ х в в им А :А 0, в л е **Н** в _ з ч _ х в в им А 0 в л е **К** т т в в им **И** С Т И Н А и **О** К. (0,0 907) Алгоритм определяем значения Y (в б е т р ж и т ь), если берет в себе 0 ц брей г. Рчит в ячейке A0 и B0. (0,967).

Получим графики функции из регрессии $y = 0,7x + 9,8$.

x	0	0	0	70
	0,97	,869	,0	7,766



Введем характерные значения между личностью в себе х брей и рожайностью ривел злучеию личии между ними реелейфрмвязи (лией).

7	70	8
8	70	8
9	70	8
0	70	0
	70	0
	70	0
	70	0
	70	0
	70	0
	70	0

В л и т ь м т я т е л ь

Пример. Н йти в б р ч е р в е ие рям й ли ий регре ии У Х м, риве е м в ле ющих рреляци й т блице. Пр ве ти регре и й лизи р г зир в ие.

	x,		0		0		0		0	Ит г
j										
	00									
	0									0
	0				0	8				
	60						6			9
	80									
	Ит г				8	8	6			0

Крив ли ей я рреляция

И лъз ем е ятия и ф рм л ля в л е ия р б т : Е ли гр фи регре ии из бр ж е т я рив й ли ией, т рреляцию з в ют рив ли ей й. В л ч е р б личе й рреляции вт р г р я в б р ч е р в е ие регре ии У Х имеет ви . 'x = Ax + Bx + C (). Неизве т е р метр А, В, С х ят из и тем р в е ий.

$$\begin{cases} (\sum_{xx})A + (\sum_{xx})B + (\sum_{xx})C = \sum_x 'x x \\ (\sum_{xx})A + (\sum_{xx})B + (\sum_{xx})C = \sum_x 'x x \\ (\sum_{xx})A + (\sum_{xx})B + C = \sum_x 'x \end{cases} \quad ()$$

Для це и рреляции У Х л жит в б р ч е рреляци е т ше ие.

$$\eta_{...} = \frac{\sigma_{...жгр}}{\sigma_{...ц}} \quad \text{или (в р гих б з че иях)} \quad \eta_{...} = \frac{\sigma_{'x}}{\sigma_{...}} \quad ()$$

$$\sigma_{...x} = \sqrt{D_{межгр}} = \sqrt{\sum \frac{(\bar{y}_x - \bar{y})^2}{n}}, \quad \sigma_{...} = \sqrt{D_{общ}} = \sqrt{\sum \frac{(y - \bar{y})^2}{n}} \quad ()$$

г е – бъем в б р и (мм в ех ч т т); x – ч т т з че ия х риз Х.

Пример. Н йти в б р ч е р в е ия регре ии x = Ax + Bx + C

м, риве е м в рреляци й т блице. Пр ве ти регре и й лизи р г зир в ие.

А В С

у	Х			
		0		0
			0	
	0		8	9
x		0	9	00

Реше ие.

1. С т вим т блиц чит в

В ячей А8 вве ем 'x, в ячей В8 ф рм л мм р изве е ия т лбц в \$\$\$:\$\$ и В :В, в ячей С8, D8 ир в ть

'x	,00	7, 0	08,67
----	-----	------	-------

. 3 л и т ь т блиц

X	x	'x	x X	x X ^	x X ^	x X ^	x 'x	x 'x X	x 'x X ^
	0	,00	0	80	60	0	00	000	000
		7, 0	9	79	8 7		60	80	0
	9	08,67			6	06		66	
Summ	00		78	8	7	6	7 8	00	8 6

. П т в и в ч и л , е р ж щ и е я в л е й т р е т б л и ц , в () , л ч и м и т е м р в е и й т и т е л ь е и з в е т х э ф ф и ц и е т в А, В, С.

$$6A + 7B + 8C = 86$$

$$7A + 8B + 78C = 00$$

$$8A + 78B + 00C = 78$$

. Р е ш и в и т е м м е т м Г , в MS Ex 1 й е м э ф ф и ц и е т А, В, С.

6	7	8	8 6
7	8	78	00
8	78	00	7 8
	0, 877	0,0 7 6	, 6
0	-67,89 8	- 0,80	- ,8 9
0	- 0,80	- ,00	- 6 , 8
	0, 877	0,0 7 6	, 6
0		0,600998	6, 77
0	0	0, 8 96	-0,87 7

C =	- ,8 0
B =	7,6 08 9
A =	,897 9

. П т в и в й е э ф ф и ц и е т в р в е и е р е г р е и и () 'x = Ax + Bx + C

$$\text{ч т е л ь л ч и м } 'x = ,9x + 7,6x - ,8$$

- '	(- ')^	'x - '	('x - ')^
- 7,8	89,6	- 7,8	89,6
- 7,8	77 ,6	- ,7	66 , 86
7,8	80,	,8	8 ,

$$6. \text{ Н й е м б щ ю р е ю ю } \bar{y} = \sum \frac{y}{n} = 7,8$$

$$7. \sigma_{x'} = \sqrt{D_{\text{межгр}}} = \sqrt{\frac{\sum (\bar{y}_x - i)^2}{n}} = 7,07 97$$

$$8. \sigma_y = \sqrt{D_{\text{общ}}} = \sqrt{\frac{\sum (y - i)^2}{n}} = ,06$$

$$9/ \eta_{x'} = \frac{\sigma_{x'}}{\sigma_y} = 0,89$$

В л и т ь м т я т е л ь

Пример. Н й т и в б р ч е р в е и я р е г р е и и $x = Ax + Bx + C$

м, р и в е е м в р р е л я ц и й т б л и ц е . П р в е т и р е г р е и й л и з и р г з и р в и е .

X	0					
---	---	--	--	--	--	--

у						
0	8					0
		0				
			0			0
0			7			9
7					0	0
x		6	8		0	00

Ответ $\hat{y}_x = 0,66x + 0,07$; $r = 0,97$; $\sigma = 0,68$;
 корреляция составляет 0,9

Список использованных источников

1. Миркин Б. Г. Введение в анализ данных. — М.: Юрайт. 2020. 175 с.
2. Мхитарян В. С. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных. — М.: Юрайт. 2020. 491 с.
3. Нархид Н. Apache Kafka. Поточковая обработка и анализ данных / Н. Нархид. — СПб.: Питер, 2019. — 320 с.
4. Ниворожкина Л.И. Статистические методы анализа данных: Учебник / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, А.А. Рудяга. — М.: Риор, 2018. — 320 с.
5. Форман Дж. Много цифр: Анализ больших данных при помощи Excel / Дж. Форман. — М.: Альпина Паблицер, 2019. — 461 с.
6. Халафян А. А., Боровиков В. П., Калайдина Г. В. Теория вероятностей, математическая статистика и анализ данных. Основы теории и практика на компьютере. Statistica. Excel. Более 150 примеров решения задач. Учебное пособие. — М.: Ленанд. 2017. 320 с.
7. Чашкин, Ю.Р. Математическая статистика. Анализ и обработка данных: Учебное пособие / Ю.Р. Чашкин; Под ред. С.Н. Смоленский. — Рн/Д: Феникс, 2017. — 236 с.
8. Козлов А.Ю. Статистический анализ данных в MS Excel: Учебное пособие / А.Ю. Козлов, В.С. Мхитарян, В.Ф. Шишов. — М.: Инфра-М, 2018. — 80 с.
9. Кравченко А. И. Анализ и обработка социологических данных. Учебник. — М.: КноРус. 2020. 498 с.
10. Кулаичев А.П. Методы и средства комплексного анализа данных: Учебное пособие / А.П. Кулаичев. — М.: Форум, 2018. — 160 с.
11. Айзек М.П. Графика, формулы, анализ данных в Excel. Пошаговые примеры / М.П. Айзек. — СПб.: Наука и техника, 2019. — 384 с.